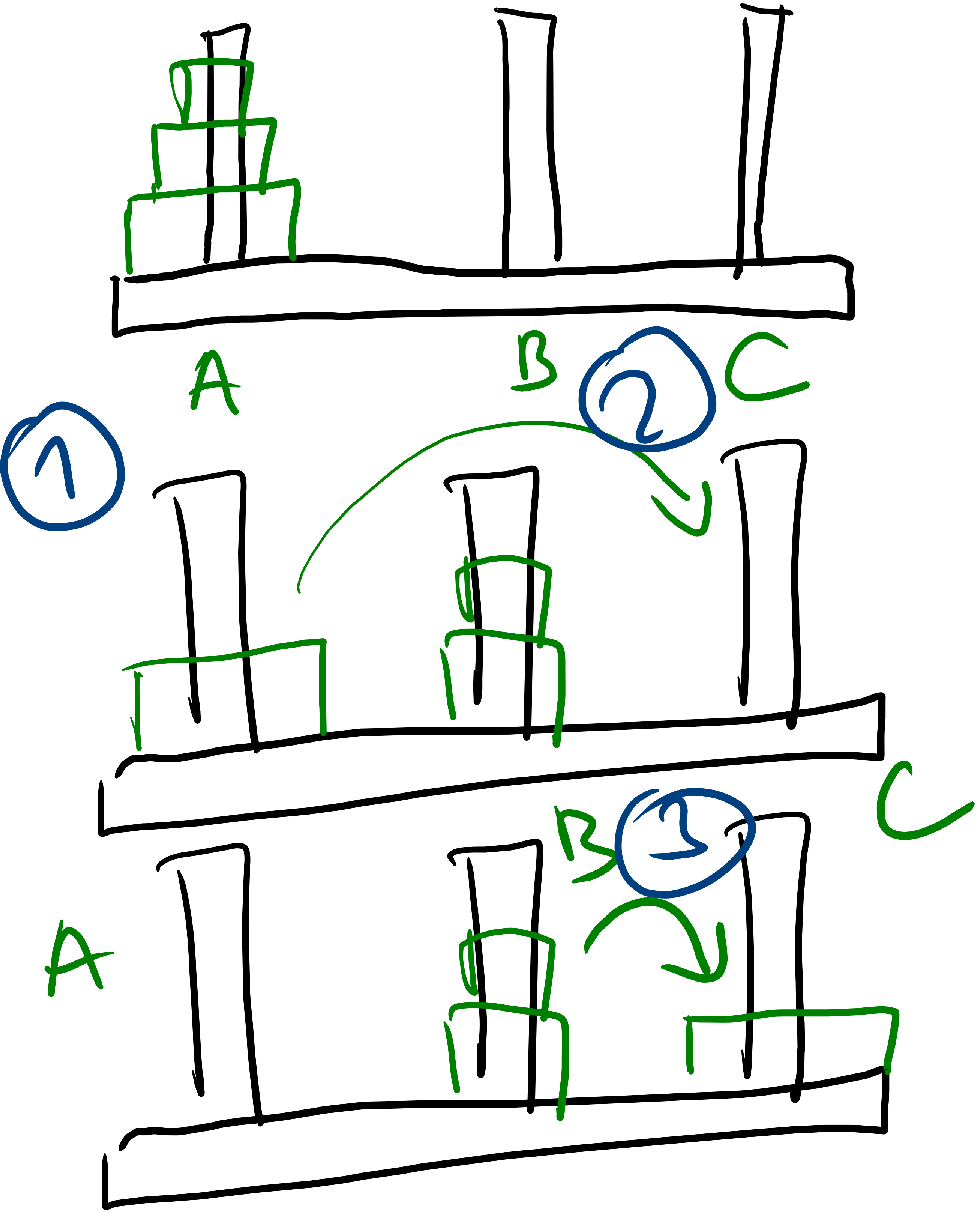
HANOISKÉ VĚŽE




```
HANOI(N):
    MOVE(A, C, B, N)

MOVE(SRC, DST, TMP, N):
    IF N ≥ 1:
        1 MOVE(SRC, TMP, DST, N-1)
        2 PRINT(f'MOVING {SRC} -> {DST}')
        3 MOVE(TMP, DST, SRC, N-1)
```

MOVE(A, C, B, 3) ->

-> MOVE(A, B, C, 2), PRINT A->C, MOVE(B, C, A, 2)

$T(0) = 0$

$T(1) = 1$

$T(2) = 3$

$\vdots$

$$\boxed{T(n) = T(n-1) + 1 + T(n-1) = 2T(n-1) + 1}$$

$T(n) = ?$

$$T(n) = 2(2T(n-2)+1) + 1 = 2(2(2T(n-3)+1)+1)+1 = \dots =$$

$$= 2^n \cdot T(0) + 2^{n-1} + \dots + 8 + 4 + 2 + 1 =$$

$$= \boxed{2^n T(0)} + \underbrace{2^{n-1} + \dots + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0}_{} =$$

$$T(n) = \underbrace{2^{n-1} + \ldots + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0}_{n} =$$

$$q = 2$$

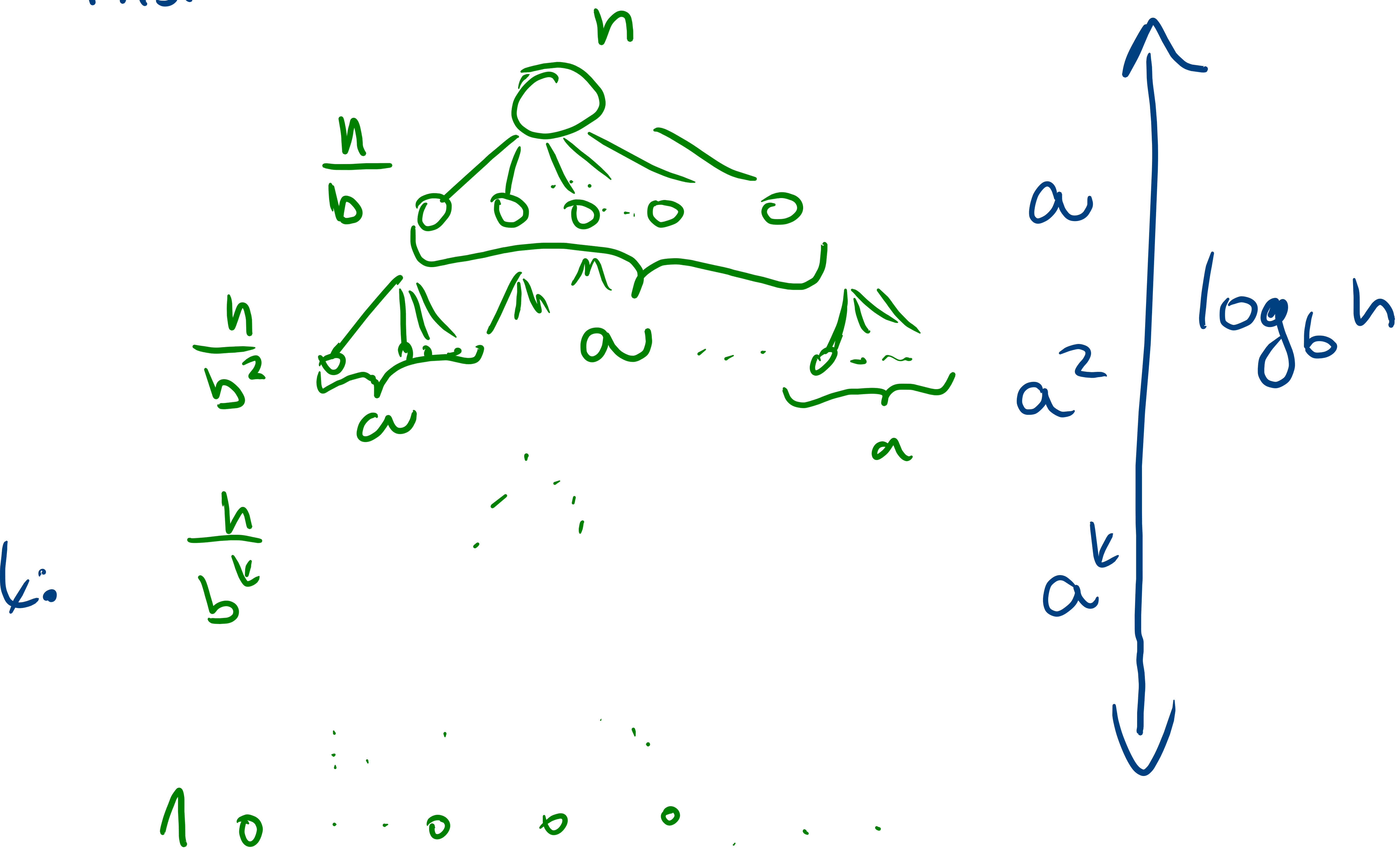
$$a_0 = 1$$

$$\boxed{S = a_0 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}}$$

$$T(n) = S = 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} = \underline{2^n - 1}$$

ROZDĚL A PANUJ

MASTER THEOREM:



$$\sum_{k=0}^{\log_b n} a^k \cdot O\left[\left(\frac{n}{b^k}\right)^d\right] =$$

$$= O(n^d) \cdot \sum_{k=0}^{\log_b n} \frac{a^k}{(b^k)^d} =$$

$$= O(n^d) \cdot \sum_{k=0}^{\log_b n} \left(\frac{a}{b^d}\right)^k$$

$$\mathcal{O}(n^d) \cdot \sum_{k=0}^{\log_b n} \left(\frac{a}{b^d}\right)^k$$

$$T(n) = \begin{cases} \mathcal{O}(n^d) & \text{pro } d > \log_b a \\ \mathcal{O}(n^d \log n) & \text{pro } d = \log_b a \\ \mathcal{O}(n^{\log_b a}) & \text{pro } d < \log_b a \end{cases}$$

$$a = b^d$$

$$\mathcal{O}(n^d) \cdot \sum_{k=0}^{\log_b n} 1^k = \mathcal{O}(n^d) \sum_{k=0}^{\log_b n} 1 \in \mathcal{O}(n^d \log n)$$

SČÍTÁNÍ DLOUHÝCH CELÝCH ČÍSEL

$z = x + y$

$x, y \ldots$ N CIFER

$$\begin{array}{r} x \\ +\; y \\ \hline z \end{array} \Rightarrow O(N)$$

NÁSOBENÍ DLOUHÝCH CELÝCH ČÍSEL př.

$z = x \cdot y$

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times\; 456 \\ \hline 738 \\ 615 \\ 492 \\ \hline 56088 \end{array} \Rightarrow O(N^2)$$

NÁSOBENÍ DLOUHÝCH CELÝCH ČÍSEL

př.:

$123456 = 123 \cdot 10^3 + 456$

$z = x \cdot y$

$x = \underbrace{\quad A \quad}\underbrace{\quad B \quad} = A \cdot 10^{n/2} + B$

$y = \underbrace{\quad C \quad}\underbrace{\quad D \quad} = C \cdot 10^{n/2} + D$

$z = (A \cdot 10^{n/2} + B)(C \cdot 10^{n/2} + D) = AC \cdot 10^n + (AD + BC) \cdot 10^{n/2} + BD$

ŘEŠÍME REKURZIVNĚ

$T(n) = 4T(n/2) + O(n^1)$

$a = 4,\ b = 2,\ d = 1$

$T(n) \in O(n^{\log_2 4}) = O(n^2)$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{pro } d > \log_b a \\ O(n^d \log n) & \text{pro } d = \log_b a \\ O(n^{\log_b a}) & \text{pro } d < \log_b a \end{cases}$$

KARATSUBA:

$$z = \left(A \cdot 10^{n/2} + B\right)\left(C \cdot 10^{n/2} + D\right) = \underbrace{AC \cdot 10^{n} + (AD + BC) \cdot 10^{n/2} + BD}$$

① AC

② BD

③ $(A + B) \cdot (C + D) = AC + AD + BC + BD$

$AD + BC$

$AD + BC = (A+B)(C+D) - AC - BD$

$a = 3, b = 2, d = 1$

$O\left(n^{\log_2 3}\right) \doteq O\left(n^{1{,}58}\right)$

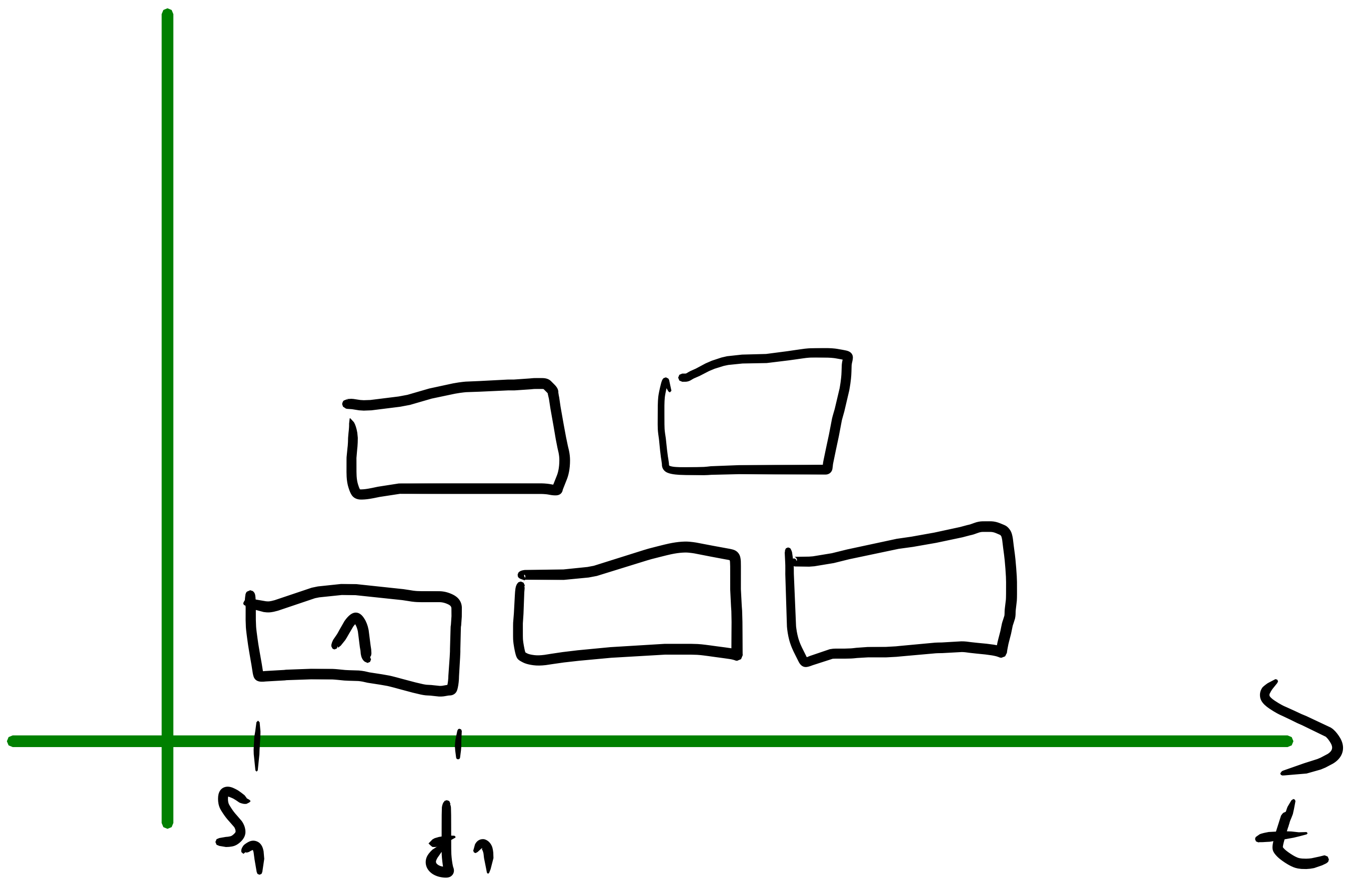
$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{pro } d > \log_b a \\ O(n^d \log n) & \text{pro } d = \log_b a \\ O(n^{\log_b a}) & \text{pro } d < \log_b a \end{cases}$$

HLADOVÉ ALGORITMY → PLÁNOVÁNÍ ÚLOH

ÚLOHA j: s_j, f_j

čas začátku

čas ukončení



CÍL: MAX. POČET NEPŘEKRÝVAJÍCÍCH SE ÚLOH

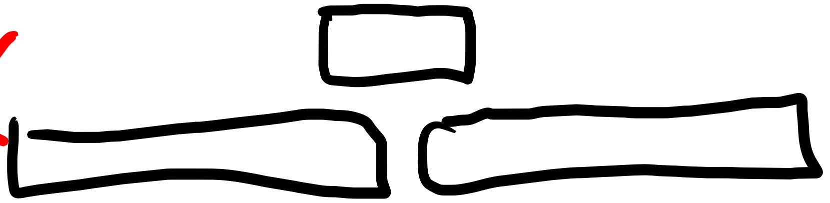
ZADÁNÍ:

$(s_1, f_1), (s_2, f_2), \ldots, (s_n, f_n)$

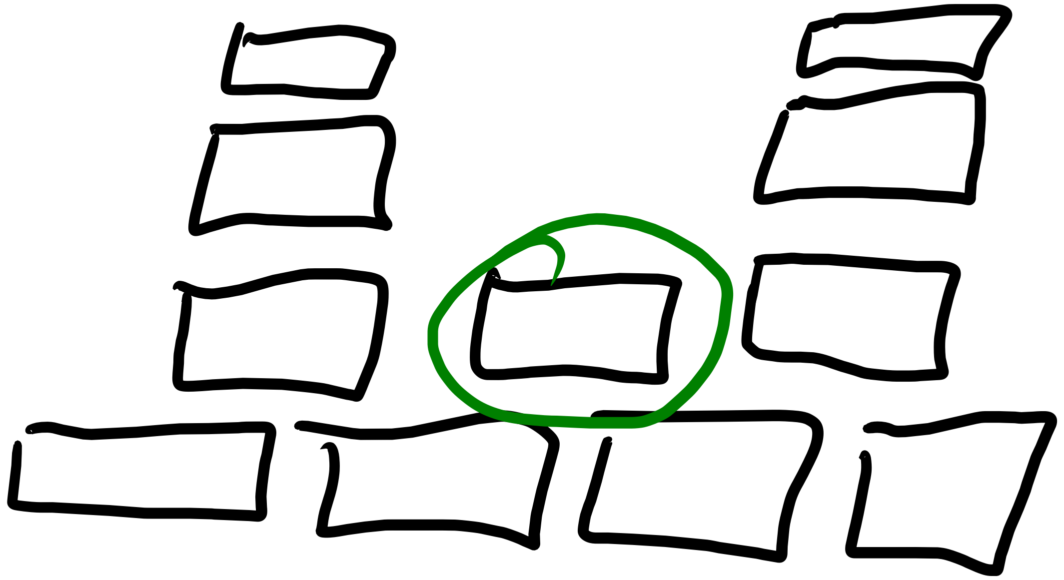
1. NEJMENŠÍ (s_j) ✗

2. NEJMENŠÍ (f_j) ✓

3. NEJKRATŠÍ ($f_j - s_j$) ✗



4. NEJMÉNĚ KONFLIKTŮ ✗



SEŘAZENÍ ÚLOH DLE f_j $\quad O(N \cdot \log N)$

$A = \emptyset$

FOR $j = 1$ TO N: $\quad O(N)$

IF j je kompatibilní s A:

$A = A \cup \{j\}$

test

$s_j \geq f_{j^*}$

j^* je poslední přidaná úloha

RETURN A

$\Rightarrow O(N \cdot \log N)$