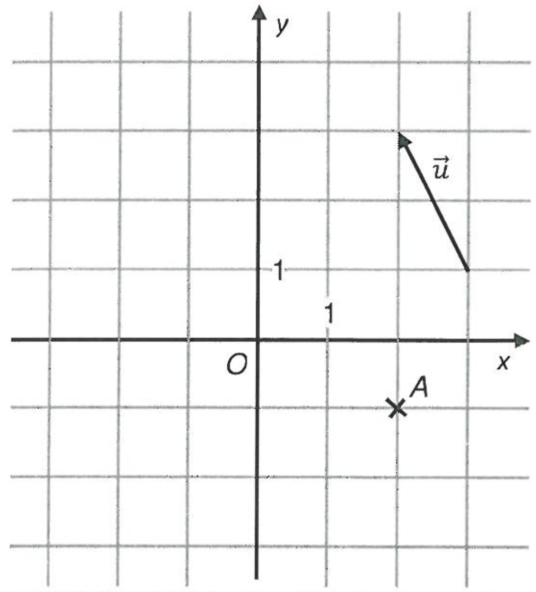
3 Body $A[-5; 2]$ a $B[0; -5]$ jsou sousedními vrcholy čtverce $ABCD$.

Vypočtěte obsah čtverce $ABCD$. $\overrightarrow{AB} = (5; -7)$ $S = |\overrightarrow{AB}|^2 = 25 + 49 = 74$

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 4



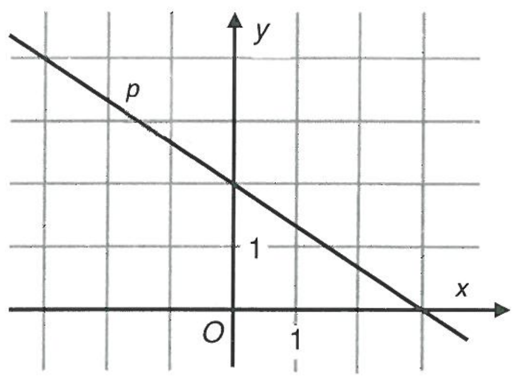
(CERMAT)

4 Přímka p je určena bodem A a směrovým vektorem $\vec{u}$.

4.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte přímku p.

4.2 Napište souřadnice průsečíku $P[x; y]$ přímky p se souřadnicovou osou y.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 5

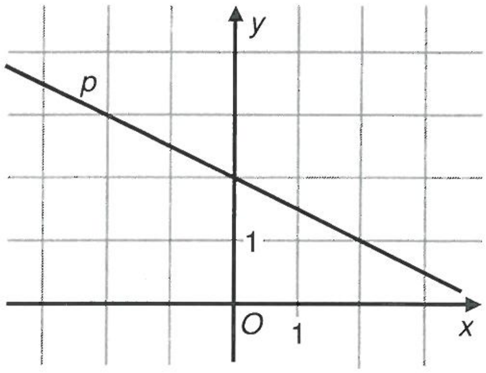


(CERMAT)

5 **Určete rovnici přímky p (směrnicový nebo obecný tvar) umístěné v kartézské soustavě souřadnic Oxy.**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je umístěna přímka p.



(CERMAT)

9 **Která rovnice určuje přímku** p?

A) $2x - y + 2 = 0$

B) $x - 2y + 4 = 0$

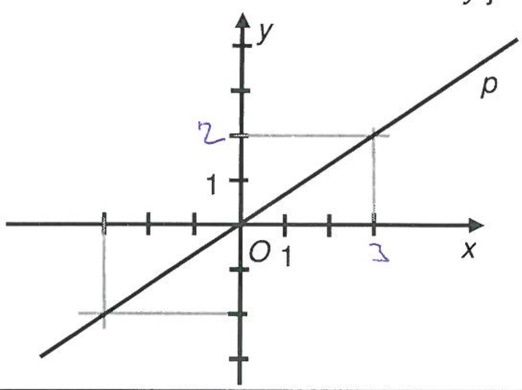
C) $x - 4y - 2 = 0$

D) $x + 2y - 4 = 0$

E) $2x + y - 2 = 0$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojena přímka p.



(CERMAT)

10 **Která z uvedených přímek** a, b, c, d, e **je kolmá k přímce** p? $\vec{u}_p = (3; 2)$

A) a: $2x - 3y + 7 = 0$

B) b: $2x + 3y - 7 = 0$

C) c: $2x - 3y - 7 = 0$

D) d: $3x - 2y - 7 = 0$

E) e: $3x + 2y + 7 = 0$

9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

V kódu je na prvním místě jedno z písmen A, B, C nebo D. Na dalších dvou pozicích je libovolné dvojciferné číslo od 11 do 45. (Existují např. kódy B22, A45 apod.)

(CERMAT)

1 Určete počet všech takto vytvořených kódů.

---

2 Určete neznámé číslo k, jestliže platí:

$100! = k \cdot 98!$

---

3 Určete neznámé číslo m, jestliže platí: $2^8 \cdot 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ $\boxed{m = 8}$

$m! \cdot 2^8 = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16$ // $8! = 7! \cdot 8 = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

$= 2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2^4 \Rightarrow m \leq 8$ $7! = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Cesta prochází několika křižovatkami. Na každé křižovatce je možné zahnout doleva (L), doprava (P), nebo pokračovat v přímém směru (S). Průjezd **dvěma** křižovatkami je možné zapsat dvojicí znaků, např. PP.

(CERMAT)

4 Kolika možnými způsoby lze projet dvěma křižovatkami?

A) 9

B) 8

C) 6

D) 5

E) 4

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Dětské soutěže se pravidelně účastní malí i velcí chlapci a malá i velká děvčata.

Pravděpodobnost, že zvítězí dívka, je 0,6. Pravděpodobnost, že zvítězí malá dívka, je 0,4. Malý chlapec zvítězí s pravděpodobností 0,3. Jen občas zvítězí velký chlapec.

(CERMAT)

8 Přiřaďte ke každé otázce (8.1–8.4) správnou odpověď (A–F).

8.1 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí chlapec (malý nebo velký)? ____

8.2 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí velká dívka? ____

8.3 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí malé dítě (chlapec nebo dívka)? ____

8.4 Jaká je pravděpodobnost, že **nezvítězí** malá dívka? ____

A) 0,2 B) 0,3 C) 0,4 D) 0,5 E) 0,6 F) 0,7

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

V osudí jsou 2 bílé a 3 černé koule. Koule se vytahují po jedné a do osudí se nevracejí.

(CERMAT)

9 Přiřaďte ke každému jevu (9.1–9.3) pravděpodobnost (A–E), s níž může nastat.

9.1 První tažená koule bude bílá. B

9.2 První dvě tažené koule budou černé. $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$ E

9.3 V první tažené dvojici koulí budou zastoupeny obě barvy. D

A) $\frac{2}{3}$

$\check{B}, \check{C} + \check{C}, \check{B}$

B) $\frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{6+6}{20}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

C) $\frac{9}{25}$

D) $\frac{3}{5}$

E) $\frac{3}{10}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Součet dvaceti položek je 6 000 korun. Po odebrání dvou položek v **celkové** hodnotě 960 korun se průměrná hodnota položky změní.

(CERMAT)

10 Vypočtěte, o kolik korun se změní průměrná hodnota.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 11

V obchodním centru zákaznice testovaly tři druhy parfémů A, B, C. Svůj hlas mohly dát pouze jednomu z parfémů. Některé zákaznice se nedokázaly rozhodnout. Preference zákaznic jsou zaznamenány v tabulce.

	A	B	C	nerozhodnuté	Celkem
Četnost	40			20	200
Relativní četnost		20 %			

(CERMAT)

11 Vypočtěte, kolik zákaznic preferovalo vítězný parfém.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOHÁM 12–13

Celkem 20 studentů psalo dva závěrečné testy A a B.
V tabulce jsou uvedeny výsledky testů, chybí pouze počet jedniček a dvojek v testu B.

	Známky				Počet žáků	Průměr	Medián	Modus
	1	2	3	4				
	Četnost známek							
Test A	3	8	9	0	20			
Test B			9	2	20			

(CERMAT) 10. a 11. v pořadí!

2

3 (nejvíce výskytů)

12 Určete medián a modus známek z testu A.

13 V obou testech bylo dosaženo stejné průměrné známky.

Vypočtěte průměrnou známku z testu A a počet jedniček v testu B.

$$\frac{3+8\cdot 2+9\cdot 3}{20}=\frac{46}{20}=\underline{\underline{2{,}3}}=\frac{x+2(9-x)+9\cdot 3+2\cdot 4}{20}=\frac{53-x}{20}$$

$$46=53-x$$

$$\underline{x=7}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Divadlo nabízí pro každé představení celkem 220 vstupenek po 300 korunách a 80 vstupenek po 500 korunách. Během deseti představení bylo šestkrát zcela vyprodáno a čtyřikrát se neprodala právě polovina dražších lístků.

(CERMAT)

14 Jaká je průměrná tržba na jedno z deseti představení?

A) 98 000 Kč

B) 97 000 Kč

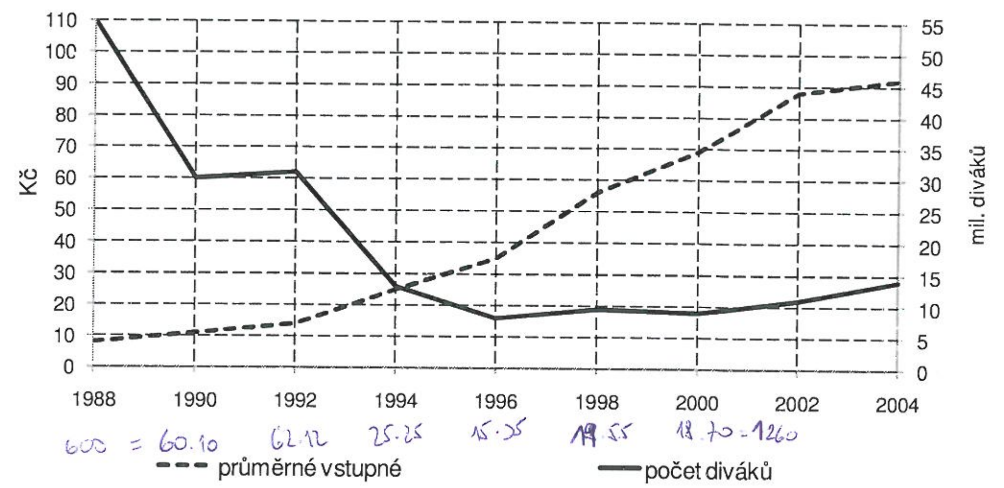
C) 96 000 Kč

D) 95 000 Kč

E) jiná tržba

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

V grafu jsou uvedeny průměrné počty filmových diváků v milionech (sledujte na ose vpravo) a průměrná výše vstupného do kina v době od r. 1988 do r. 2004 (sledujte na ose vlevo). Návštěvnost klesala, ale vstupné se průběžně zvyšovalo.



(CERMAT)

15 Průměrná roční tržba za vstupné do kina se od roku <u>1990</u> do roku <u>2000</u>:

A) v podstatě nezměnila.

B) zvýšila jen velmi mírně, nejvýše o 20 %.

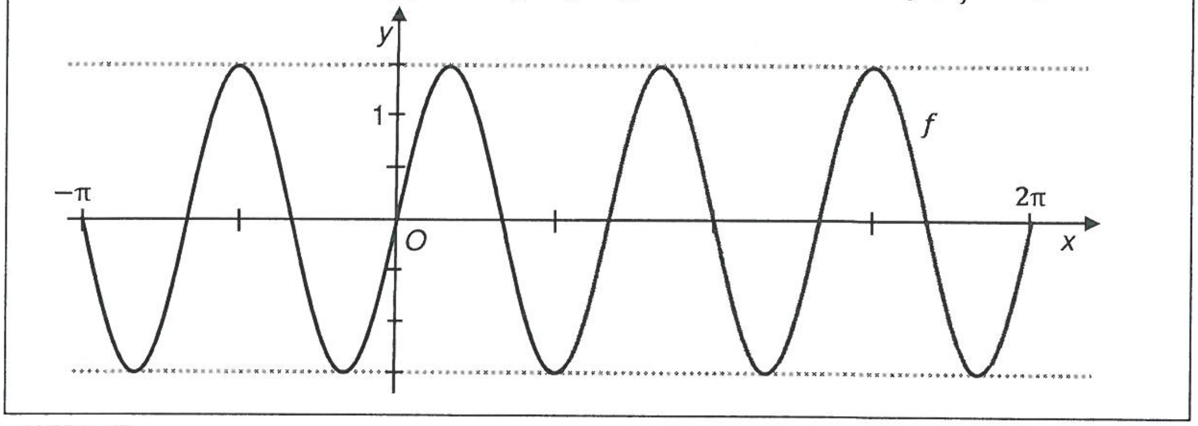
C) zhruba zdvojnásobila.

D) zvýšila téměř pětkrát.

E) zvedla více než o 500 %.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf goniometrické funkce f ($\mathrm{D}_f = \mathbf{R}$).



(CERMAT)

max. 2 body

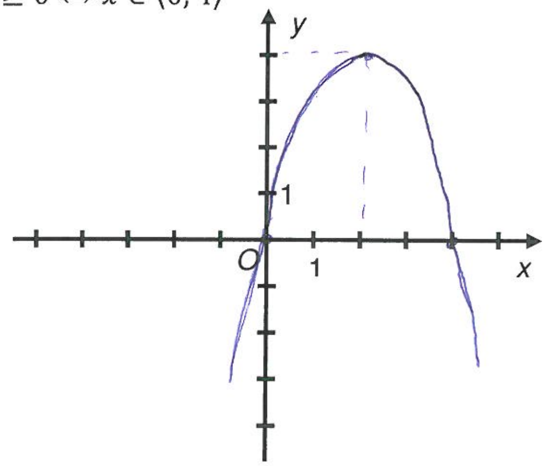
6 Zapište předpis funkce f.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Pro kvadratickou funkci f platí:

definiční obor je $\mathrm{D}_f = \mathbf{R}$; obor hodnot je $\mathrm{H}_f = (-\infty;\ 4\rangle$

$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \langle 0; 4\rangle$



(CERMAT)

max. 3 body

7

7.1 Sestrojte graf funkce f.

V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou.**

7.2 Zapište souřadnice vrcholu V grafu funkce f. $V[2;4]$

7.3 Uveďte předpis funkce f.

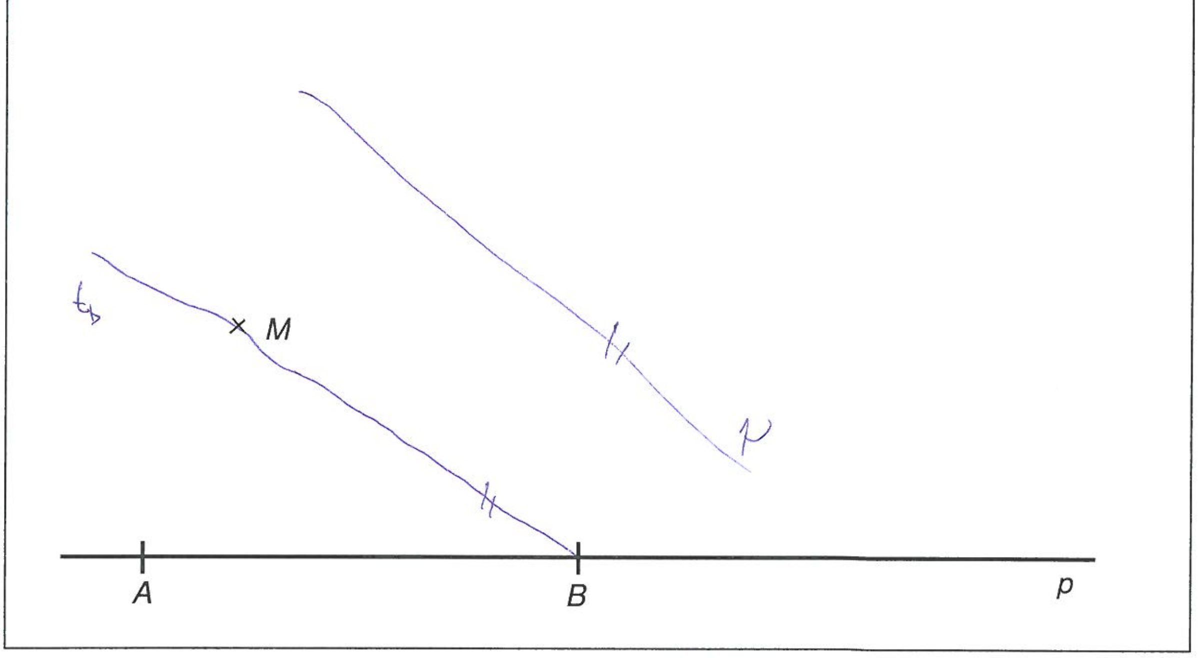
$y = a(x-2)^2 + 4$ $y = -(x-2)^2 + 4 = -x^2 + 4x$

$[0;0]:$ $0 = a \cdot 4 + 4$

$-1 = a$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna přímka p, na ní dva různé body A, B a bod M, který na přímce p neleží.



(CERMAT)

max. 4 body

8

8.1 V polorovině pM najděte vrchol C trojúhelníku ABC s vnitřním úhlem $\gamma = 45°$ při vrcholu C, jestliže bod M leží na těžnici t_c (těžnice z vrcholu C).

Proveďte náčrtek, rozbor a konstrukci.

8.2 V polorovině pM najděte vrchol C^* trojúhelníku ABC^* s vnitřním úhlem $\gamma = 45°$ při vrcholu C^*, jestliže bod M leží **uvnitř** trojúhelníku na těžnici t_b (těžnice z vrcholu B).

Proveďte náčrtek, rozbor a konstrukci.

V záznamovém archu používejte rýsovací potřeby a obtáhněte **konstrukci propisovací tužkou**.

8.1) $C \in \{X;\ |\sphericalangle AXB| = 45°\}$ ... ekvigonála

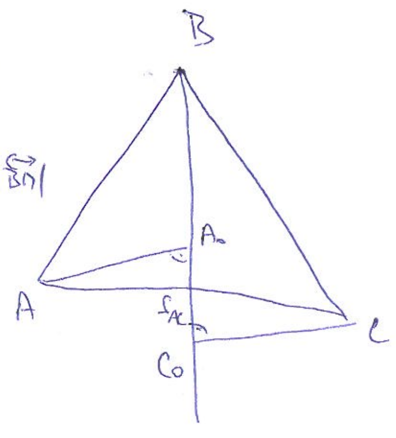
$C \in \overrightarrow{S_{AB}M}$

8.2) $H_{A;2}(S_{AC}) = C$

$H_{A;2}(\overleftrightarrow{BM}) = p$ $\Big\}$ $C \in p$

$p \parallel \overleftrightarrow{BM}$

$|p\,\overleftrightarrow{BM}| = |A\,\overleftrightarrow{BM}|$



$\triangle AS_{AC}A_0 \cong \triangle CS_{AC}C_0$ (usu)

$\Rightarrow |AA_0| = |CC_0| \Rightarrow$ body A a C jsou stejně vzdáleny od $\overleftrightarrow{BS_{AC}}$

2 body

16 V aritmetické posloupnosti platí:

$a_3 + a_4 = a_5$

$a_3 = 8$

Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) $a_1 + a_2 + a_3 = 0$

B) $a_2 + a_3 + a_4 = 24$

C) $a_2 + a_3 = 8$

D) $a_2 + a_3 < a_4$

E) $a_4 + a_5 < a_6$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Pětimístné přirozené číslo je sestaveno z pěti různých číslic. Uprostřed je vždy číslice 6. Všechny číslice jsou seřazeny sestupně, tedy od největší po nejmenší.

(Daným podmínkám vyhovují např. čísla 97650 a 87631.)

(CERMAT)

2 body

17 **Kolik různých čísel je možné uvedeným způsobem sestavit?**

A) 324

B) 180

C) 45

D) 36

E) 18

_ _ 6 _ _

9, 8, 7 5, 4, 3, 2, 1, 0

$\binom{3}{2} \cdot \binom{6}{2}$

$3 \cdot 15 = \underline{45}$

2 body

21 **Jaký je definiční obor výrazu $\sqrt{\frac{2x+4}{x-2}}$ s reálnou proměnnou x?**

A) $\langle -2;\ 2)$

B) $(-\infty;\ -2\rangle$

C) $(2; +\infty)$

D) $(-\infty;\ -2) \cup (2; +\infty)$

E) jiná množina

$\frac{2x+4}{x-2} \geq 0$

$-2 \qquad 2$

$+ \qquad - \qquad +$

$D(f) = (-\infty; -2\rangle \cup (2; \infty)$

---

2 body

22 Vzdálenost obrazů komplexních čísel z_1, z_2 v Gaussově rovině je 10. Dále platí: $z_1 = -2$, $z_2 = 2 + b\mathrm{i}$, kde $b \in \mathbf{R}$, i je imaginární jednotka.

Který z následujících zápisů je správný?

A) $2 + b\mathrm{i} = 8$

B) $|4 + b\mathrm{i}| = 10$

C) $|4 + b| = 10$

D) $|4 - b| = 10$

E) $\sqrt{4 + b^2} = 8$