Jednoduchá válcová zobrazení

Matematická kartografie

Úvod

Dnes používaná poměrně často. Už to vypadalo, že ztrácejí význam.

1) Webové mapy. Umožňují zobrazit Zemi na nekonečný pás. Např. Mapy.cz nebo Google Maps.

2) Pravidelná ortogonální síť se hodí např. u rastrových dat, pro tvorbu kladu mapových listů apod.

Osnova

1. Základní vztahy a vzorce
2. Ekvidistantní zobrazení
3. Ekvivalentní zobrazení
4. Konformní zobrazení
5. Šikmá poloha válcového zobrazení

1

ZÁKLADNÍ VZTAHY A VZORCE

Základní vztahy a vzorce

$$x = f(U)$$
$$y = f(V)$$

Z elipsoidu či koule do roviny. Častěji koule – ve vzorcích U, V, R.

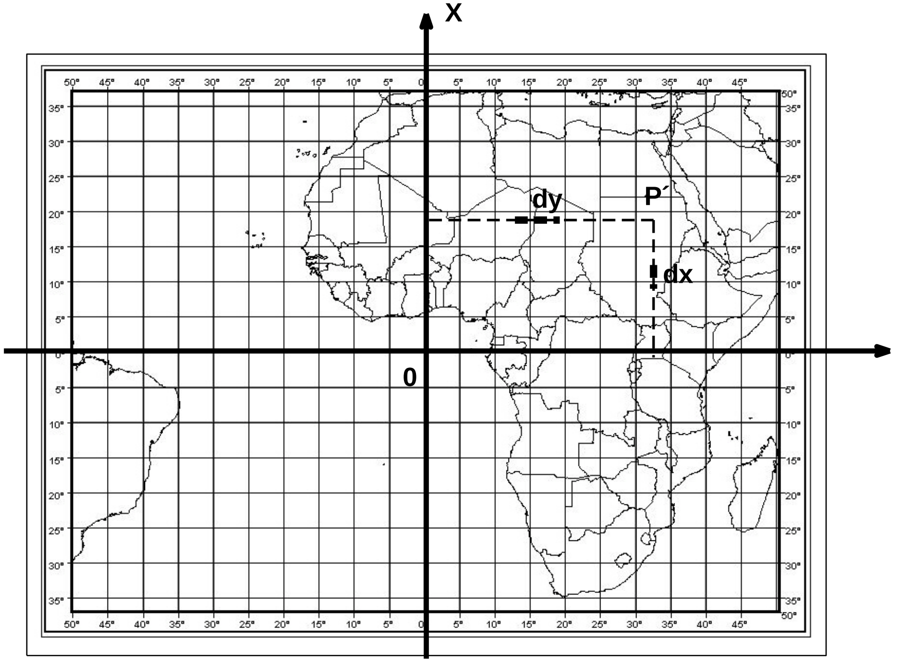
V případě použití elipsoidu?

V případě kartografických souřadnic?

Vzdálenost mezi obrazy poledníků je (při konstantním rozdílu V) konstantní.

$$y = nV$$

n – konstanta,
upřesnění později

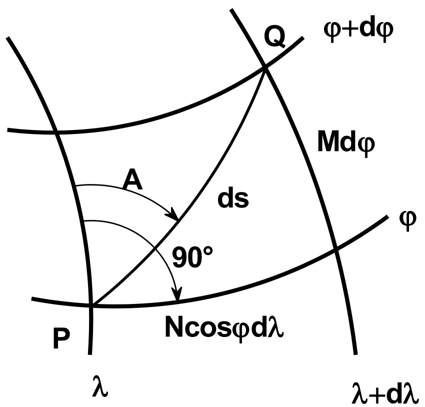


Vzorce dle zvyklostí matematické kartografie = x směřuje nahoru a y doprava. Počátek souřadnic bývá na rovníku a hlavní poledník se určuje tak, aby byl uprostřed mapového obrazu.

Základní vztahy a vzorce

- Podobně jako všechna jednoduchá zobrazení – úhel mezi rovnoběžkou a poledníkem je vždy 90°.
- Obrazy poledníků a rovnoběžek tvoří vzájemně ortogonální soustavu rovnoběžných přímek, ve kterých leží směry hlavních paprsků zkreslení.
- Platí to pro zeměpisnou síť (pólová poloha) nebo kartografické poledníky a rovnoběžky (příčná či obecná poloha).
- Obraz pólu: musel by být úsečka, nezobrazí se.

Základní vztahy a vzorce



$$m_p = \frac{dx}{RdU}$$

$$m_r = \frac{dy}{R\cos U dV}$$

dosazení

$$y = nV$$

$$m_r = \frac{n}{R\cos U}$$

$$m_{pl} = m_p m_r$$

$$\sin\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{m_r - m_p}{m_r + m_p}$$

- **Rovnice zkreslení** jsou funkcemi U a x, V nemá vliv.
- Ekvideformáty budou přímky rovnoběžné s osou y (= rovnoběžka).
- Hlavní paprsky zkreslení leží v obrazu rovnoběžek a poledníků.

Základní vztahy a vzorce

$x = f(U)$ $\quad$ $y = nV$

- **Rovnice zobrazovací** závisí na hodnotě konstanty n a tvaru funkce x=f(U).
- Pro n potřebujeme určit, zda se bude nezkreslovat rovník nebo nějaká jiná rovnoběžka.

U_0 se nezkresluje:

$$m_{r_0} = \frac{n}{R\cos U_0} = 1$$

z toho plyne:

pro rovník: $n = R$

pro jinou rovnoběžku: $n = R\cos U_0$

Je li nezkreslena jiná rovnoběžka než rovník, tak se změní obraz zeměpisné sítě. Jak?

Obraz se zúží. Proč?

Nezkreslená rovnoběžka je kratší než rovník a rovník se tak zkrátí.

2

EKVIDISTANTNÍ ZOBRAZENÍ

Ekvidistantní zobrazení

1. zobrazovací rovnici zjistíme z podmínky:

$$m_p = \frac{dx}{RdU} = 1 \qquad dx = RdU \qquad \int_0^x dx = R\int_0^U dU \qquad \boxed{x = RU}$$

2. zobrazovací rovnice platí pro všechny jednoduchá válcová zobrazení:

$$\boxed{y = nV}$$

Lze odvodit zobrazení ekvidistantní v rovnoběžkách?

- Jednoduché válcové zobrazení může být ekvidistantní pouze v polednících. Proč?
- Nelze pro rovnoběžky, každá je jinak dlouhá.
- Mohu jen vybrat rovnoběžku, která se nezkreslí.

Ekvidistantní zobrazení

$$y = nV$$

Pro 2. zobrazovací rovnici a pro rovnice zkreslení:

- n se určí podle nezkreslené rovnoběžky/rovnoběžek:
  - pro obecnou rovnoběžku – síť bude obdélníková
  - pro rovník (cos 90°) – síť bude čtvercová

$$n = R\cos U_0$$

$$n = R$$

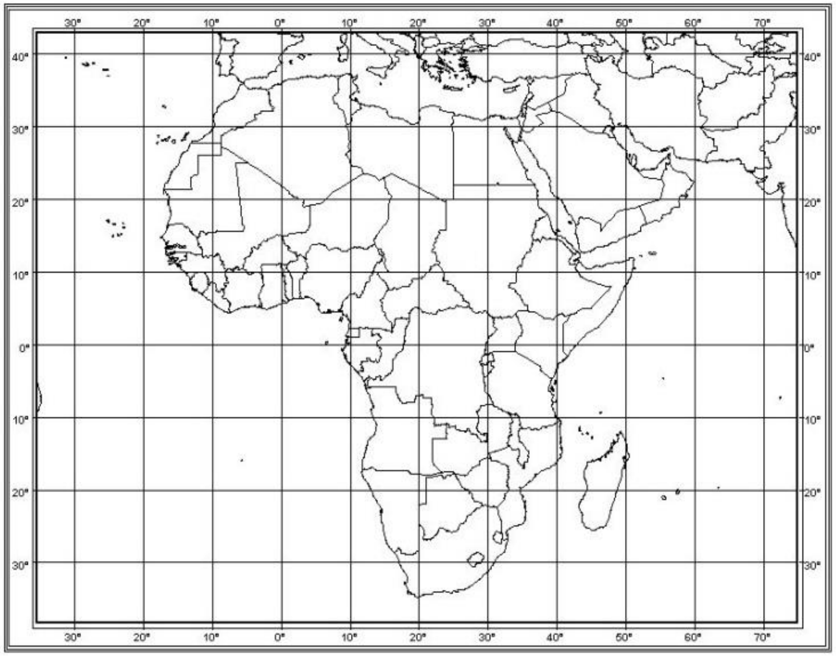
rovnice zkreslení:

$$m_p = 1$$

$$m_r = m_{pl} = \frac{n}{R\cos U}$$

$$\sin\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{n - R\cos U}{n + R\cos U}$$

Ekvidistantní zobrazení

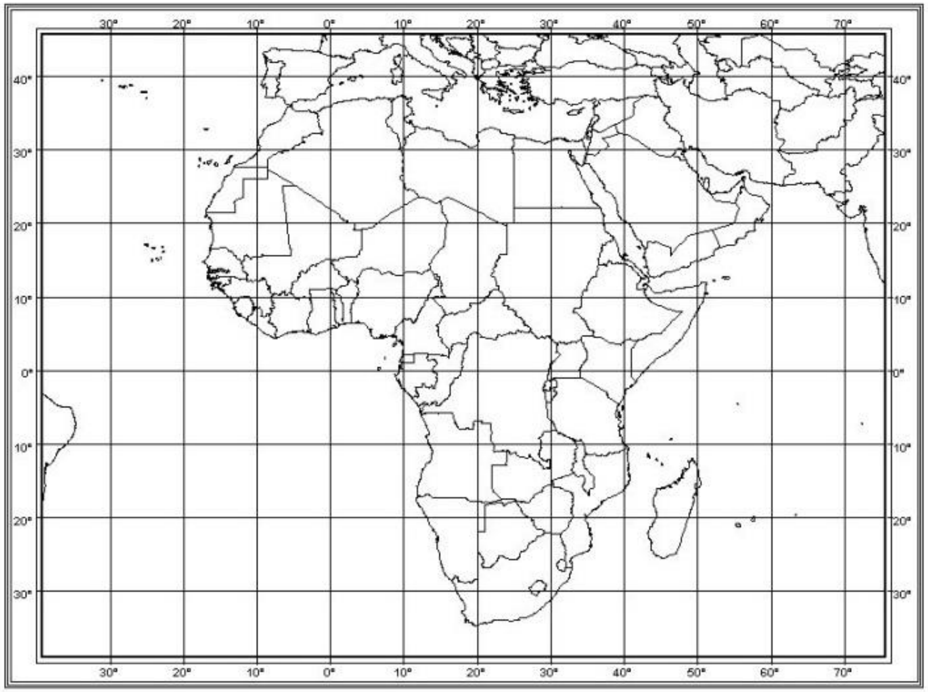


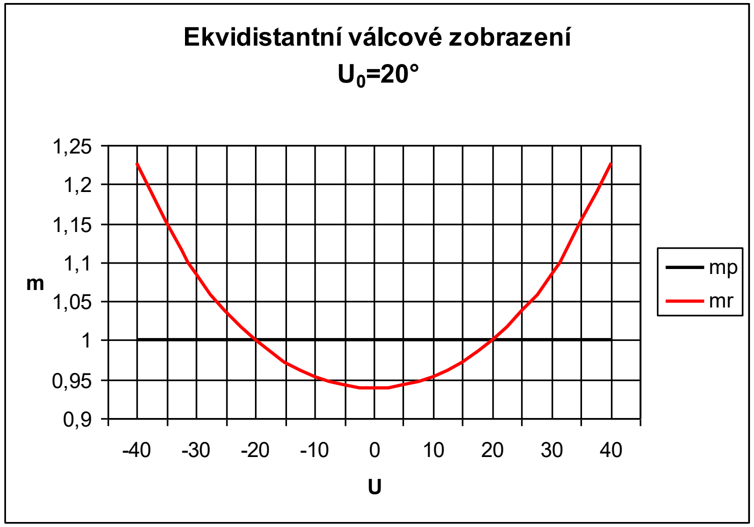
$$n = R$$

Nezkreslený rovník = čtvercová síť – čtvercová mapa

- Nazýváno též Plate Carrée nebo Marinovo

Ekvidistantní zobrazení





$$n = R \cos U_0$$

Nezkreslená jiná rovnoběžka/rovnoběžky (např. U_0=+-20°) – obdélníková síť.

3

EKVIVALENTNÍ ZOBRAZENÍ

Ekvivalentní zobrazení

1. zobrazovací rovnici zjistíme z podmínky:

$$m_{pl} = m_p m_r = 1 \qquad \frac{dx}{RdU}\frac{n}{R\cos U} = 1 \qquad \int_0^x dx = \frac{R^2}{n}\int_0^U \cos U dU \qquad x = \frac{R^2}{n}\sin U$$

2. zobrazovací rovnice platí pro všechny jednoduchá válcová zobrazení:

$$y = nV$$

Pro 2. zobrazovací rovnici a pro rovnice zkreslení:
n se určí podle nezkreslené rovnoběžky:

- pro obecnou rovnoběžku $n = R\cos U_0$
- pro rovník $n = R$

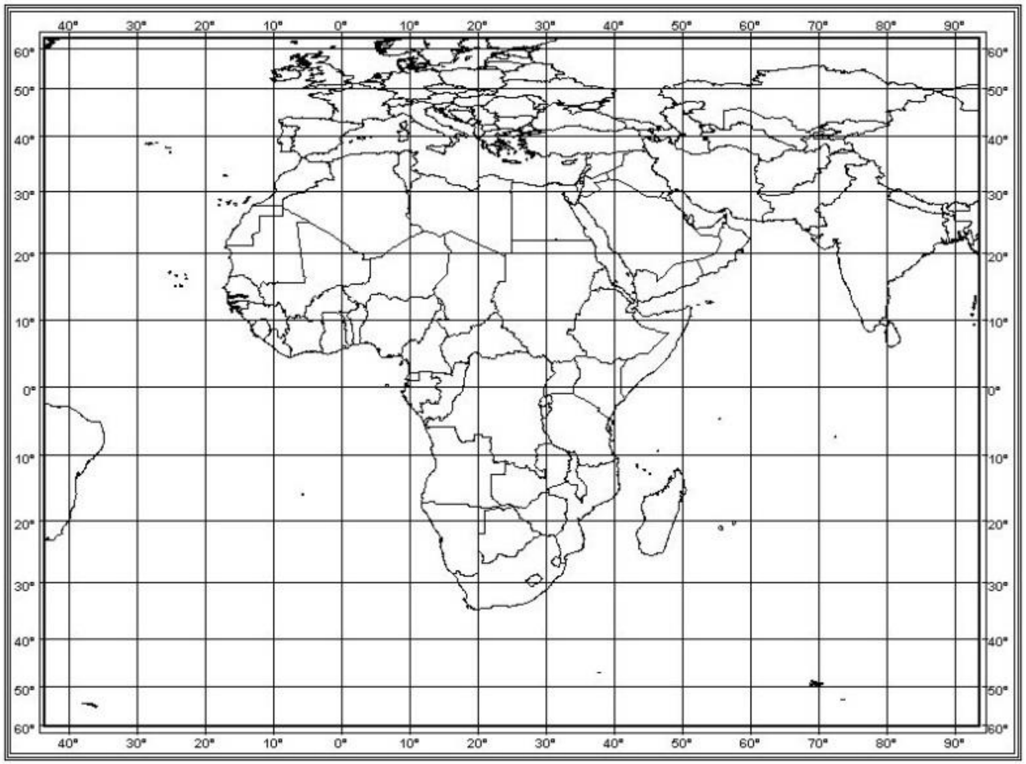
rovnice zkreslení:

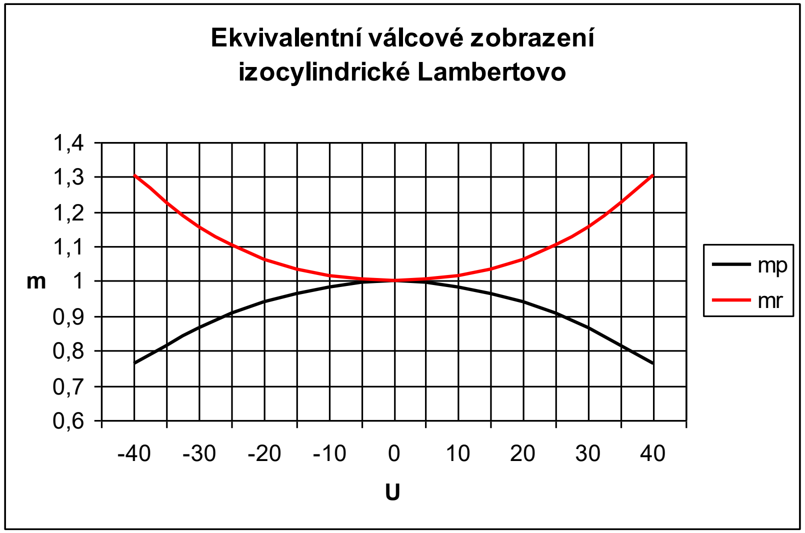
$$m_p = \frac{1}{m_r} = \frac{R\cos U}{n}$$

$$m_{pl} = 1$$

$$\sin\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{n^2 - R^2\cos^2 U}{n^2 + R^2\cos^2 U}$$

Ekvivalentní zobrazení

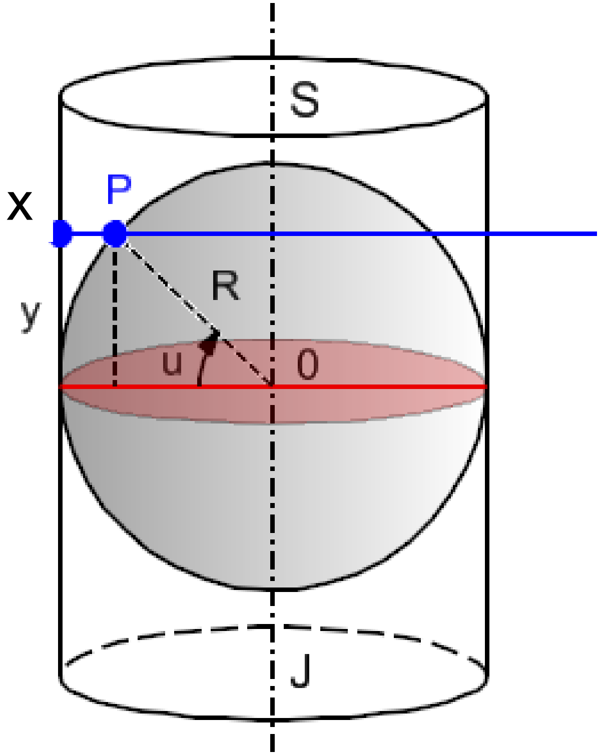




- Jakmile roste zkreslení v rovnoběžkách, tak klesá v polednících a naopak.
- Vlastností ekvivalentního válcového zobrazení je zmenšující se vzdálenost rovnoběžek s rostoucí zeměpisnou šířkou. Proč?
- Zobrazení Lambertovo – s nezkresleným rovníkem.

Ekvivalentní zobrazení

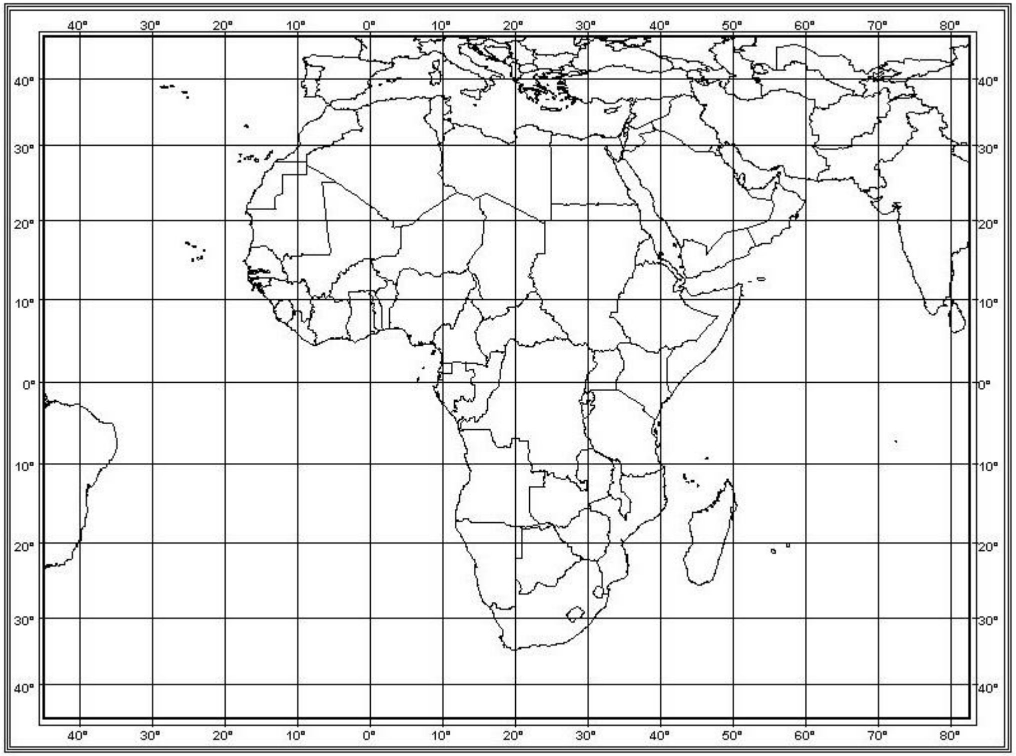
- Zobrazení Lambertovo – s nezkresleným rovníkem.
- Stejné zobrazení se dá odvodit i geometricky.
- Poté se nazývá Ortografická válcová projekce.
- Střed promítání v nekonečnu.
- O většině projekcí se budeme učit v rámci azimutálních zobrazení.

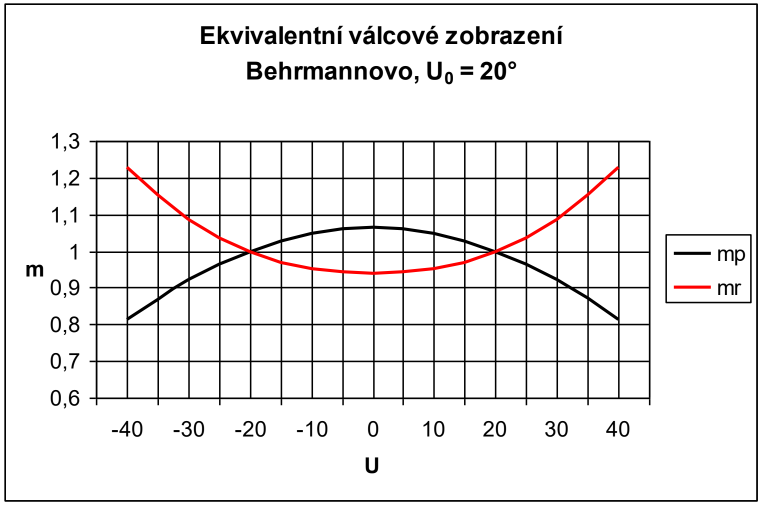


$$n = R$$

$$x = R \sin u$$
$$y = Rv$$

Ekvivalentní zobrazení





Zobrazení se dvěma nezkreslenými rovnoběžkami – Behrmannovo.

4

KONFORMNÍ ZOBRAZENÍ

Konformní zobrazení

Zachovává tvary a úhly, ale jen v diferenciálním okolí bodu.

1. zobrazovací rovnici zjistíme z podmínky:

$$m_p = m_r \qquad \frac{dx}{RdU} = \frac{n}{R\cos U} \qquad \int_0^x dx = n\int_0^U \frac{dU}{\cos U} \qquad x = nQ = n\ln tg\left(\frac{U}{2} + 45°\right)$$

2. zobrazovací rovnice platí pro všechny jednoduchá válcová zobrazení:

$$y = nV$$

Pro 2. zobrazovací rovnici a pro rovnice zkreslení:
n se určí podle nezkreslené rovnoběžky:

- pro obecnou rovnoběžku $n = R\cos U_0$
- pro rovník $n = R$

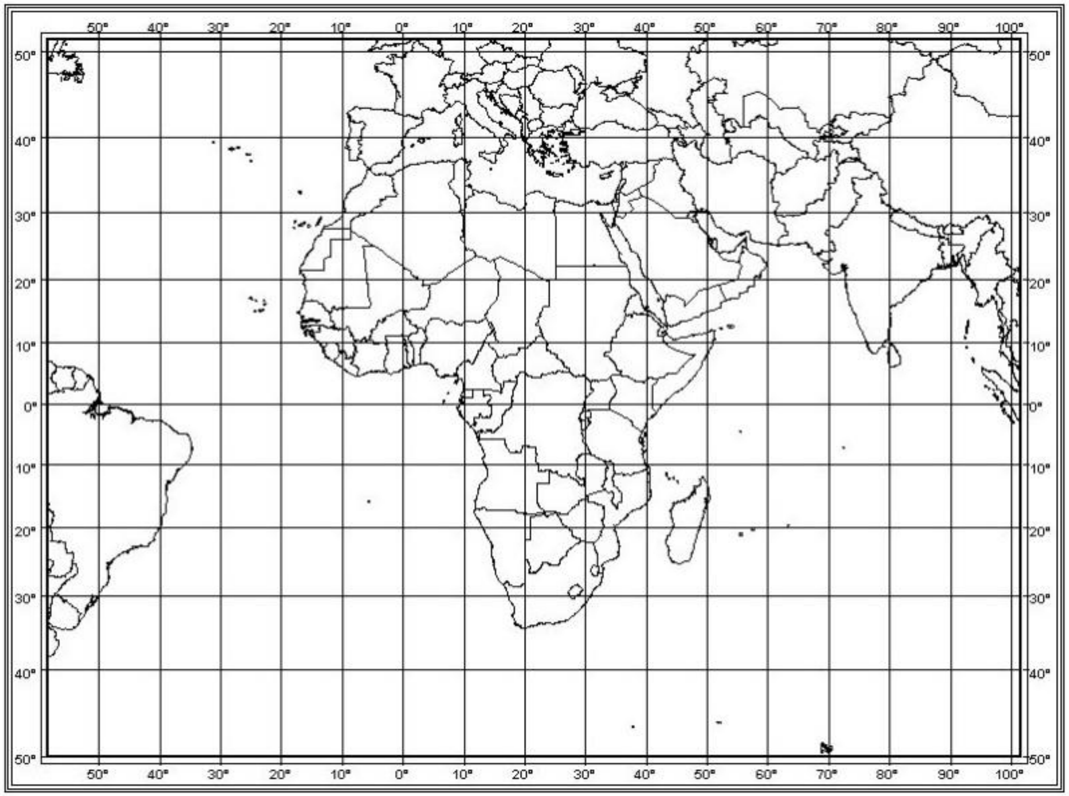
rovnice zkreslení:

$$m = \frac{n}{R\cos U}$$

$$m_{pl} = m^2$$

$$\Delta\omega = 0$$

Konformní zobrazení



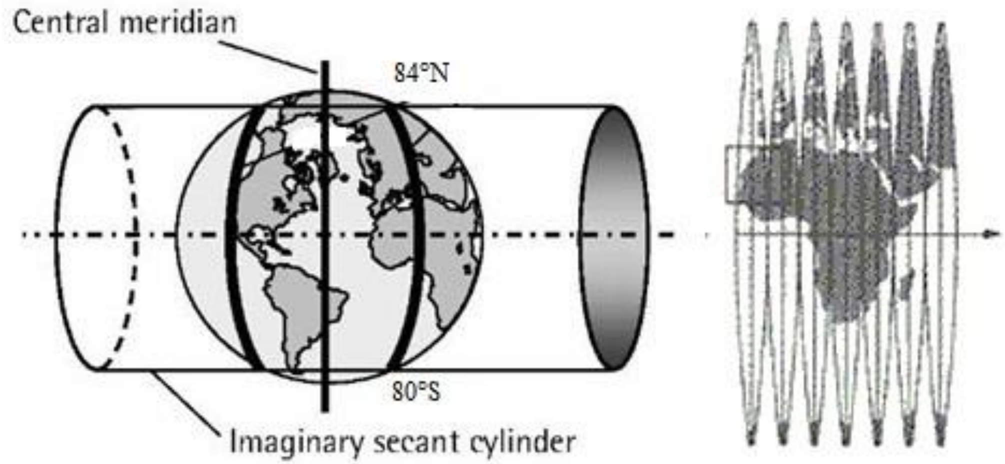
Zde 2 nezkreslené rovnoběžky.

- Grafy m_p a m_r jsou shodné.
- Zvětšování vzdálenosti rovnoběžek směrem k oběma pólům.
- Nezobrazí se pól, protože tg 90° = nekonečno.

- Mercatorovo zobrazení (16. stol.) – doba námořních výprav.
- Loxodromy se zobrazují jako přímky.

Universal Transverse Mercator

- Mercatorovo zobrazení není UTM! Ale je základem pro UTM.
- Také válcové, také konformní.
- Ale z elipsoidu.
- Transverse = „příčný“. Pootočeno do příčné polohy.
- Kartografický rovník je v poledníku, lze zvolit, který poledník bude nezkreslený.
- Zobrazení vyhovuje v místě okolo daného poledníku - a asi 10 stupňů na západ a na východ.
- Národní systémy jsou často založeny na tomto zobrazení.
- Liší se jen nastavením nezkresleného poledníku.
- Více o UTM později - v rámci Gaussova zobrazení.



Konformní válcové zobrazení ve webových službách

- Konformní válcové zobrazení v normální (pólové) poloze s nezkresleným rovníkem.
- Zpravidla z referenčního elipsoidu WGS84.
- Poledníky jsou vzdálené všechny stejně. Rovnoběžky se od sebe vzdalují čím dál více. Ale to až tak nevadí. Proto se používá ve webových službách - např. Google Maps, ESRI ArcGIS Online, Mapy.cz, OSM...
- Pozor, není to UTM!
- Pojmenování - Web Mercator, WGS 84 Web Mercator, WGS 1984 Web Mercator (Auxiliary Sphere), Pseudo-Mercator…
- Varianty je nutné rozlišovat.

zobrazovací rovnice:

$$x = a \ln tg\left(\frac{\varphi}{2} + 45°\right)$$

$$y = a\lambda$$

rovnice zkreslení:

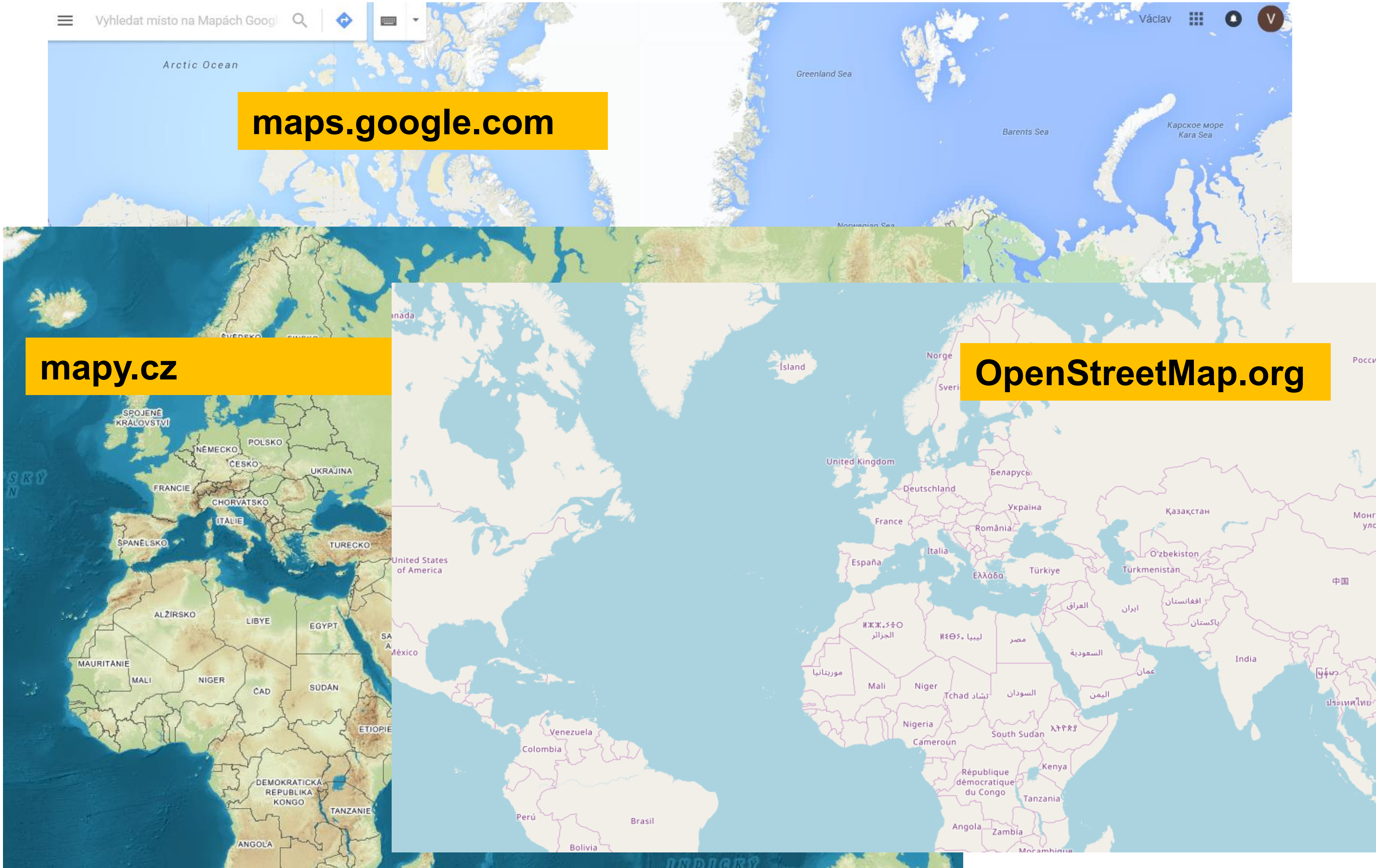
$$m = \frac{a}{a\cos\varphi}$$

$$m_{pl} = m^2$$

$$\Delta\omega = 0$$

a – velikost poloosy elipsoidu

Konformní válcové zobrazení ve webových službách

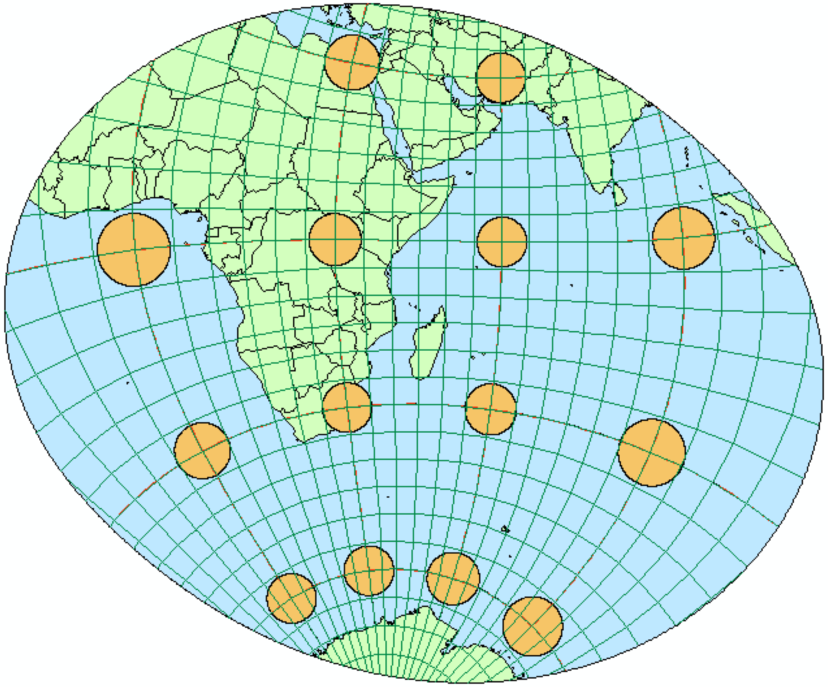


5

ŠIKMÁ POLOHA VÁLCOVÉHO ZOBRAZENÍ

Šikmá poloha válcového zobrazení

- Používá se pro státní mapová díla.
- Švýcaři mají také vlastní šikmý systém, ale na válci, ne na kuželu.
- Kartografické poledníky a rovnoběžky jsou rovné, ale zeměpisné se zkroutí do křivek.
- Musí se určit kartografický pól – např. ze známých zeměpisných souřadnic dvou bodů ležících na kartografickém rovníku.



Příklady šikmých válcových zobrazení v GIS:

- Laborde Oblique Mercator projection
- Hotine Oblique Mercator projection