

## 38. Vektorová algebra

### Teoretická část

- Pojmy: vektor, umístění vektoru, velikost vektoru, lineární kombinace vektorů, lineárně závislé vektory.
- Operace s vektory: sčítání a odčítání vektorů, násobení reálným číslem, skalární součin vektorů, vektorový součin vektorů.
- Užití skalárního a vektorového součinu, smíšený součin vektorů.

### Praktická část

#### Základní poznatky

1. Je dána krychle  $ABCDEFGH$  a střed  $S$  její stěny  $ADHE$ . Platí:  $\vec{u} = B - A$ ,  $\vec{v} = D - A$ ,  $\vec{t} = E - A$ . Pomocí těchto vektorů vyjádřete vektor  $\vec{s} = S - C$

a) skládáním vektorů

b) souřadnicovou metodou.

$$\left[ \vec{s} = \frac{\vec{t}}{2} - \vec{u} - \frac{\vec{v}}{2} \right]$$

2. Znázorněte umístění vektoru  $\vec{c} = 2\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}$ , jestliže  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ , kde  $ABCD$  je čtverec.

3. (Státní maturita květen 2017)

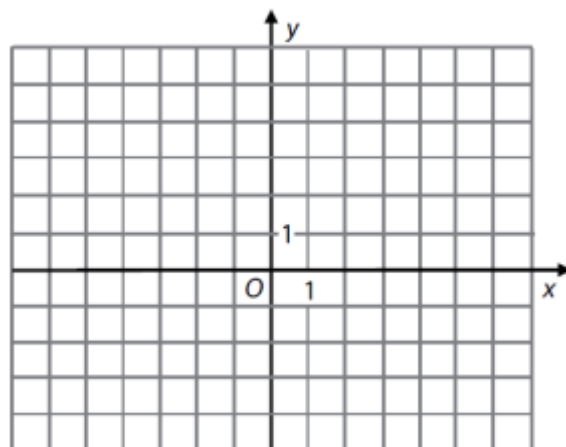
Ve čtverci  $ABCD$  platí:  $A[-1; 1]$ ,  $\overrightarrow{AC} = (6; 4)$ .

a) V kartézské soustavě souřadnic sestrojte čtverec  $ABCD$ .

b) Zapište souřadnice středu  $S$  čtverce  $ABCD$ .

c) Vypočtěte velikost vektoru  $\overrightarrow{AB}$ .

$$\left[ [2; 3], \sqrt{26} \right]$$



4. Určete vektor  $\vec{u}$  kolmý k vektoru  $\vec{v} = (3; 4)$  o velikosti 15.

$$\left[ (12; -9), (-12; 9) \right]$$

#### Typové příklady standardní náročnosti

5. Zjistěte, zda je vektor  $\vec{u}$  lineární kombinací vektorů  $\vec{a}$  a  $\vec{b}$ :

a)  $\vec{u} = (-2; 4; -6)$ ,  $\vec{a} = (1; 3; -2)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 1)$

$$\left[ \text{Ano, } \vec{u} = 2\vec{a} - 2\vec{b} \right]$$

b)  $\vec{u} = (1; 1; 2)$ ,  $\vec{a} = (-1; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 2; 3)$

$$\left[ \text{Ne} \right]$$

6. Užitím lineárních kombinací vektorů určete, zda leží body:
- a)  $A[1; 2]$ ,  $B[-1; 3]$ ,  $C[5; 0]$  na stejné přímce [Ano]  
 b)  $A[1; 2; -1]$ ,  $B[3; 0; 1]$ ,  $C[2; -1; 2]$ ,  $D[5; -6; 7]$  ve stejné rovině [Ano]
7. Jsou dány vektory  $\vec{a} = (1; 3; 5)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 4)$ . Určete:
- a) souřadnice vektoru  $\vec{c} = -\vec{a} + \vec{b}$   
 b) souřadnice vektoru  $\vec{d} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$   
 c) velikost vektorů  $\vec{a}$  a  $\vec{b}$   
 d)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  [18]  
 e)  $\vec{a} \times \vec{b}$  [(12; -16; 6)]  
 f)  $\varphi(\vec{a}, \vec{b})$  [47°08']
8. Je dán trojúhelník  $RST$ :  $R[4; 1; 0]$ ,  $S[4; -2; -3]$ ,  $T[1; -2; 0]$ . Vypočtete
- a) obvod, [9√2]  
 b) vnitřní úhly, [60°]  
 c) obsah  $RST$ . [ $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ ]
9. Je dán rovnoběžnostěn  $ABCD A' B' C' D'$ :  $A[2; 1; 2]$ ,  $B[4; 2; 3]$ ,  $D[1; 5; 2]$ ,  $A' [0; 1; 6]$ .  
 Určete
- a) souřadnice zbývajících vrcholů,  
 b) obsah dolní podstavy,  
 c) objem rovnoběžnostěnu [C[3; 6; 3], 7√2; 44]

## Rozšiřující cvičení

10. Určete souřadnice těžiště trojúhelníku  $MNQ$ :  $M[1; 3]$ ,  $N[0; 4]$ ,  $Q[-1; 4]$ .  
 O správnosti výpočtu se přesvědčte graficky.  $[0; \frac{11}{3}]$ , funguje ar. průměr souřadnic b. A, B, C.