

45. Hyperbola

Teoretická část

- Hyperbola: definice, pojmy: ohniska h., střed h., vrcholy h., hlavní a vedlejší poloosa h., excentricita h., asymptoty h., rovnoosá hyperbola.
- Rovnice hyperboly ve středovém a v obecném tvaru.
- Vzájemná poloha bodu a hyperboly, vzájemná poloha přímky a hyperboly.
- Tečny hyperboly, přímky asymptotického směru.
 - Tečna vedená bodem na hyperbole.
 - Tečna vedená bodem mimo hyperbolu
 - Tečna rovnoběžná s danou přímkou.
 - Tečna kolmá na danou přímku.

Praktická část

Základní poznatky:

- 1) Hyperbola je dána rovnicí ve středovém tvaru: $\frac{(x-3)^2}{4} - (y-2)^2 = 1$. Zapište její obecnou rovnici, určete všechny její základní parametry a načrtněte ji v soustavě souřadnic.

$$[x^2 - 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0, S[3; 2], a = 2, b = 1, e = \sqrt{5}, A_1[1; 2], A_2[5; 2], F[3 - \sqrt{5}; 2], G[3 + \sqrt{5}; 2], a_1: x - 2y + 1 = 0, a_2: x + 2y - 7 = 0]$$

- 2) Obecná rovnice hyperboly je H: $-16x^2 + 9y^2 + 32x - 36y = 124$. Zapište středovou rovnici, určete všechny základní parametry hyperboly a načrtněte ji v soustavě souřadnic.

$$\left[-\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1, S[1; 2], a = 4, b = 3, e = 5, A_1[1; -2], A_2[1; 6], F[1; -3], G[1; 7], \right. \\ \left. a_1: y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}, a_2: y = -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3} \right]$$

- 3) Ověřte, zda bod T[-2; 2] je bodem hyperboly $4x^2 - y^2 - 12 = 0$ a určete rovnici tečny hyperboly vedené bodem T. [4x + y + 6 = 0]

- 4) MA + 2016 Jaro: Hyperbola je dána rovnicí $(x + 4)^2 - y^2 = 16$. Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

4.1 Hyperbola má se souřadnicovou osou y právě jeden společný bod. _____

4.2 Vzdálenost obou vrcholů hyperboly je 8. _____

4.3 Přímka p: y = x má s hyperbolou právě jeden společný bod. _____

[A, A, A]

Typové příklady standardní náročnosti

- 5) Určete rovnici hyperboly, která má ohniska F [-10; 2] a G [16; 2] a mezi jejímiž vrcholy je vzdálenost 24.

$$\left[\frac{(x-3)^2}{144} - \frac{(y-2)^2}{25} = 1 \right]$$

- 6) Dokažte, že přímka $2x - y - 8 = 0$ je tečnou hyperboly $8x^2 - 18y^2 = 144$. Vypočtěte souřadnice jejího dotykového bodu s hyperbolou. $\left[T \left[\frac{9}{2}; 1 \right] \right]$
- 7) Určete rovnice tečen hyperboly $H: 4x^2 - y^2 - 8x + 1 = 0$, které jsou rovnoběžné s přímkou $p: 4x - y + 3 = 0$ $[y = 4x - 1; y = 4x - 7]$
- 8) Napište rovnice tečen hyperboly $2(x + 2)^2 - 9(y - 4)^2 = 18$, které jsou kolmé k přímce $p: 2x + y - 7 = 0$. $[x - 2y + 11 = 0, x - 2y + 9 = 0]$
- 9) Je dána hyperbola $H: x^2 - 9y^2 = 1$ a bod $M [3;1]$. Určete rovnice všech přímek, které procházejí bodem M a mají s hyperbolou právě jeden společný bod. $[5x - 12y - 3 = 0; x + 3y - 6 = 0]$