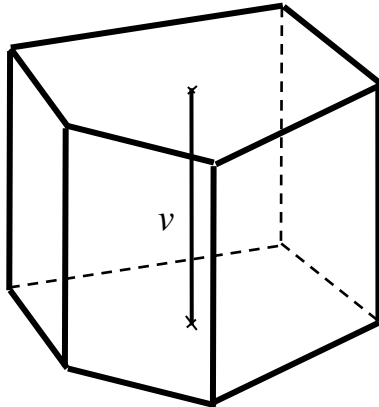


27.B Objemy a povrchy těles

V.....objem
 P..... obsah podstavy
 Q.....obsah pláště
 u..... tělesová úhlopříčka
 u₁.....stěnová úhlopříčka

S.....povrch tělesa
 v.....výška tělesa
 r..... poloměr
 d.....průměr

Hranol - je těleso, jehož podstavy tvoří dva shodné konvexní n-úhelníky ležící v rovnoběžných rovinách; pobočné hrany jsou rovnoběžky spojující příslušné vrcholy těchto n-úhelníků. Výška je vzdálenost jeho podstav.

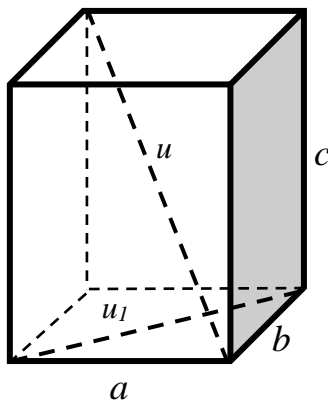


$$V = P \cdot v$$

$$S = 2P + Q$$

- **Kolmý** hranol - roviny podstav jsou kolmé na pobočné hrany.
- **Kosý** hranol - rovina podstavy svírá s pobočnou hranou kosý úhel.
- **Pravidelný** hranol - je kolmý hranol, jehož podstavou je pravidelný n-úhelník.

Kvádr – je kolmý hranol, jehož podstavou je pravoúhlý rovnoběžník.



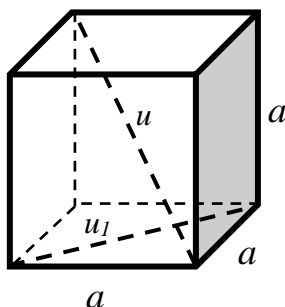
$$V = abc$$

$$S = 2(ab + ac + bc)$$

$$u = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$u_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Krychle - je kolmý hranol, jehož podstavou je čtverec a všechny hrany jsou shodné



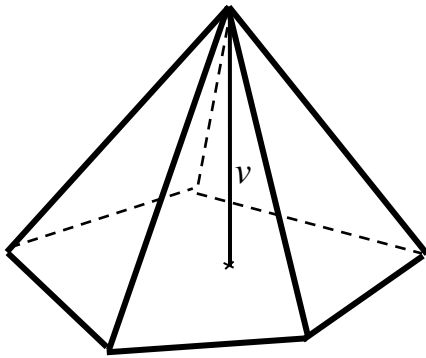
$$V = a^3$$

$$S = 6a^2$$

$$u = a\sqrt{3}$$

$$u_1 = a\sqrt{2}$$

Jehlan – je těleso, jehož podstavu tvoří konvexní n-úhelník, pobočné hrany jsou spojnice hlavního vrcholu s jednotlivými vrcholy podstavy. Výška je vzdálenost hlavního vrcholu od roviny podstavy.



$$V = \frac{1}{3} P \cdot v$$

$$S = P + Q$$

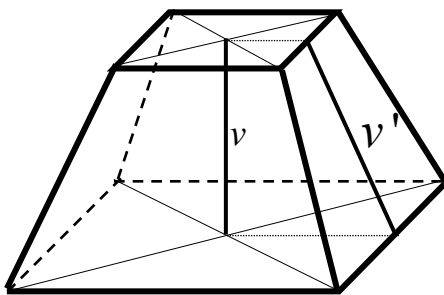
- **Pravidelný jehlan** - je jehlan, jehož podstavou je pravidelný n-úhelník a výška prochází středem podstavy. Pro něj platí:

$$Q = \frac{1}{2} o \cdot v'$$

o ... obvod základny
v' ... výška pobočné stěny

- **Čtyřstěn** – je trojboký jehlan
- **Pravidelný čtyřstěn** – je trojboký jehlan, jehož všechny čtyři stěny tvoří shodné rovnostranné trojúhelníky

Komolý jehlan – vznikne seříznutím jehlanu rovinou rovnoběžnou s rovinou podstavy ve vzdálenosti v, která je menší než výška původního jehlanu. Pak v je výška komolého jehlanu.

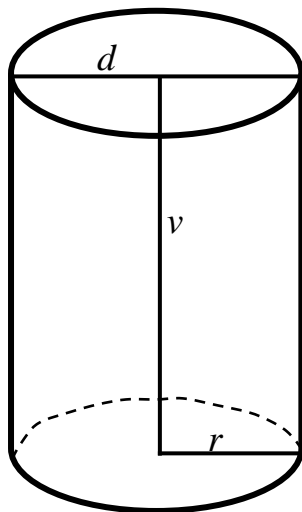


- **Pravidelný komolý jehlan** – je komolý jehlan, jehož obě podstavy jsou čtvercové. Pro něj platí:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot (o + o_1) \cdot v'$$

o, o₁ ... obvody podstav
v' ... výška pobočné stěny

Rotační válec - je těleso, které dostaneme rotací obdélníku kolem jeho jedné strany.



$$V = \pi r^2 \cdot v$$

$$Q = 2\pi r v$$

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r v = 2\pi r \cdot (r + v)$$

- **Rovnostranný válec** – je válec, jehož výška je rovna průměru podstavy. Jeho osový řez je čtverec.
- **Kolmý eliptický válec** – je válec, jehož podstavy jsou elipsy a jehož osa je kolmá k rovinám podstav.

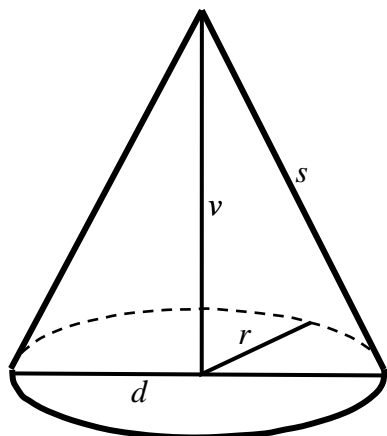
$$V = \pi a b v$$

$$Q = \pi v \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot (a + b) - \sqrt{ab} \right]$$

$$S = \pi v \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot (a + b) - \sqrt{ab} \right] + 2\pi a b$$

a ... velikost hlavní poloosy
b ... velikost vedlejší poloosy

Rotační kužel – je těleso, které dostaneme rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem jedné odvěsny



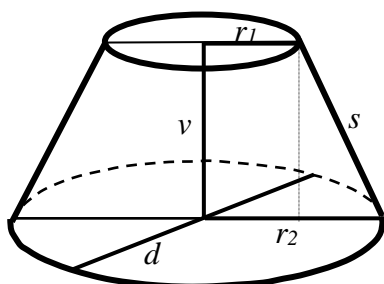
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v$$

$$Q = \pi r s$$

$$S = \pi r^2 + \pi r s = \pi r \cdot (r + s)$$

(s – je strana kužele)

Komolý rotační kužel – vznikne z rotačního kužele seříznutím rovinou rovnoběžnou s podstavou ve vzdálenosti v, která je menší než výška původního kužele.



$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot v \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$Q = \pi s \cdot (r_1 + r_2)$$

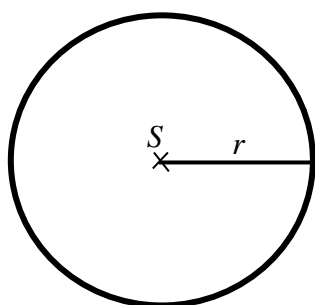
$$S = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi s \cdot (r_1 + r_2)$$

(s – strana komolého kužele;

$$s = \sqrt{v^2 + (r_1 - r_2)^2})$$

Kulová plocha – je množina všech bodů v prostoru, které mají od pevného bodu S stejnou vzdálenost r. Bod S je střed, r je poloměr kulové plochy.

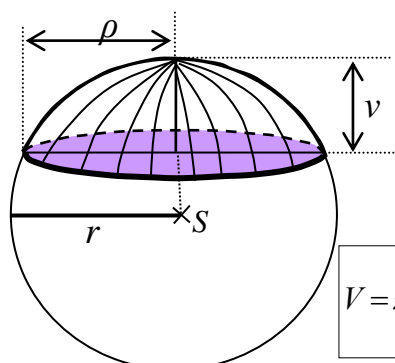
Koule – je množina bodů v prostoru, které mají od bodu S vzdálenost menší nebo rovnu r.



$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

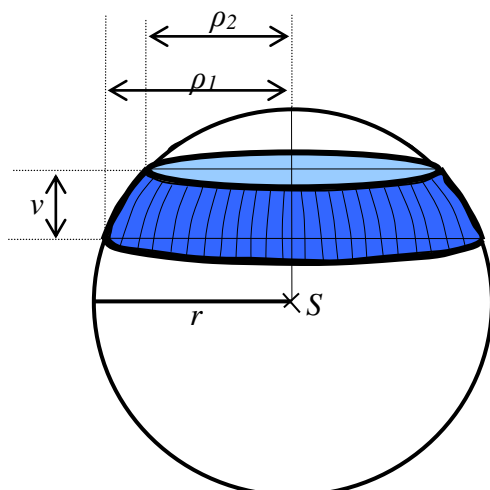
$$S = 4 \pi r^2$$

❖ Části koule: • Kulová úseč



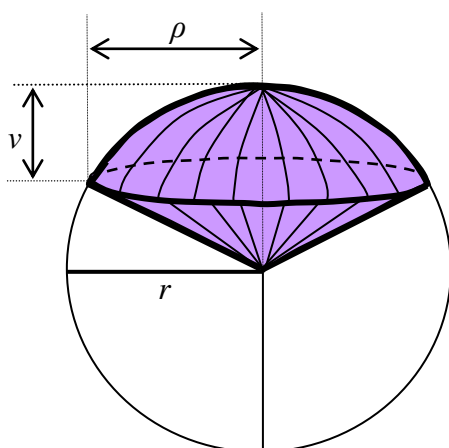
$$V = \pi \cdot \rho^2 \cdot \frac{v}{2} + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{v}{2}\right)^3 = \frac{\pi \cdot v}{6} \cdot (3\rho^2 + v^2) = \pi \cdot v^2 \cdot \left(r - \frac{v}{3}\right)$$

• **Kulová vrstva**



$$V = \frac{\pi \cdot v}{6} \cdot (3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + v^2)$$

• **Kulová výseč**



$$V = \frac{1}{3} \cdot 2\pi r v \cdot r = \frac{2}{3} \pi r^2 v$$

❖ **Části kulové plochy:** • **Kulový vrchlík (povrch kulové úseče)**

$$Q = 2\pi r v$$

$$S = \pi \cdot (2rv + \rho^2) = \pi v \cdot (4r - v)$$

• **Kulový pás (povrch kulové vrstvy)**

$$Q = 2\pi r v$$

$$S = \pi \cdot (2rv + \rho_1^2 + \rho_2^2)$$