

10. Soustavy rovnic a nerovnic - varianta A

1. Určete definiční obor funkce

$$f : y = \sqrt{x^2 - x - 6} + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 8) .$$

2. Pravoúhlý trojúhelník, jehož odvěsny jsou v poměru 8 : 15 má přeponu dlouhou 34 mm. Jak dlouhé jsou jeho odvěsny?
3. V oboru reálných čísel vyřešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= -11, \\ 5x - y + 2z &= 16, \\ -3x + 2y + 4z &= 7. \end{aligned}$$

4. Nechť je dána kuželosečka $k : y = x^2 - 4x + 5$ a přímka $p : y = 1 - 2x$. Najděte rovnice všech tečen kuželosečky k , které jsou rovnoběžné s přímkou p . Určete i druh kuželosečky k .

10. Soustavy rovnic a nerovnic - varianta B

1. V kartézské soustavě souřadnic znázorněte množinu všech bodů $[x, y]$ ($x, y \in \mathbb{R}$), pro něž platí

$$(x + 3)^2 + (y - 1)^2 \leq 25 \quad \text{a} \quad 4x - 3y + 15 \geq 0 .$$

Pojmenujte útvar, který je množinou všech vyhovujících bodů a v náčrtu vyznačte přesně jeho polohu.

2. Pro reálná čísla x, y a z platí $x : y : z = 3 : 4 : 5$ a dále to, že součet jejich druhých mocnin je roven 1 250. Určete čísla x, y a z .
3. Najděte všechny hodnoty reálného parametru p , pro něž má soustava

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= p, \\ 3x - 2y + z &= -1, \\ 3x - 7y - 4z &= 4. \end{aligned}$$

s neznámými x, y a z alespoň jedno řešení v oboru reálných čísel. Toto (tato) řešení již hledat nemusíte. Svá tvrzení podložte výpočtem.

4. Najděte pravoúhlý trojúhelník, který má obvod 36 cm a jeho strany tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Svá tvrzení podložte výpočtem.