

25.B Goniometrické rovnice

Goniometrické rovnice: - obsahují neznámou x nebo výraz s neznámou x jako argumenty jedné nebo více goniometrických funkcí:

$$f(\sin(g(x)), \cos(h(x)), \operatorname{tg}(j(x)), \operatorname{cotg}(k(x))) = 0$$

Velmi často se při řešení goniometrických rovnic využívá takových úprav, kterými se získá rovnice obsahující jen jediný typ goniometrické funkce.

Typy goniometrických rovnic:

a) základní $\left. \begin{array}{l} \sin x = a \\ \cos x = a \end{array} \right\}$, kde $a \in \langle -1; 1 \rangle$... tyto rovnice mají nekonečně mnoho řešení lišících

se periodou $2k\pi$

Pozn. Pro $a \in \left\{ 0, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \pm 1 \right\}$ musí zvládnout student gymnázia řešení těchto základních

rovnic bez kalkulačky, pouze s využitím jednotkové kružnice, případně grafu příslušné funkce

$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} x = a \\ \operatorname{cot} g x = a \end{array} \right\}$, kde $a \in \mathbb{R}$... tyto rovnice mají nekonečně mnoho řešení lišících

se periodou $k\pi$

Pozn. Pro $a \in \left\{ 0, \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, \pm 1, \pm \sqrt{3} \right\}$ musí zvládnout student gymnázia řešení těchto základních rovnic

bez kalkulačky, pouze s využitím jednotkové kružnice, případně grafu příslušné funkce

Další příklady základních rovnic: $a \cdot \sin f(x) = b$, $a \cdot \cos f(x) = b$, $a \cdot \operatorname{tg} f(x) = b$, $a \cdot \operatorname{cotg} f(x) = b$

$$\text{(Např. } 2 \cdot \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = -1 \text{)}$$

b) vedoucí k algebraické rovnici – např. ke kvadratické či bikvadratické rovnici -

řeší se většinou užitím substituce

$$\text{(Např. } \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x + 2 \cdot \operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0, \quad \sin^2 x + 2 \cdot \sin x - 3 = 0, \dots \text{)}$$

c) využívající vztahů mezi goniometrickými funkcemi (většina goniometrických rovnic)

$$\text{(Např. } 6 \cdot \sin^2 x - 7 \cdot \cos x - 1 = 0, \quad \sqrt{3} \cdot \sin x - \cos x = \sqrt{2}, \quad \sin 2x + \cos 2x = 1 + \operatorname{tg} x, \dots \text{)}$$

d) využívající srovnání hodnot goniometrických funkcí

$$\text{(Např. } \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(\pi - 3x), \dots \text{)}$$