

34. Limita funkce

Teoretická část

- Zavedení pojmů: limita funkce, okolí bodu.
- Definice a vysvětlení různých druhů limit funkce:
 - Vlastní limita $L \in \mathbb{R}$ ve vlastním bodě $a \in \mathbb{R}$.
 - Vlastní limita $L \in \mathbb{R}$ v nevlastním bodě $\pm \infty$.
 - Nevlastní limita $\pm \infty$ ve vlastním bodě $a \in \mathbb{R}$.
 - Nevlastní limita $\pm \infty$ v nevlastním bodě $\pm \infty$.
- Jednostranné limity - stačí vysvětlení.
- Věty o limitách funkce + L'Hospitalovo pravidlo.
- Spojitost funkce v daném bodě.

Praktická část

Základní poznatky:

1) a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-5}{x^2-2x+3}$	$\left[\frac{1}{3} \right]$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$	$\left[\frac{2}{3} \right]$
2) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-5}{2x+3}$	$\left[\frac{3}{2} \right]$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2}$	$[+\infty]$
3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 - x^2 + 2)$	$[+\infty]$		

Typové příklady standardní náročnosti

4) a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-12}{3x^2-5x-2}$	$\left[\frac{8}{7} \right]$	b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$	$[-1]$
5) a) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+8}-2}{3x+12}$	$\left[\frac{1}{12} \right]$	b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{\sqrt{x+4}-1}$	$[2]$
6) a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x}$	$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2} \right]$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$	$\left[\frac{1}{2} \right]$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{3x} - \frac{\operatorname{tg} x}{2x} \right)$	$\left[\frac{1}{6} \right]$		
7) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - x + 2}{3x^3 - 2x + 3}$	$\left[\frac{4}{3} \right]$	b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - x^2 + 5}{x^2 + x - 2}$	$[-\infty]$
8) a) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x^2 - 4}$	$[+\infty]$	b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x^2 - 4}$	$[-\infty]$
9) a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}$	$\left[\frac{4}{7} \right]$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$	$\left[\frac{1}{6} \right]$