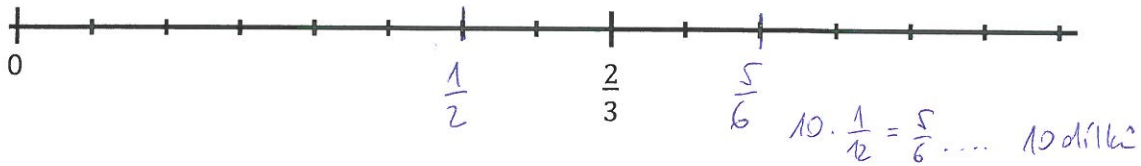


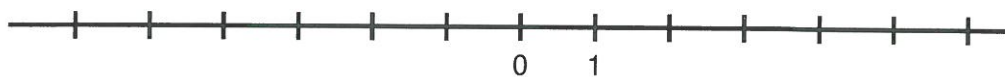
1. Číselné obory

$\frac{2}{3}$ 8 dílků $1:8$
 $\frac{1}{12}$ 1 dílek
 $6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$ 6 dílků

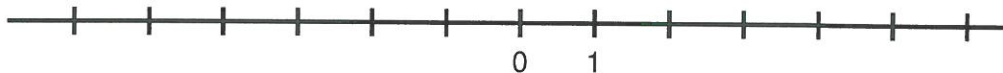
1 Vyznačte na číselné ose obrazy čísel $\frac{1}{2}$ a $\frac{5}{6}$.



2 Na číselné ose vyznačte interval $\langle 2 - n; n - 3 \rangle$ pro $n = 5$.



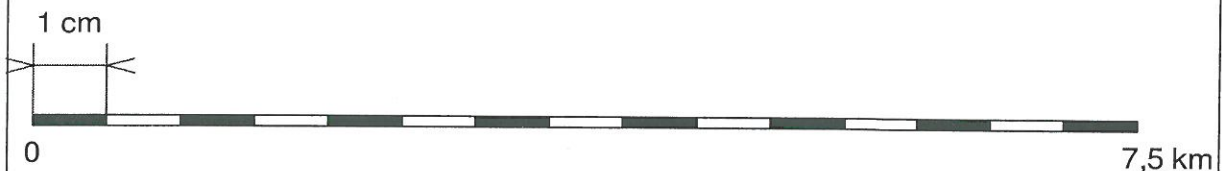
3 Najděte nejmenší přirozené číslo n , pro které existuje interval $\langle 2 - n; n - 3 \rangle$, a tento interval vyznačte na číselné ose.



4 Vypočtěte, kolikrát větší je číslo 10^{17} než součet čísel $3,2 \cdot 10^{15}$ a $8 \cdot 10^{14}$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

U mapy je grafický převod vzdáleností na mapě a ve skutečnosti.



Měřítko mapy se vyjadřuje ve tvaru $1 : x$, tedy 1 cm na mapě představuje x cm ve skutečnosti.

(CERMAT)

5 Uvedte měřítko mapy.

6 Vypočtěte:

$$[10^4 - (8 \cdot 10^4 - 73 \cdot 10^3)]^2 =$$

- 7 Vypočtete, kolik korun je 5 setin procenta ze 2 miliard korun.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Auto vyjíždělo na cestu s polovinou nádrže. Po 100 kilometrech jízdy zbývala ještě třetina nádrže a při příjezdu do cíle jen pětina nádrže. Množství spotřebovaného paliva v nádrži je přímo úměrné ujeté vzdálenosti.

(CERMAT)

- 8 Vypočtete, kolik kilometrů auto ujelo.

$$\frac{1}{6} \dots 100 \text{ km}$$

$$\frac{2}{10} \dots x \text{ km}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{310}{116}$$

$$x = 100 \cdot \frac{3}{10} \cdot 6 = 180 \text{ km}$$

spotřeba za 100 km ... $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$ na nádrž

spotřeba za celou jízdu $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$ na nádrž

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Podle jízdního řádu má být vlak za 10 minut ve stanici. K nádraží mu zbývá 32 km jízdy. Vlak za každé 2 minuty ujede 3 kilometry kromě posledního dvoukilometrového úseku, který mu trvá 5 minut.

(CERMAT)

- 9 Jaké předpokládané zpoždění se objeví na nádražní informační tabuli?

- A) žádné zpoždění
- B) 5 minut
- C) 10 minut
- D) 15 minut
- E) jiné zpoždění

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Firma si účtuje za vybavení kanceláře žaluziemi celkem 2 650 Kč. Z dodacího listu je patrné, že žaluzie byly o 954 Kč dražší než jejich instalace.

(CERMAT)

- 10 Kolik procent z účtované částky tvoří instalace žaluzíí?

- A) 42 %
- B) 37,5 %
- C) 36 %
- D) 32 %
- E) 26,5 %

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Pan Novák si za večer vydělal o čtvrtinu víc než pan Dung. Pan Dung za večeri utratil 20 % svého výtěžku, pan Novák utratil stejnou částku.

(CERMAT)

14 Kolik procent svého večerního výtěžku utratil pan Novák?

- A) 16 %
 B) 18 %
 C) 20 %
 D) 25 %
 E) jiné řešení

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 15

Celkem 960 obyvatel města odpovědělo v referendu na otázku, má-li radnice i nadále podporovat provoz kina a divadla. Jejich odpovědi jsou zaznamenány v následující tabulce.

	podporovat divadlo	<u>nepodporovat</u> divadlo	
podporovat kino	200	540	740
<u>nepodporovat</u> kino	170	50	220

(CERMAT)

370

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

- | | A | N |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 15.1 Celkem 50 účastníků referenda odmítá jak podporu kina, tak i divadla. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.2 Podpora provozu kina má dvakrát více příznivců než podpora provozu divadla. 370 $\frac{220}{740}$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.3 Necelých 18 % účastníků referenda nechce podporovat provoz kina. $\frac{220}{960} \approx 0,23$ | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 15.4 Asi 74 % účastníků referenda by rádo podpořilo pouze jeden z obou provozů. $\frac{170}{960} \approx 0,18$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

$$540 + 170 = 710$$

$$\frac{710}{960} \approx 0,74$$

7 Pro $n \in \mathbb{N}$ zjednodušte:

$$\left(1 - \frac{n}{n+1}\right) \left(n - \frac{1}{n}\right) =$$

8 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ proveďte:

$$2 + \frac{x-1}{1-x} =$$

9 Pro $a > 0$ proveďte a zjednodušte:

$$\frac{a^3}{2^2} - \left(\frac{2}{a}\right)^{-3} =$$

10 Pro $d \geq 0$ zjednodušte:

$$\sqrt{2d^3} \cdot \sqrt{18d} =$$

11 Vyjádřete jako jedinou mocninu se základem 2:

$$2^{200} \cdot 2^{100} + 8^{100} = 2^{200+100} + (2^3)^{100} = 2^{300} + 2^{300} = 2 \cdot 2^{300} = 2^{301}$$

12 Pro $m \in \mathbb{Z}$ zjednodušte:

$$4^m(4^{m+1} - 3 \cdot 4^m) =$$

13 Jsou dány dva výrazy $\frac{x}{x+1}$; $\frac{-1}{x^2+x}$ s proměnnou $x \in \mathbb{R}$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (13.1–13.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

- | | A | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 13.1 Pro $x = -1$ má <u>první</u> z obou výrazů smysl. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13.2 Pro $x = 1$ má <u>druhý</u> z obou výrazů smysl. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13.3 Společný jmenovatel obou výrazů může být $x^2 + x$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13.4 Pro kladné hodnoty proměnné x je součet obou výrazů roven $\frac{x-1}{x}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

14 Za jakých podmínek pro $c \in \mathbb{R}$ má výraz $\frac{c^2 - 4}{c^2 + 2c} \cdot \frac{c}{c^2 + 4}$ smysl?

- A) $c \neq \pm 2$
 B) $c \neq 0; c \neq \pm 2$
 C) $c \neq 0; c \neq 2;$
 (D) $c \neq 0; c \neq -2$
 E) za jiných podmínek

$$c^2 + 4 > 0$$

$$c^2 + 2c \neq 0$$

$$c(c+2) \neq 0$$

15 Jaká je hodnota výrazu $\frac{x^2}{x-1}$ pro $x = \sqrt{3} - 1$?

- A) $5 + \sqrt{3}$
 B) $-0,5 - \sqrt{3}$
 C) -2
 D) $-2,2$
 E) -3

16 Pro které reálné hodnoty proměnné x není definován výraz $\frac{2}{x^2 - x + 2}$?

- A) pro $x = 0$
 B) pro $x = 1$ a pro $x = -2$
 C) pro $x = -1$ a pro $x = 2$
 D) pro jiné dvě hodnoty
 (E) Výraz je definován pro všechna reálná čísla.

$$x^2 - x + 2 \neq 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Neznámé číslo nejprve zmenšíme o třetinu své hodnoty, poté ještě o 40. Po vynásobení výsledku dvěma získáme původní neznámé číslo.

(CERMAT)

7 Určete neznámé číslo.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

$$x \cdot 400 = 2 \cdot (x - 10) \cdot 300 \Leftrightarrow 6000 = 200x \Leftrightarrow x = 30$$

Pan Vlček má dvě zaměstnání. V prvním zaměstnání vydělává 400 Kč za hodinu, ve druhém 300 Kč za hodinu. V prvním zaměstnání stráví týdně o 10 hodin více než ve druhém a vydělá si tam za týden dvakrát více.

(CERMAT)

8 Vypočítejte, kolik hodin týdně stráví pan Vlček v prvním zaměstnání.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Za nákup 2,5 kg meruněk a 1,5 kg broskví se zaplatilo celkem 85 korun. Kilo broskví je o 2 koruny levnější než kilo meruněk.

(CERMAT)

9 Užitím rovnic vypočítejte, kolik korun se zaplatilo za meruňky.

Uveďte celý postup řešení.

10 Pro $x \neq 0$ a $n \in \mathbb{N}$ je dáno:

$$n = \frac{n}{x} - 3$$

Které z následujících tvrzení platí?

A) $x = -2$

B) $x = 1 - 3n$

C) $x = \frac{3 - n}{3}$

D) $x = \frac{n + 3}{n}$

E) $x = \frac{n}{n + 3}$

- 14 Přiřaďte ke každé rovnici s neznámou $x \in \mathbb{R}$ (14.1–14.4) interval (A–F), do něhož patří řešení dané rovnice, pokud řešení existuje.

14.1 $\frac{2x+3}{3} = 0$ _____

14.2 $\frac{x-3}{x} = -3$ _____

14.3 $\frac{x-2}{2x} = \frac{1}{2}$ _____

14.4 $\frac{3-2x}{6} = \frac{1}{2}$ _____

- A) $(-\infty; -1)$
 B) $(-1; 0)$
 C) $(-0,5; 0,5)$
 D) $(0; 1)$
 E) $(1; +\infty)$
 F) rovnice nemá řešení

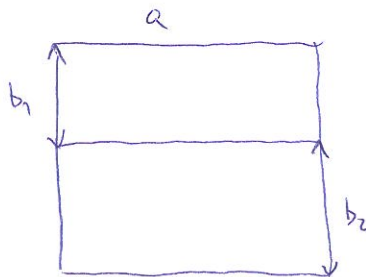
VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Pravoúhelník o rozloze $2\,000\text{ m}^2$ byl rozdělen rovnou hranicí na dva obdélníky. Oba obdélníky se liší v délce jedné strany o 10 m . Obsahy obdélníků jsou v poměru $3 : 2$.

(CERMAT)

- 15 V jakém poměru jsou délky stran většího z obou obdélníků?

- A) 5 : 6
 B) 4 : 5
 C) 3 : 4
 D) 2 : 3
 E) 1 : 2



$$a(b_1 + b_2) = 2000$$

$$b_1 + 10 = b_2$$

$$\frac{2}{3}b_2 + 10 = b_2$$

$$\frac{a b_1}{a b_2} = \frac{2}{3}$$

$$10 = \frac{1}{3}b_2$$

$$b_2 = 30\text{ m}$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{2}{3}b_2 = 20\text{ m}$$

$$a = \frac{2000}{20+30} = 40\text{ m}$$

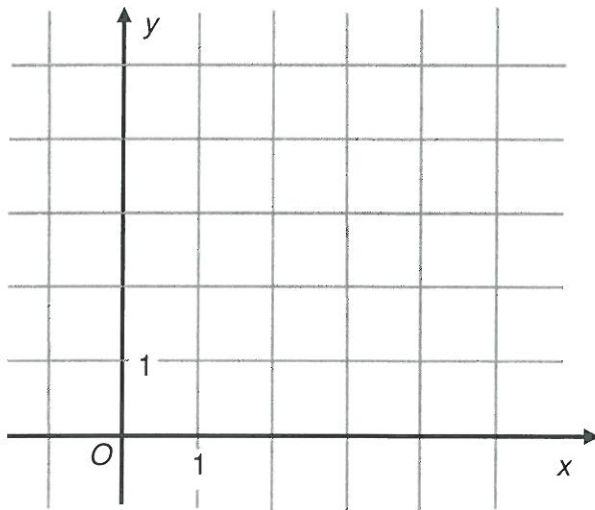
$$b_2 : a = 3 : 4$$

4. Funkce

VÝCHOZÍ TEXT, TABULKA A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

Funkce f je dána předpisem $y = \frac{2}{x}$, kde $x \in \mathbb{R}$.

x	1	2
y		



(CERMAT)

1

- 1.1 V tabulce doplňte chybějící hodnoty funkce.
- 1.2 Sestrojte graf funkce f pro $x > 0$.
- 1.3 Určete, pro kterou hodnotu proměnné x je $y = \frac{1}{2}$.

2 Vypočítejte obě souřadnice bodu P , v němž se protínají grafy funkcí f a g :

2.1 $f: 2x - y + 4 = 0$

$g: 2x + 3y - 4 = 0$

2.2 $f: y = 2x - 9$

$g: y = 3 - 2x$

$$f: \neq g: \quad -4y + 8 = 0 \quad 2x = y - 4$$

$$\underline{y = 2} \quad \underline{x = -1}$$

$$P[-1; 2]$$

3 Funkce f a g jsou určeny předpisy:

$f: y = 0,5x^2$

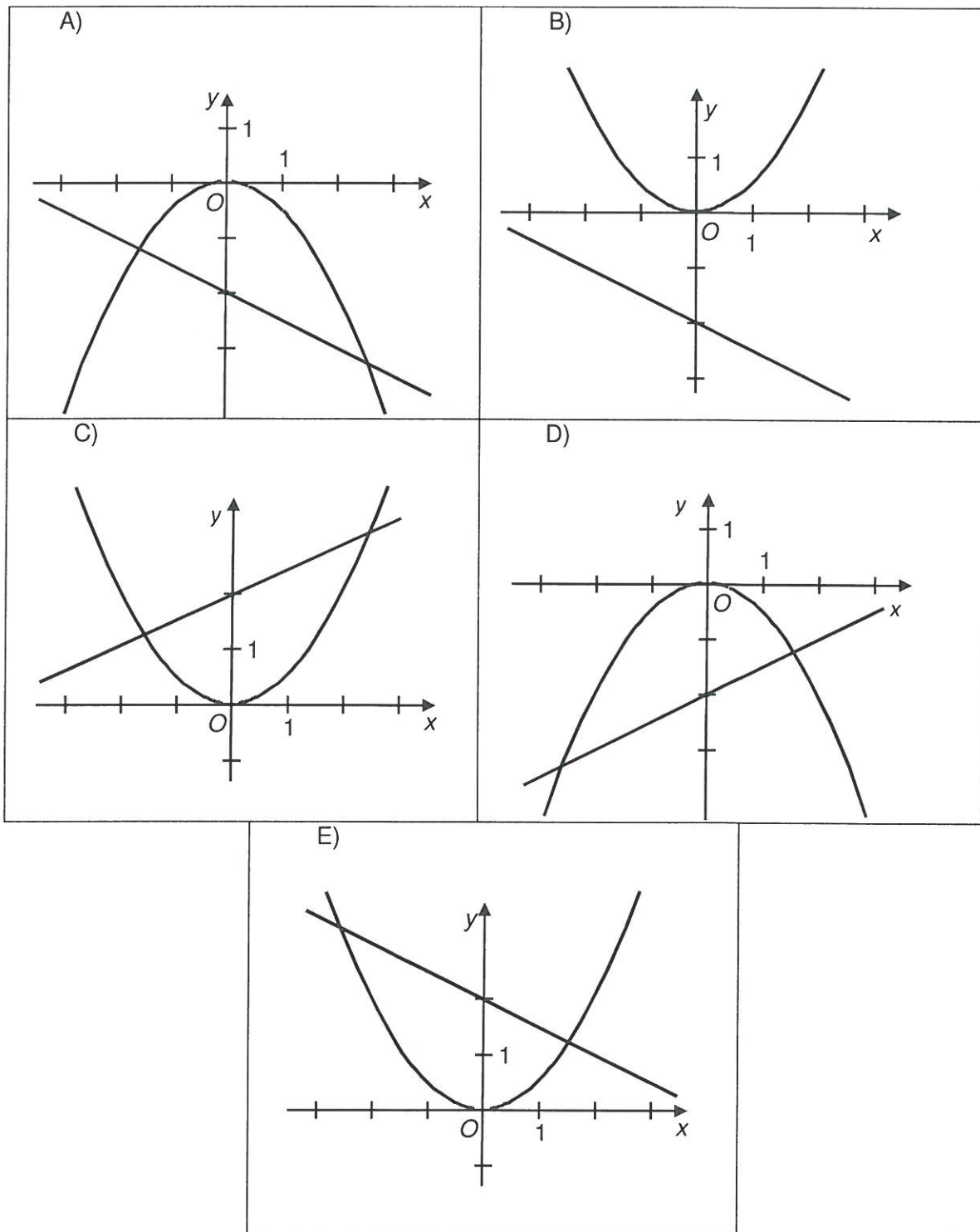
$g: y = 2 - 0,5x$

*→ otevřená se nahoru } B nebo E
→ je klesající, ~~že~~*

Průsečík z y [0;2]

Na kterém z obrázků A – E jsou správně sestrojeny grafy obou funkcí?

(E)



9 Přiradte ke každému předpisu funkce (9.1–9.4) odpovídající graf funkce (A–F).

9.1 $y = 4^x$

D

9.2 $y = \frac{4}{x}$

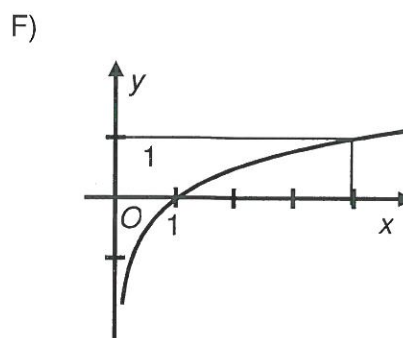
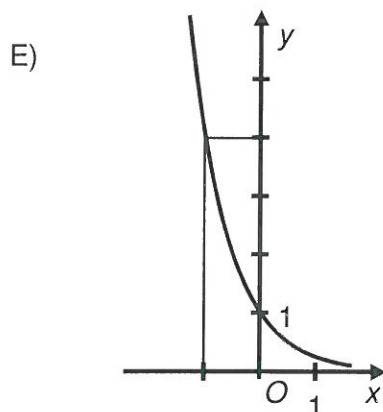
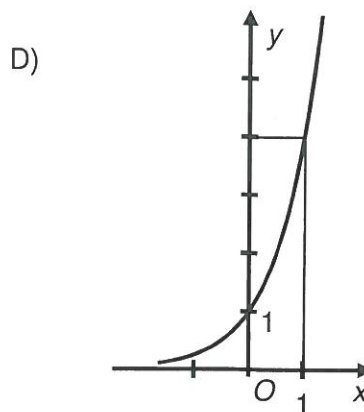
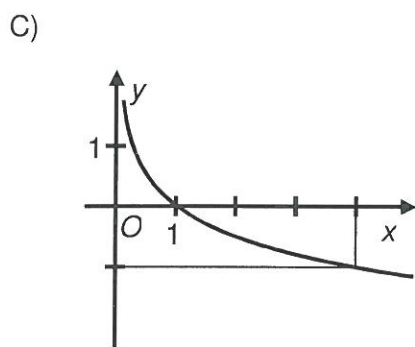
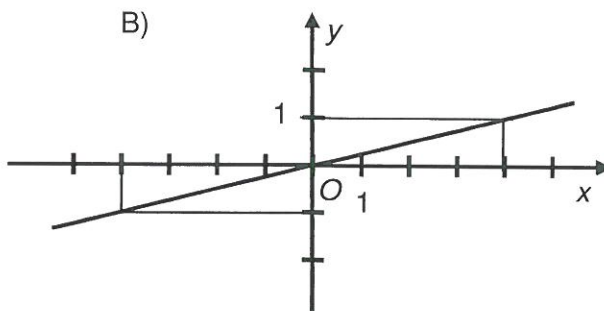
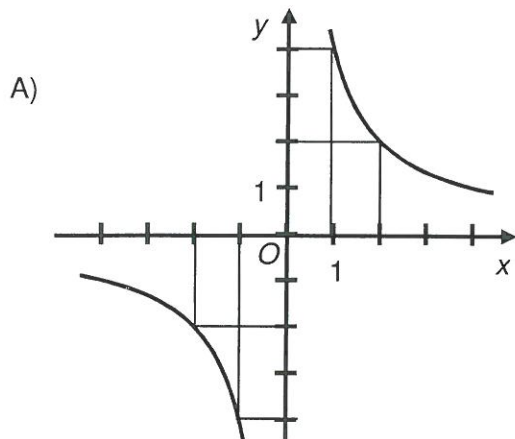
A

9.3 $y = \frac{x}{4}$

B

9.4 $y = \log_4 x$

F



5. Posloupnosti a finanční matematika

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 1–2

Vzorec pro n -tý člen posloupnosti je:

$$a_n = 5n - 3, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

(CERMAT)

1 Vypočtete rozdíl:

$$a_{n+1} - a_n =$$

2 Určete, kolikátý člen posloupnosti je jedenáctkrát větší než druhý člen, tj.

$$a_n = 11a_2.$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 3–5

Aritmetická posloupnost obsahuje 50 členů, z nichž první tři jsou -140 ; -132 ; -124 a poslední tři 236 ; 244 ; 252 .

$\begin{matrix} \text{"} & \text{"} \\ a_1 & a_2 \end{matrix}$ (CERMAT)

3 Vypočtete dvacátý člen posloupnosti.

$$d = a_2 - a_1 = 8$$

$$\boxed{a_{20} = a_1 + 19d = -140 + 152 = 12}$$

4 Vypočtete součet všech 50 členů posloupnosti:

$$-140 + (-132) + (-124) + \dots + 236 + 244 + 252 =$$

$$\boxed{S_{50} = 50 \cdot \frac{a_1 + a_{50}}{2} = \frac{252 - 140}{2} \cdot 50 = 2800}$$

5 Určete, kolikátým členem posloupnosti je číslo 100.

$$100 = a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$100 = -140 + (n-1) \cdot 8$$

$$\frac{240}{8} = n-1$$

$$\underline{n = 31}$$