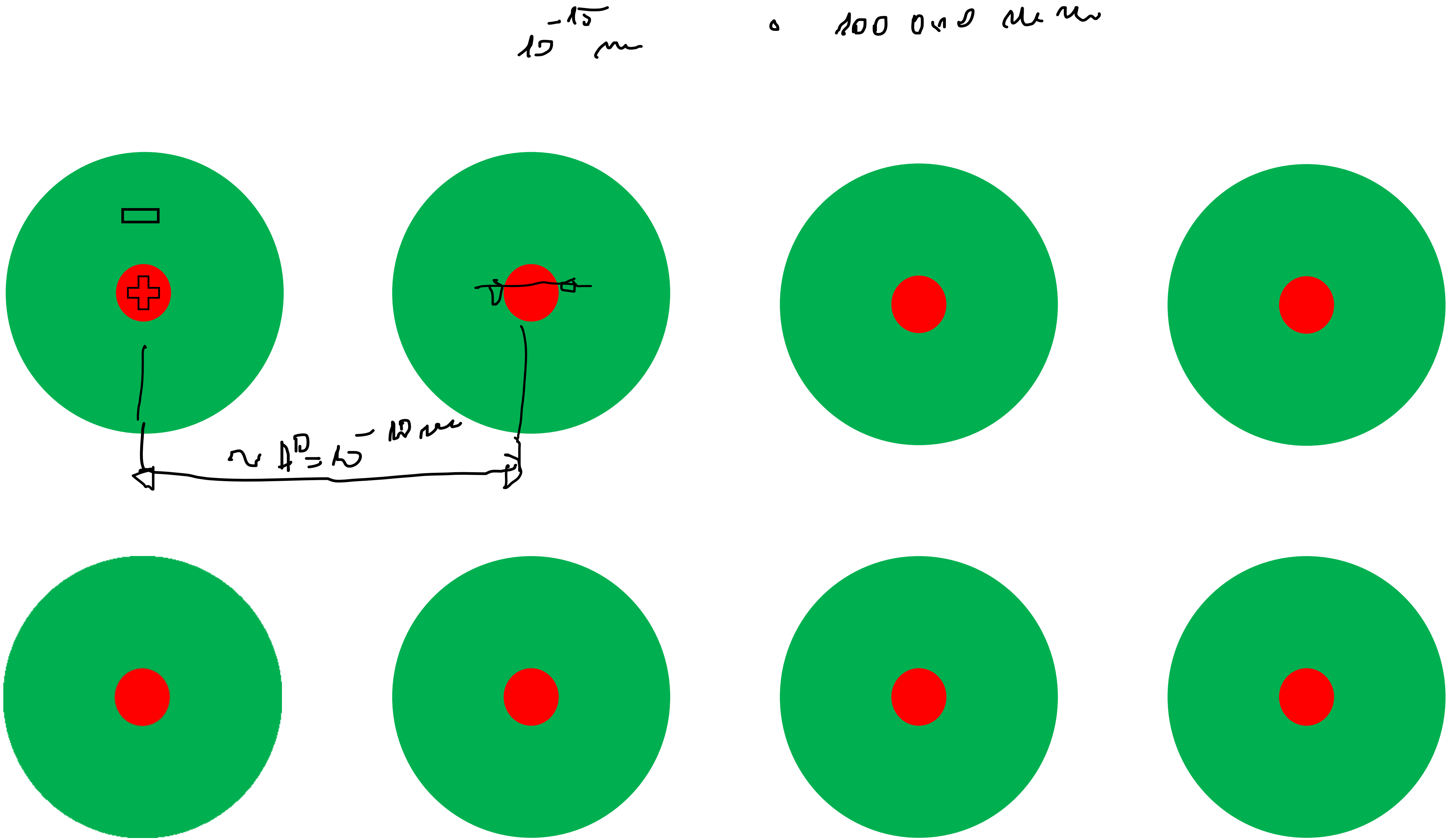
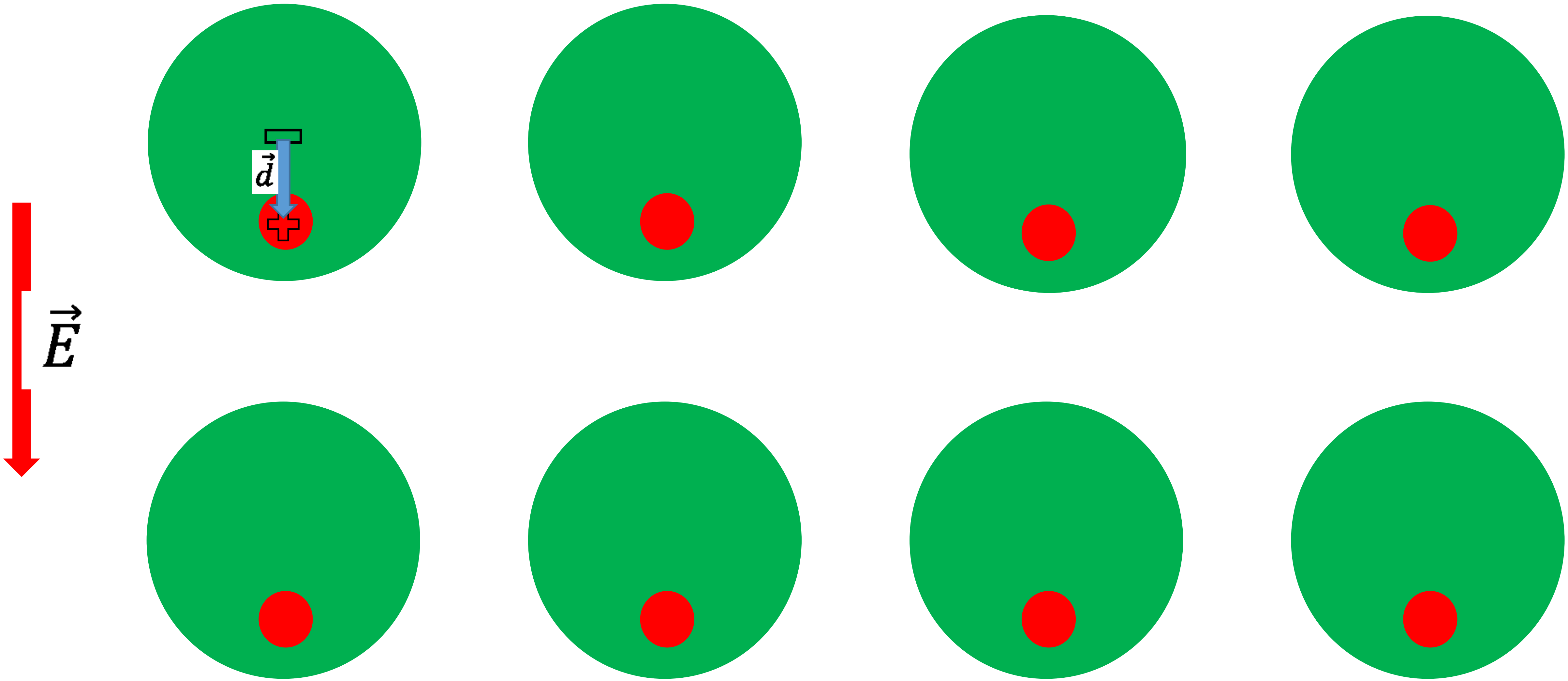
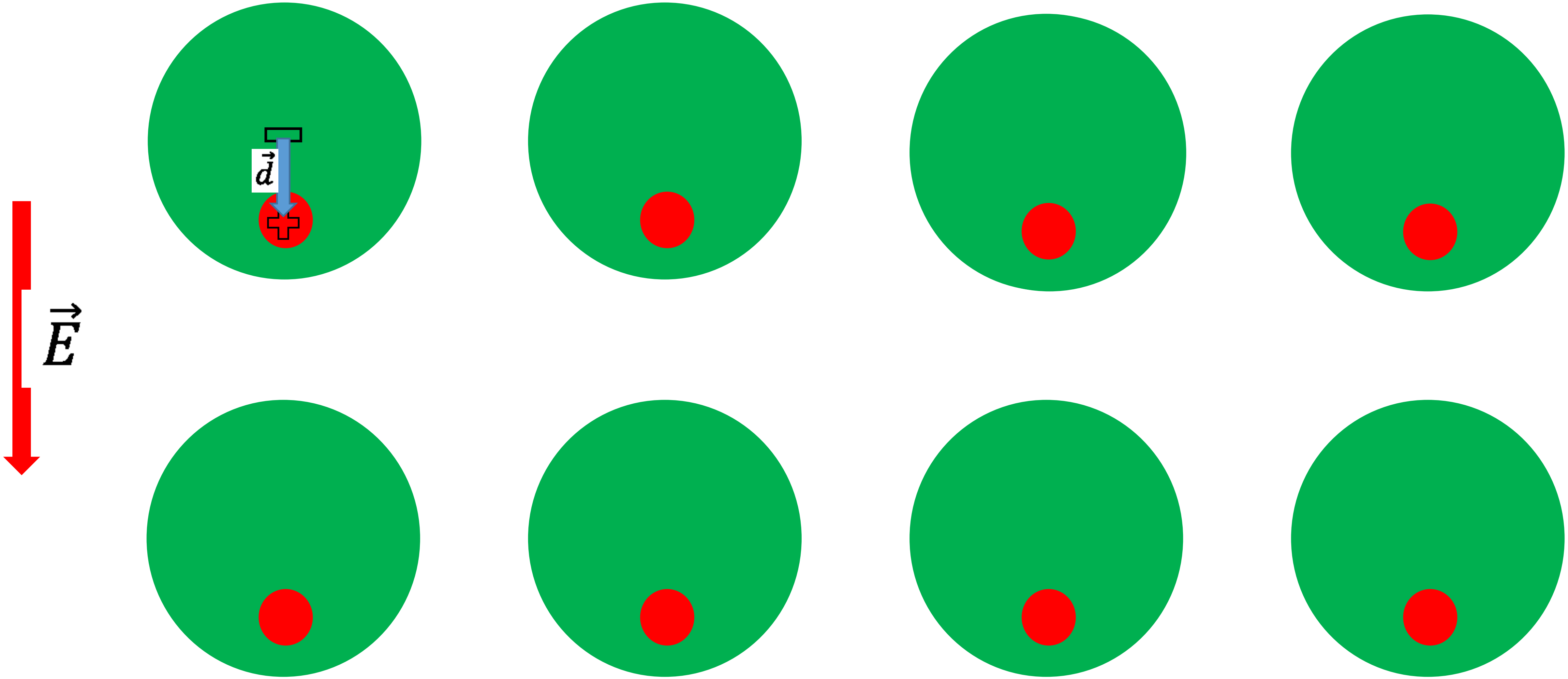
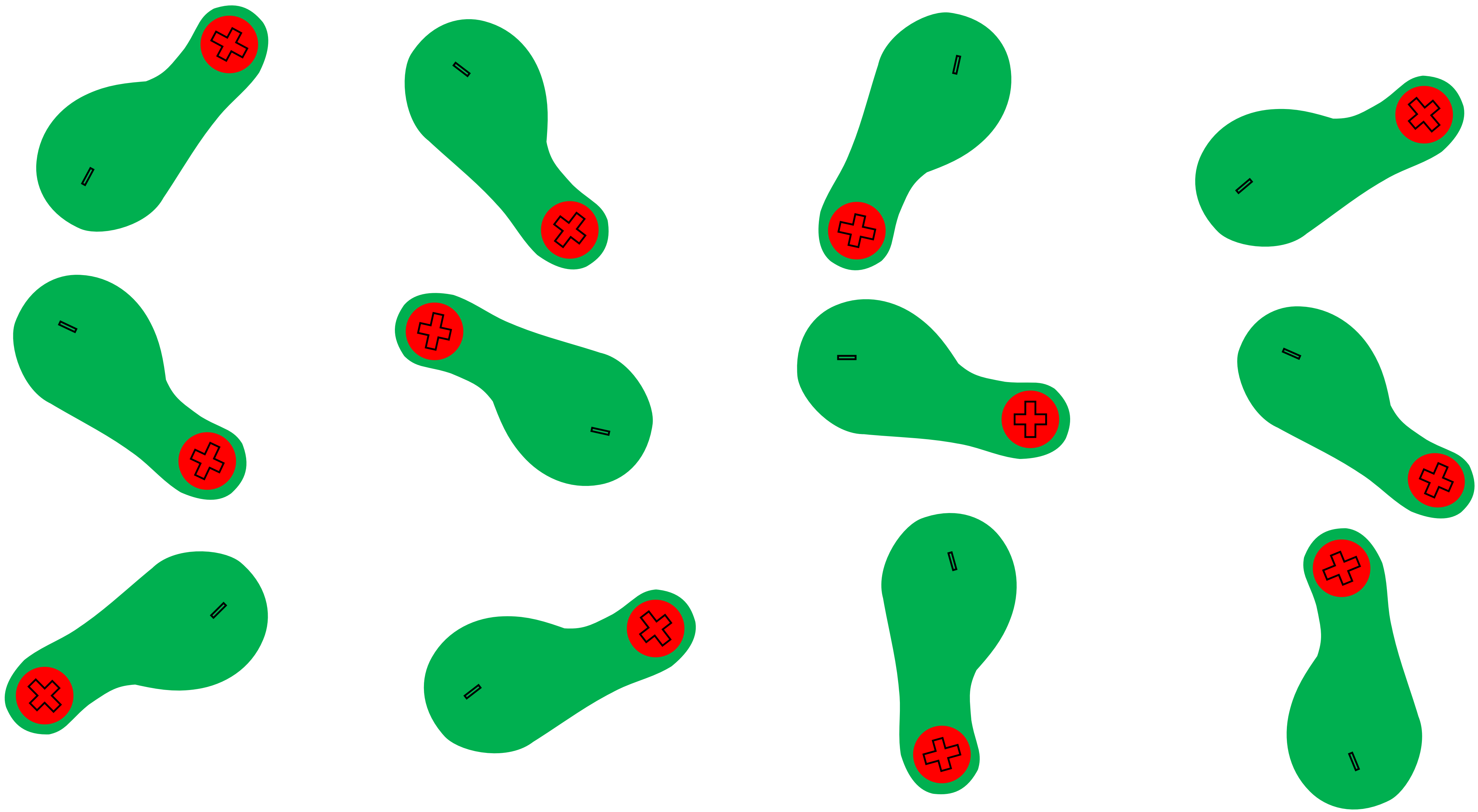
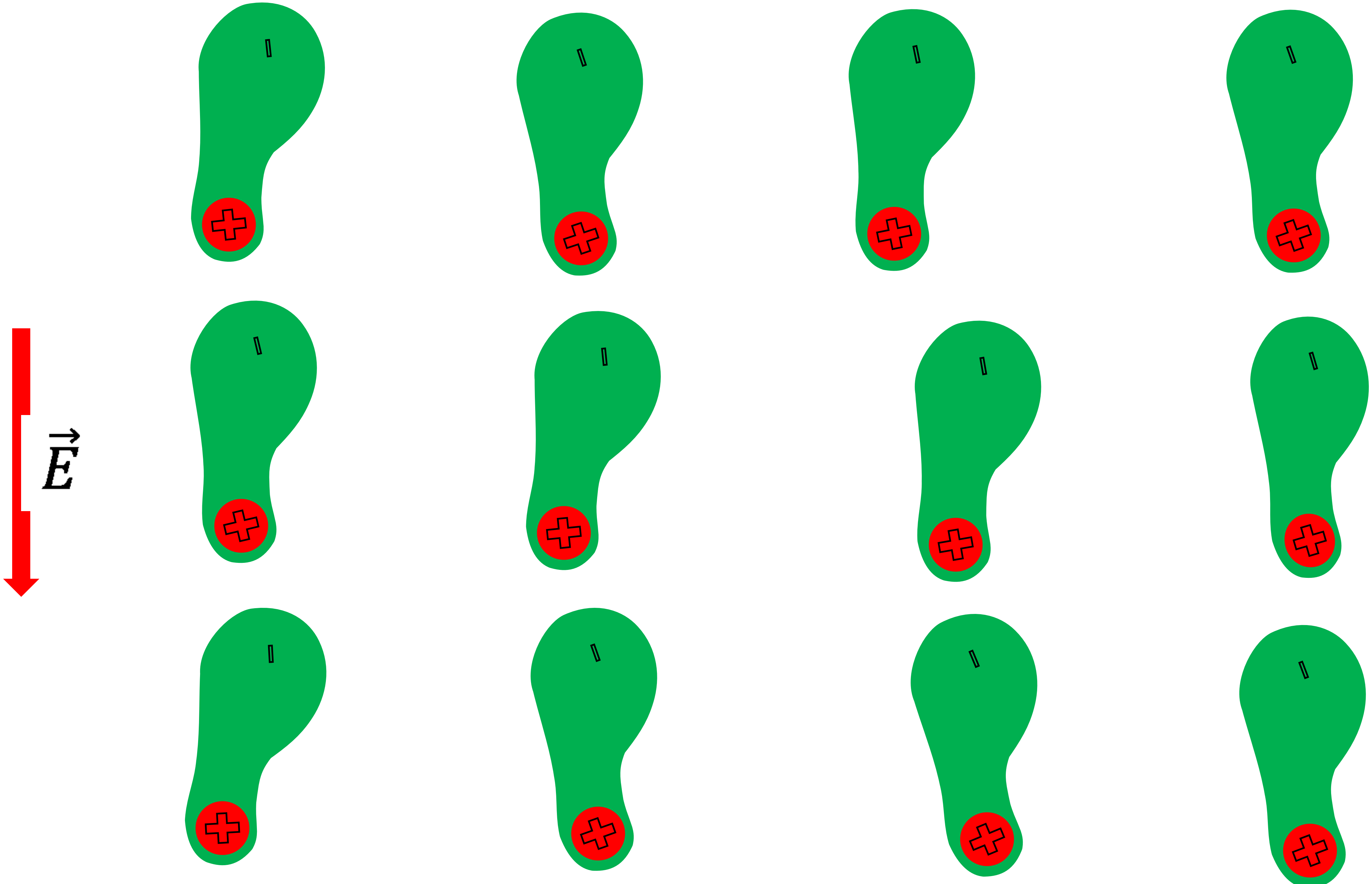

10^{-15} m
100 000


$\vec{d}$
$\vec{E}$

$$\vec{d} = const * \vec{E}$$

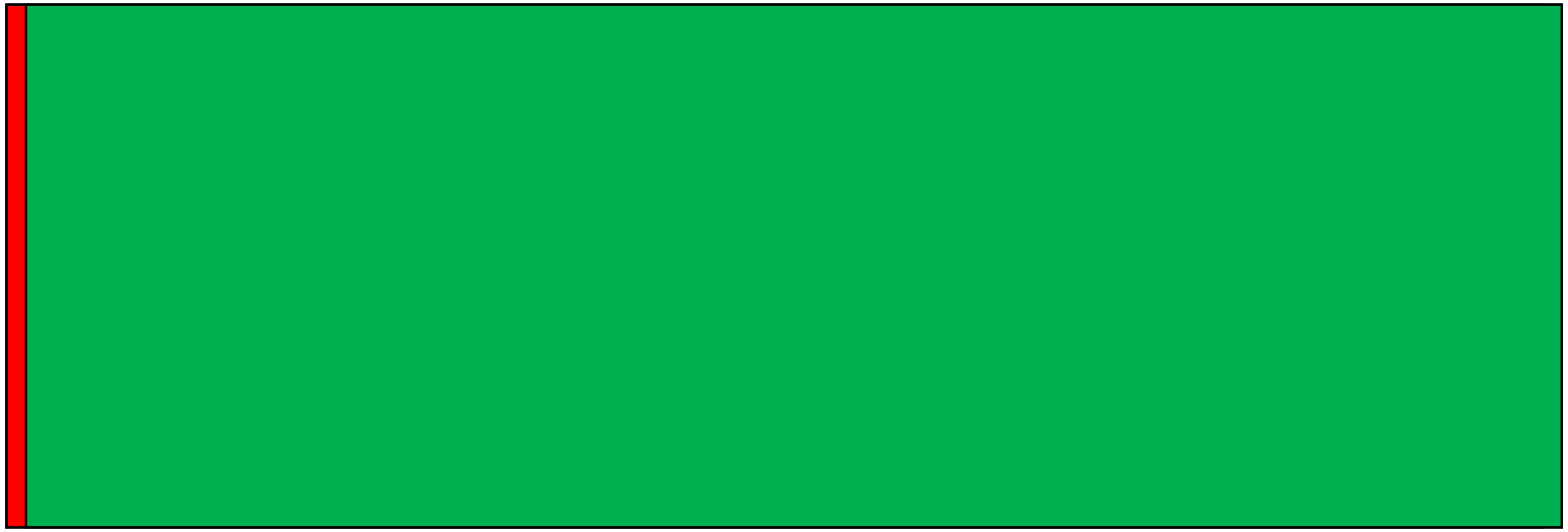





$\vec{E}$

$$\vec{E} = 0$$

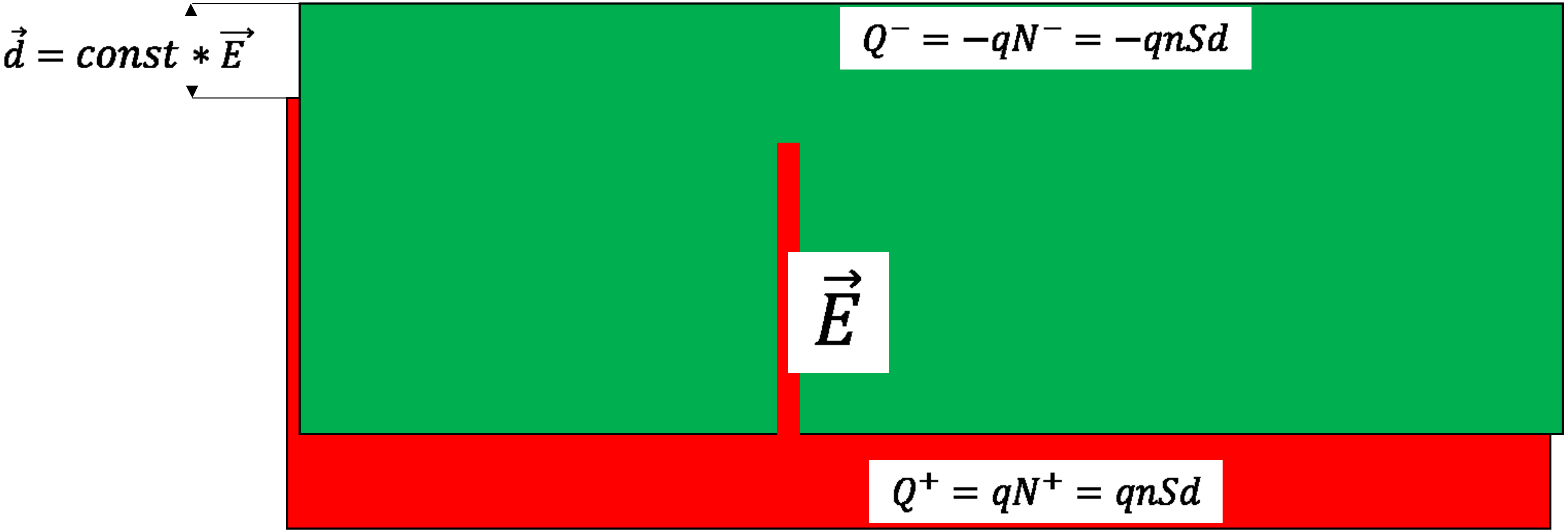
$$\vec{d} = cons * \vec{E}$$



$\vec{E} > 0$

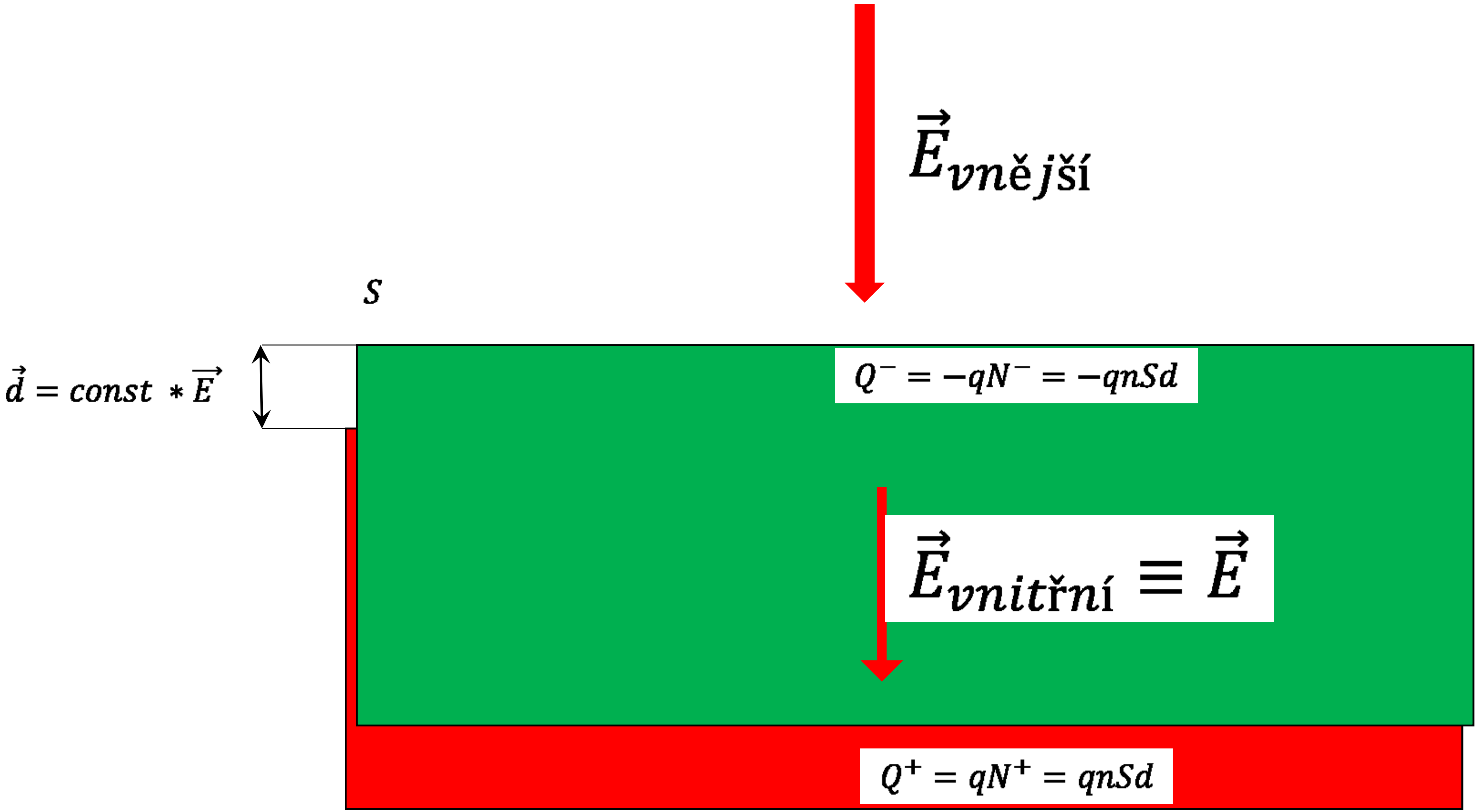
$n = \frac{N}{V}$ objemová hustota počtu částic q náboj jedné částice

S plocha dielektrické desky Vyloučený náboj $Q^- = -qN^- = -qnSd$



$$\vec{E} > 0$$

$$n = \frac{N}{V}$$



$\vec{E} > 0$

$n = \frac{N}{V}$

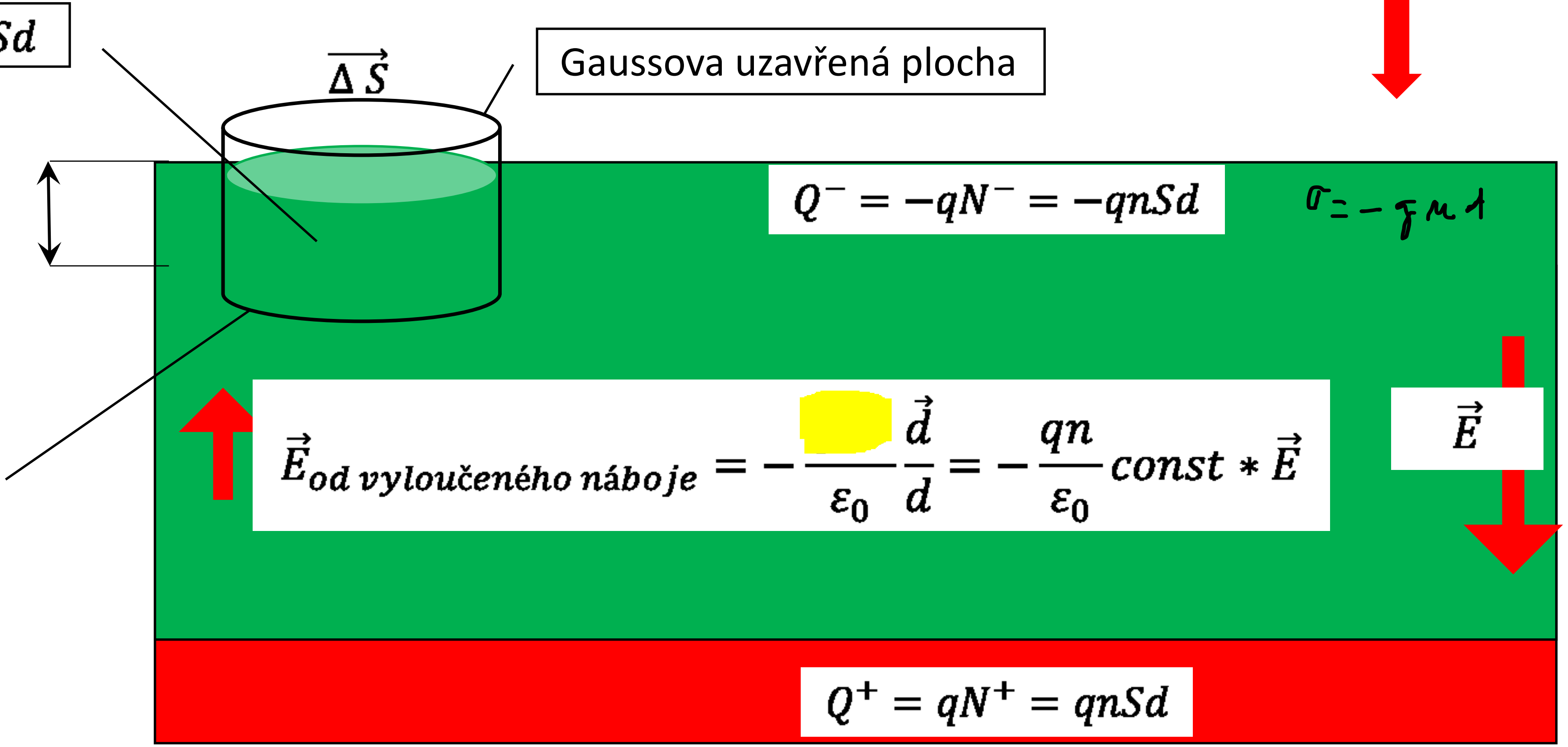
$\vec{E}_{od\ vyloučeného\ náboje}$ spočítá se z Gaussovy věty elektrostatiky

$\vec{E}_{vnější}$

$\Delta Q^- = -qn\Delta Sd$

$\vec{d} = const * \vec{E}$

$\oint \vec{E} d\vec{S} = E\Delta S$

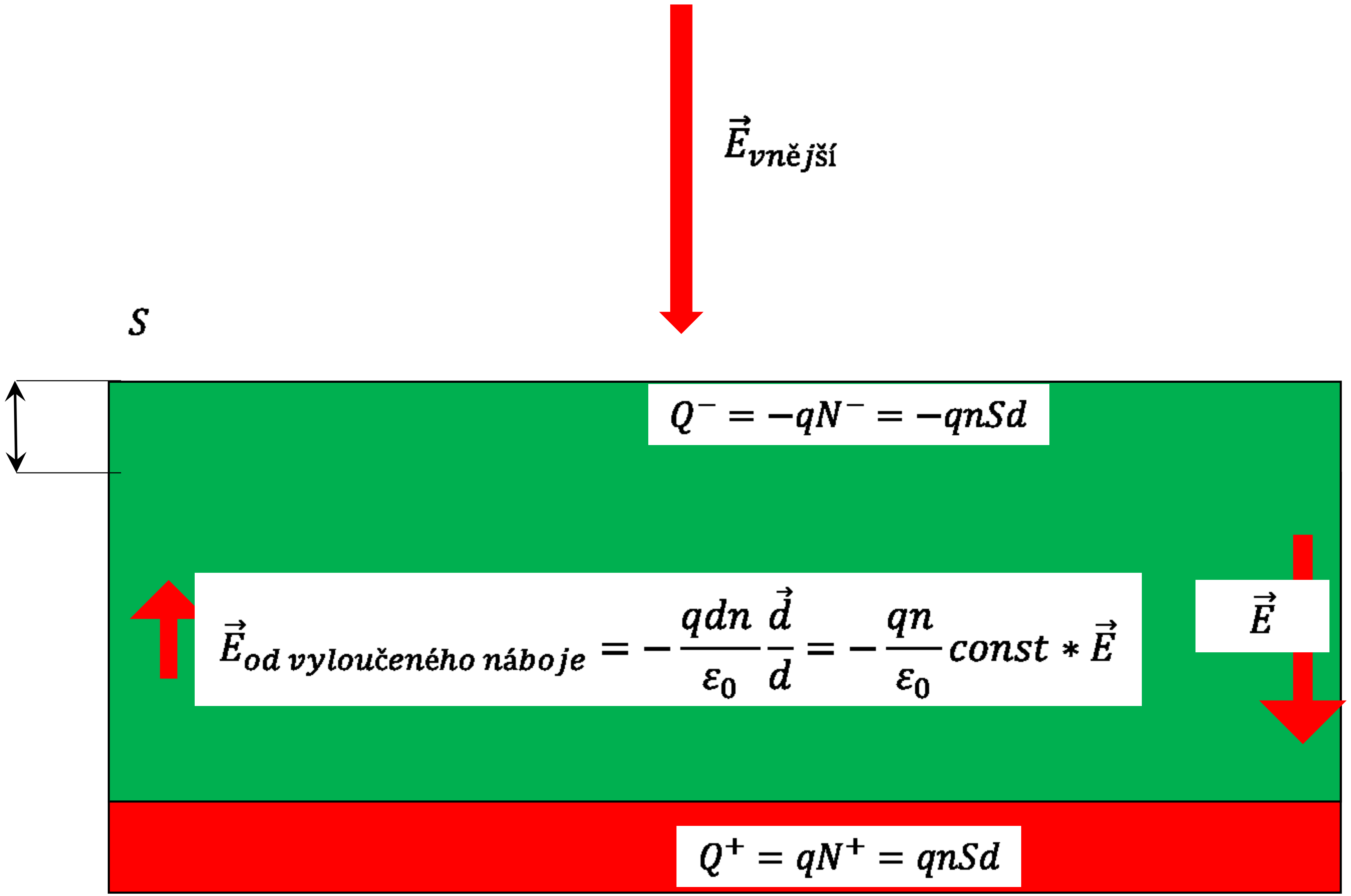


$$E_{vnitř.} = E_{vnějš.} - \frac{qn}{\varepsilon_0} const * E_{vnitř.}$$

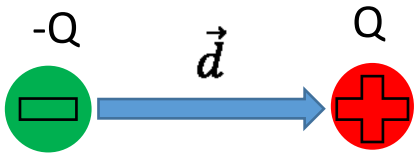
$\vec{E} > 0$

$n = \frac{N}{V}$

$\vec{d} = const * \vec{E}$



$E_{vnitř.} = E_{vnějš.} - \frac{qn}{\varepsilon_0} const * E_{vnitř.}$ $\quad E_{vnějš.} = E_{vnitř.}(1 + const * \frac{qn}{\varepsilon_0})$ $\quad E_{vnitř.} = E_{vnějš.}\left(1 + const * \frac{qn}{\varepsilon_0}\right)^{-1}$



$$\vec{p} = Qd$$

$$\vec{p} = Q\vec{d}$$

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$

$$\vec{P} = \mathrm{n}\bar{\vec{p}}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

ΔV

$\vec{p} = q\vec{d}$

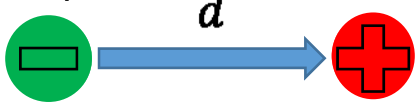
$\vec{E} > 0$

$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$

$n = \frac{N}{V}$

$\vec{\nu}$ vektor vnější normály

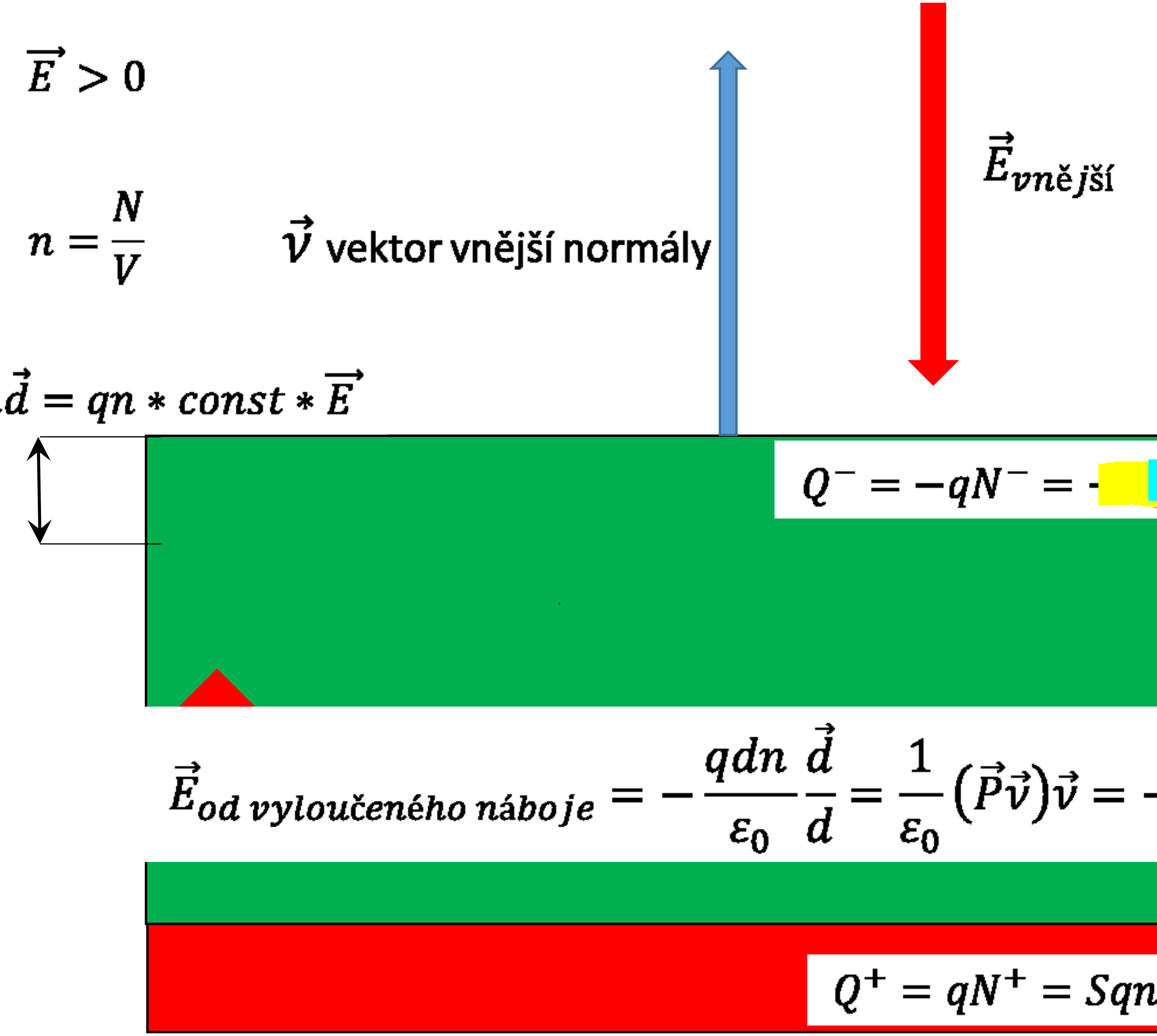
$\vec{E}_{vnější}$



$qn\vec{d} = qn * const * \vec{E}$

$\langle\vec{p}\rangle$ střední hodnota

$\vec{P} = \mathrm{n}\langle\vec{p}\rangle$



$Q^{-} = -qN^{-} = -\ldots = \ldots$

$\vec{E}$

$\vec{E}_{od\ vyloučeného\ náboje} = -\frac{qdn}{\varepsilon_0}\frac{\vec{d}}{d} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\vec{P}\vec{\nu})\vec{\nu} = -\frac{1}{\varepsilon_0}(\varepsilon_0\chi E)\vec{\nu}$

$Q^{+} = qN^{+} = Sqnd$

S

$\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$

E ⟶ P

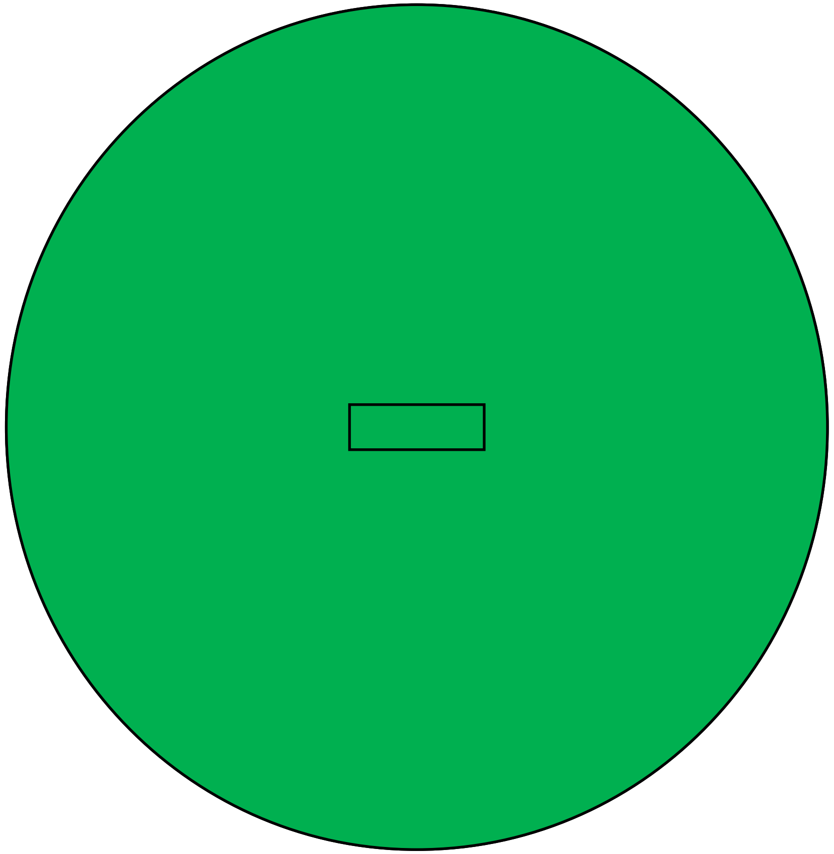
2E ⟶ 2P

$E_{vnitř.} = E_{vnějš.} - \ldots \varepsilon_0 \chi \ldots_{vnitř.}$

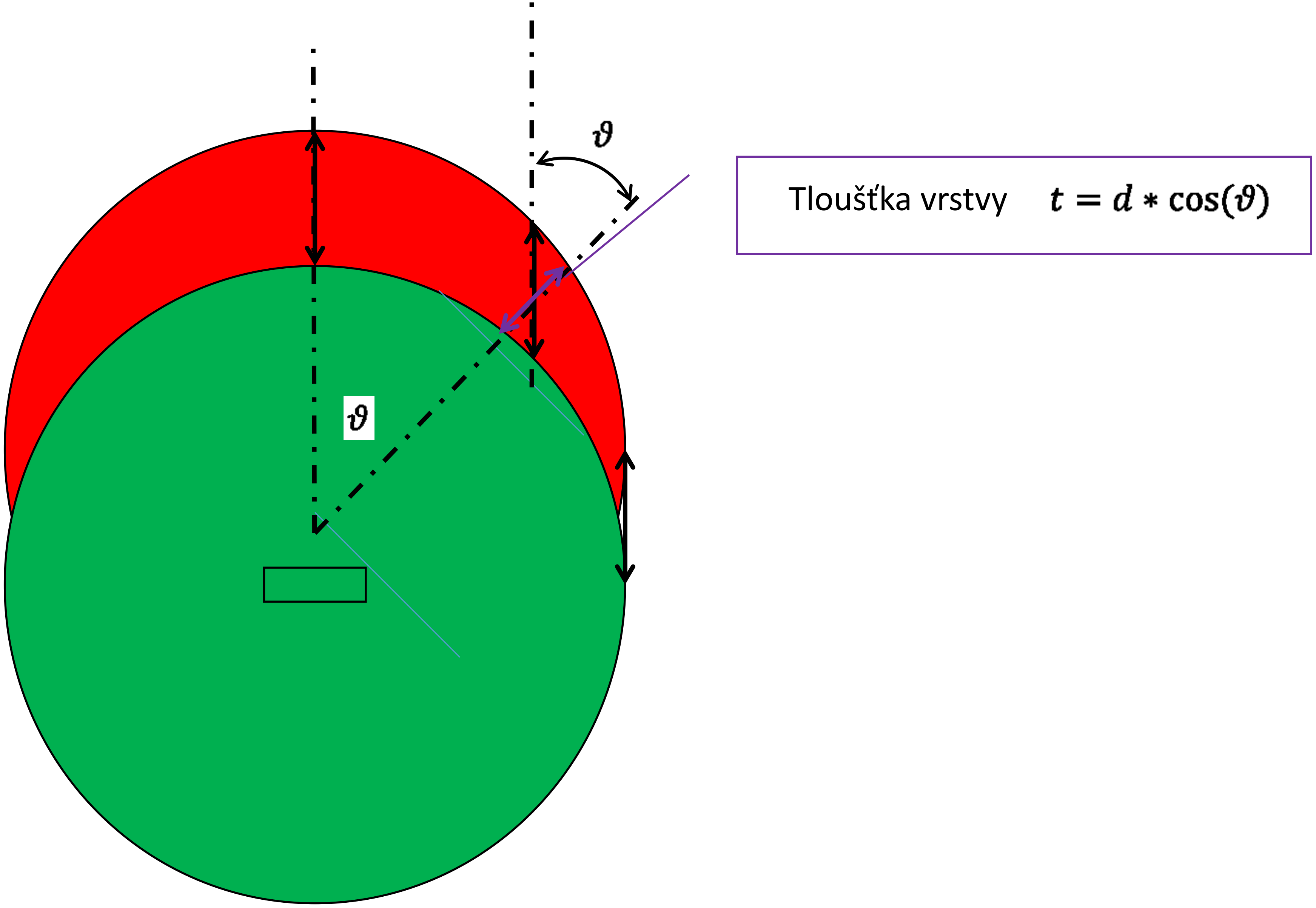
$E_{vnějš.} = E_{vnitř.}(1+\chi)$

$E_{vnitř.} = E_{vnějš.}(1+\chi)^{-1}$

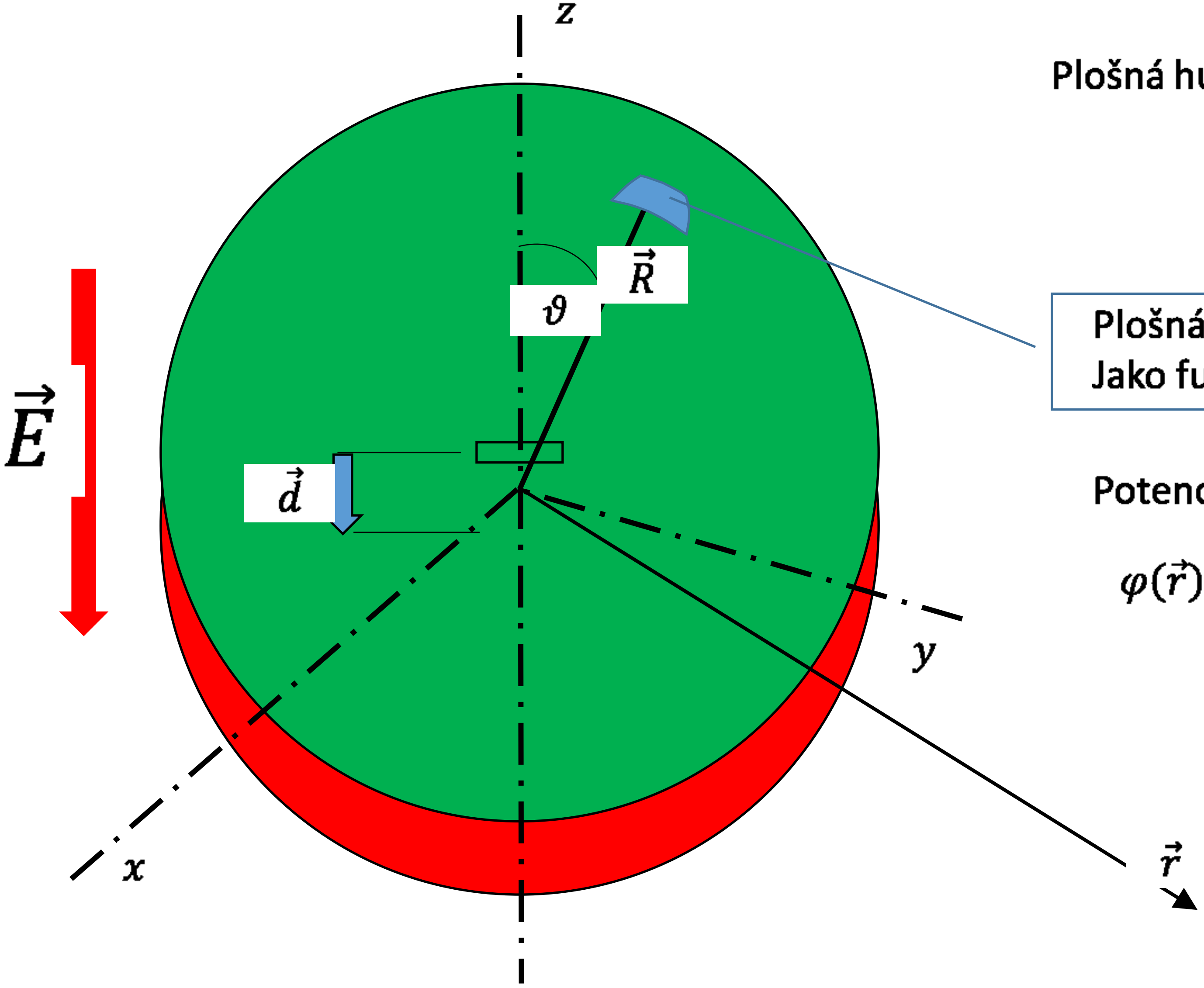
Dielektrická koule



Dielektrická koule



Jaké je elektrické pole vně homogenně zpolarizované dielektrické koule? **Vektor elektrické polarizace $\vec{P}$**



Plošná hustota vázaného povrchového náboje

$$\sigma = \vec{n}\vec{P}$$

Vektor vnější normály $\vec{n}$

Plošná hustota vázaného povrchového náboje
Jako funkce úhlu ϑ $\sigma(\vartheta) = -P * \cos(\vartheta)$

Potenciál vně koule v bodě $\vec{r}$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{\substack{povrch \\ koule}} \frac{\sigma}{|\vec{r} - \vec{R}|} d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{\substack{povrch \\ koule}} \frac{\vec{n}\vec{P}}{|\vec{r} - \vec{R}|} d\vec{S}$$

Vektor elektrické polarizace $\vec{P}$

Jiný pohled

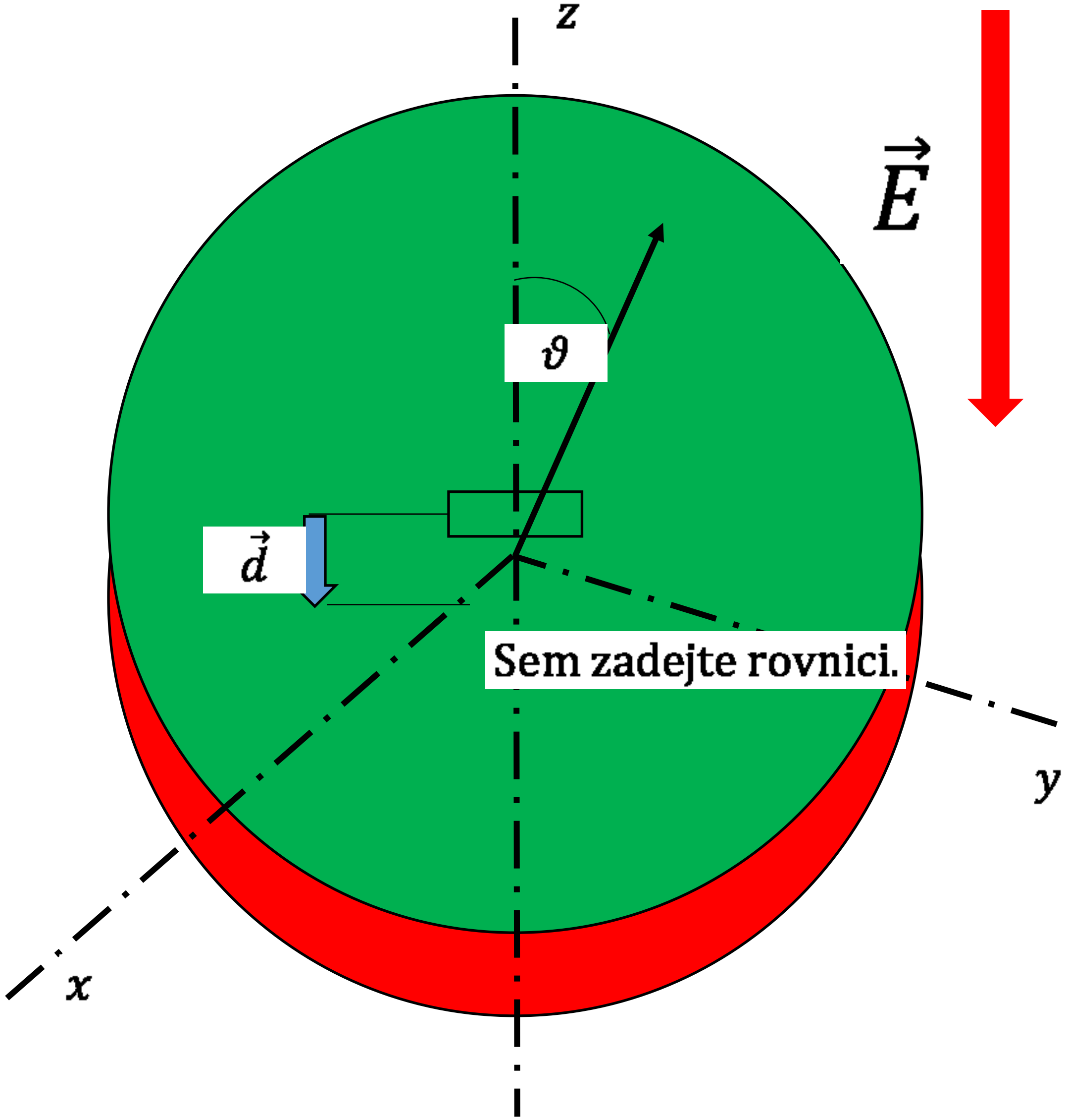
Jsou to vlastně dvě opačně nabité koule se středem posunutým o $\vec{d}$

Elektrické pole vně náboje s kulovou symetrií je stejné jako pole stejného náboje umístěného do místa, kde má kulově symetrický náboj střed.

Takže se na to ze vzdálenosti r>R lze dívat jako na elektrický bodový dipól.

Elektrický dipólový moment koule $\vec{p}$ $\quad \vec{p} = Q\vec{d} = \iiint \vec{p}dV = \frac{4}{3}\pi r^3 \vec{P}$

Elektrický dipólový moment koule $\vec{p}$ $\quad \vec{p} = (0,0,p)$
Ve zvoleném souřadnicovém systému



Gaussova věta elektrostatiky

Objemová hustota náboje v kouli ρ

Vně koule je pole stejné jako bodového náboje

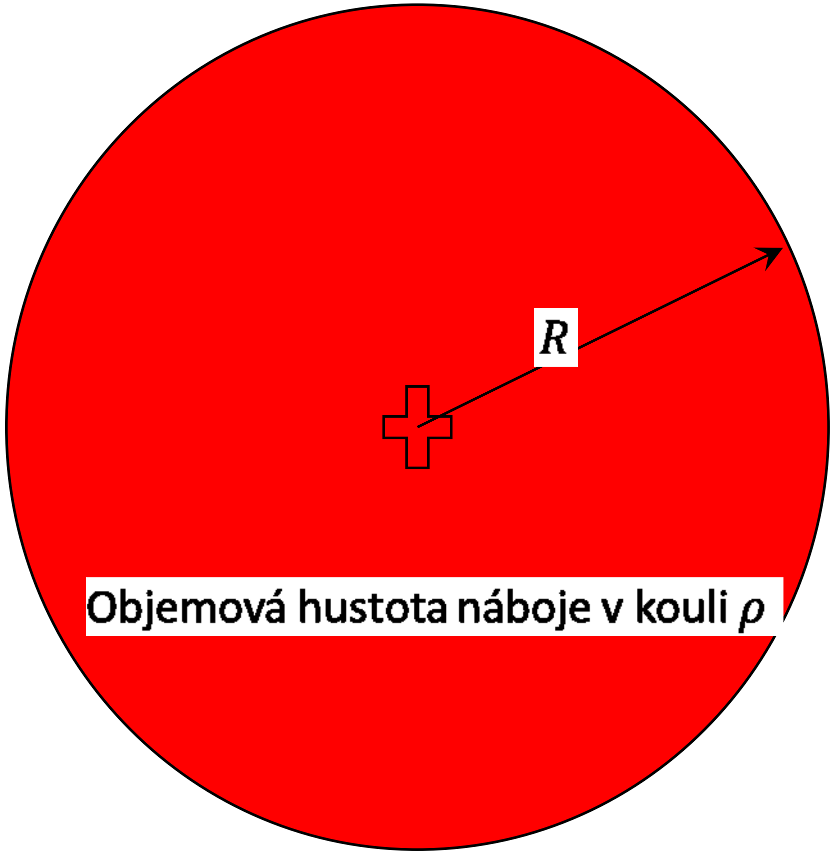
$$Q = \iiint_{koule} \rho dV$$

$$r > R$$

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$$

$$\vec{E} = -grad\varphi$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$



Uvnitř koule

Gaussova věta elektrostatiky

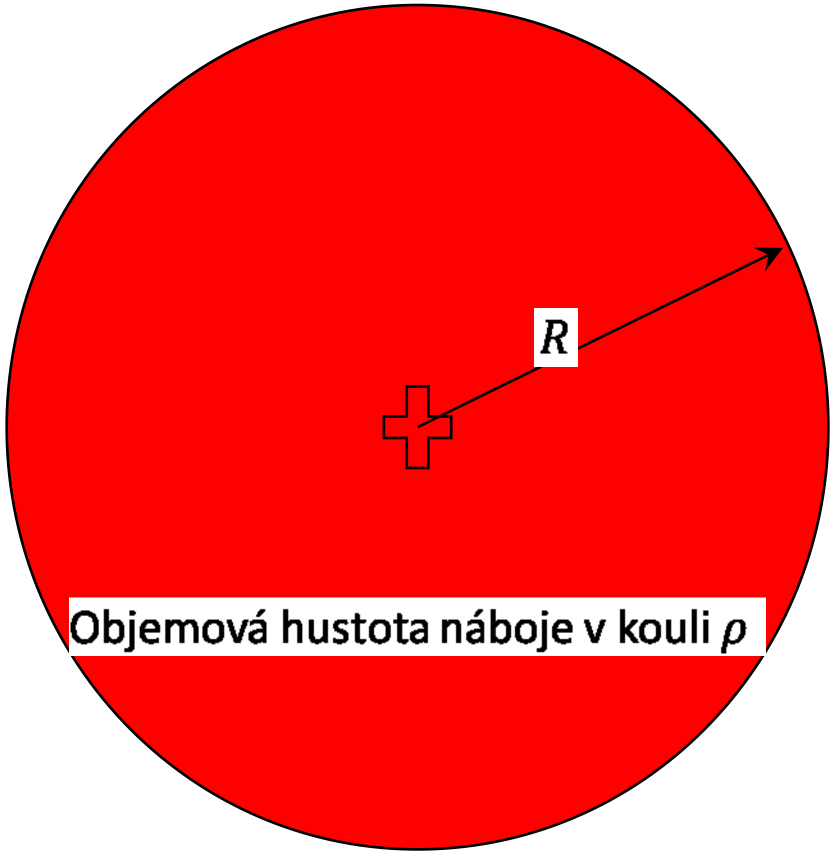
$$\varphi(\ ) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q(r)}{\ \ r}$$

$$\vec{E}\ = -grad\varphi\ $$

$$\vec{E}(\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q(\ )}{\ }\vec{r}$$

$$Q(r) = \iiint_{0,-\pi,0}^{2\pi,\pi,\ } \rho\, \xi^2 sin\vartheta d\varphi d\vartheta d\xi$$

$$Q(r) = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$$



Jaké je elektrické pole vně?

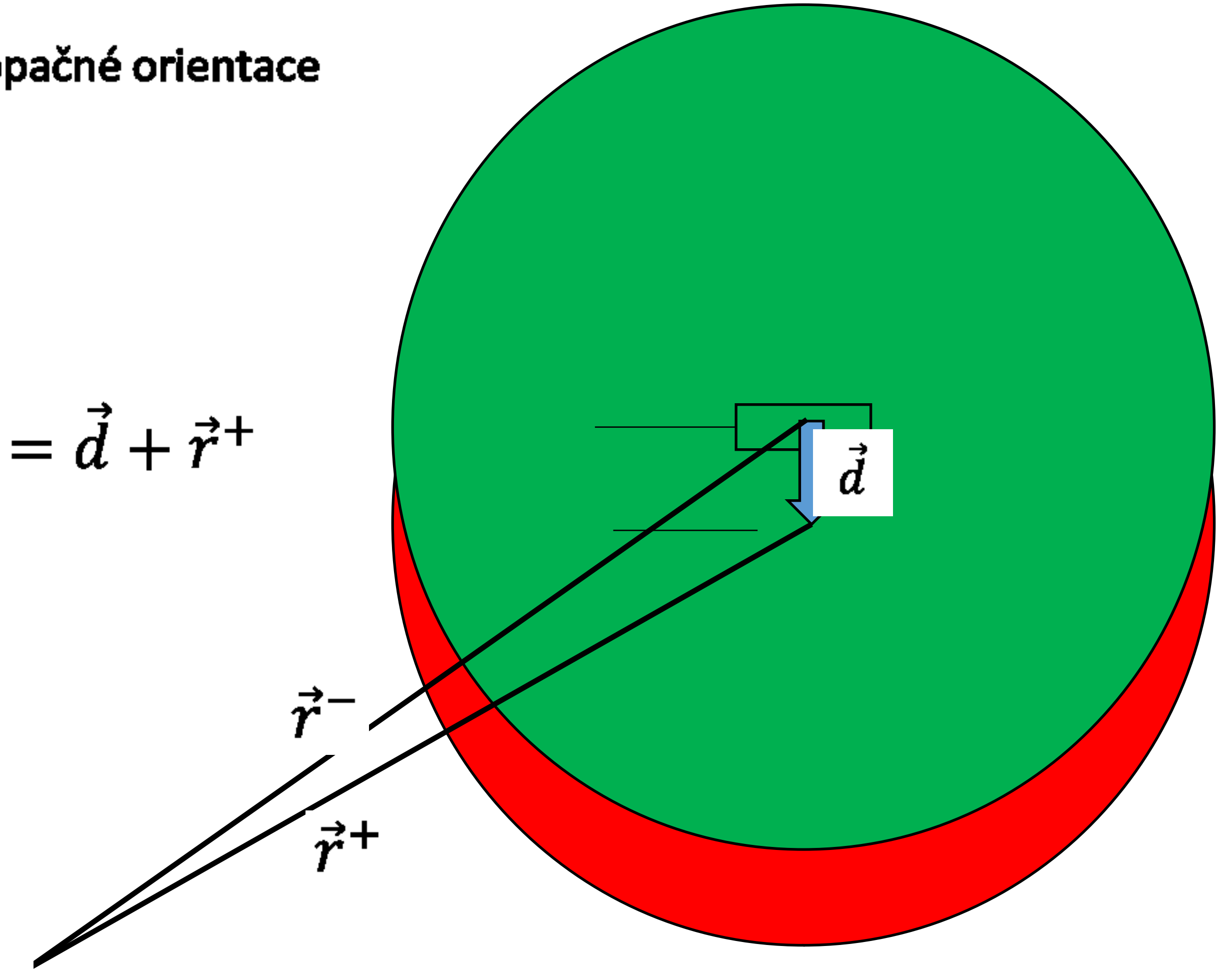
Superpozice dvou polí od nábojů stejné velikosti, ale opačné orientace posunutých o $\vec{d}$.

$$\varphi^{+} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^{+}}$$

$$\varphi^{-} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^{-}}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r^{+}} - \frac{Q}{r^{-}}\right)$$

$$\vec{r}^{-} = \vec{d} + \vec{r}^{+}$$



$$\varphi = \varphi^{+} + \varphi^{-}$$

Jaké je elektrické pole vně?

Superpozice dvou polí od nábojů stejné velikosti, ale opačné orientace posunutých o $\vec{d}$.

$$r^- = \sqrt{(\vec{d} + \vec{r}^+)(\vec{d} + \vec{r}^+)}$$

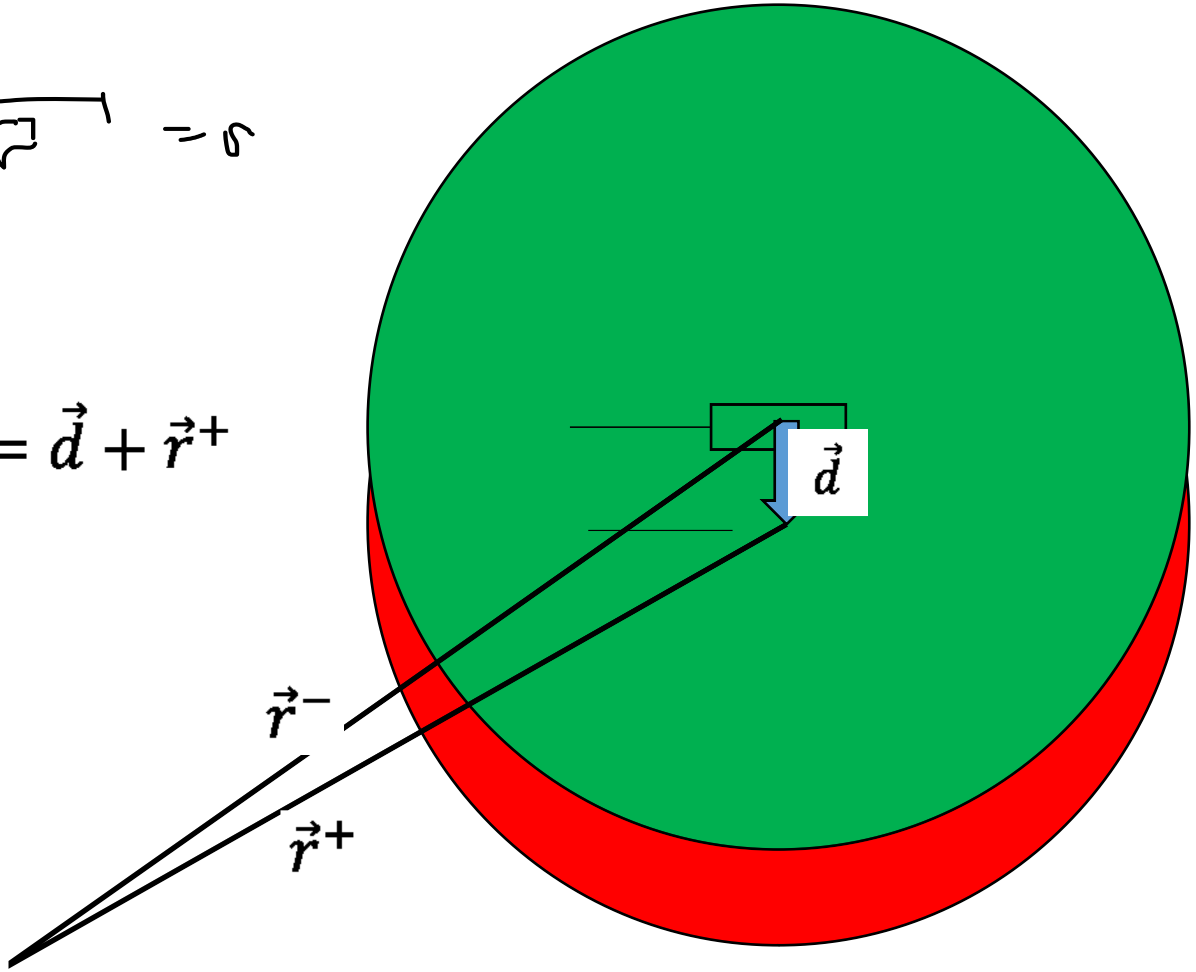
$\sqrt{\vec{r}\vec{r}} = r$

$$r^- = \sqrt{d^2 + 2\vec{r}^+\vec{d} + r^{+2}}$$

$$\vec{r}^- = \vec{d} + \vec{r}^+$$

$$\vec{r}^+ \equiv \vec{r}$$

$$r^- \approx r\sqrt{1 + \frac{2\vec{r}\vec{d}}{r^2}}$$



$$\varphi = \varphi^+ + \varphi^-$$

Jaké je elektrické pole vně?

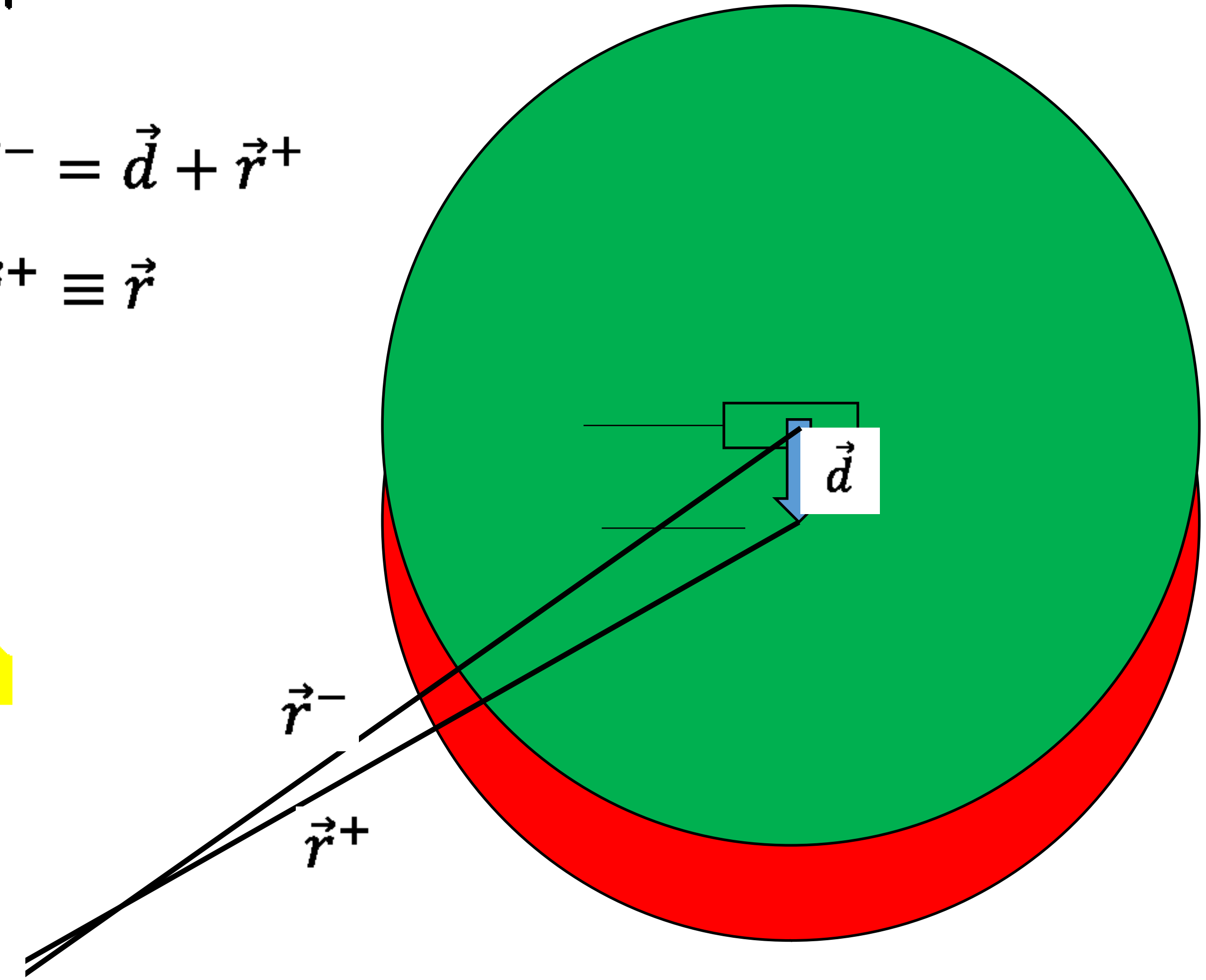
Superpozice dvou polí od nábojů stejné velikosti, ale opačné orientace posunutých o $\vec{d}$.

$$\vec{r}^- = \vec{d} + \vec{r}^+$$

$$\vec{r}^+ \equiv \vec{r}$$

$$r^- \approx r\sqrt{1 + \frac{2\vec{r}^+\vec{d}}{r^2}}$$

$$\frac{1}{r^-} \approx \frac{1}{r}\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\vec{r}\vec{d}}{r^2}}} \approx \frac{1}{r}\left(1 - \frac{\vec{r}\cdot\vec{d}}{r^2}\right)$$



$$\varphi = \varphi^+ + \varphi^-$$

Jaké je elektrické pole vně?

Superpozice dvou polí od nábojů stejné velikosti, ale opačné orientace posunutých o $\vec{d}$.

$$\varphi^+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^+} \qquad \varphi^- = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^-}$$

$$\vec{r}^+ \equiv \vec{r}$$

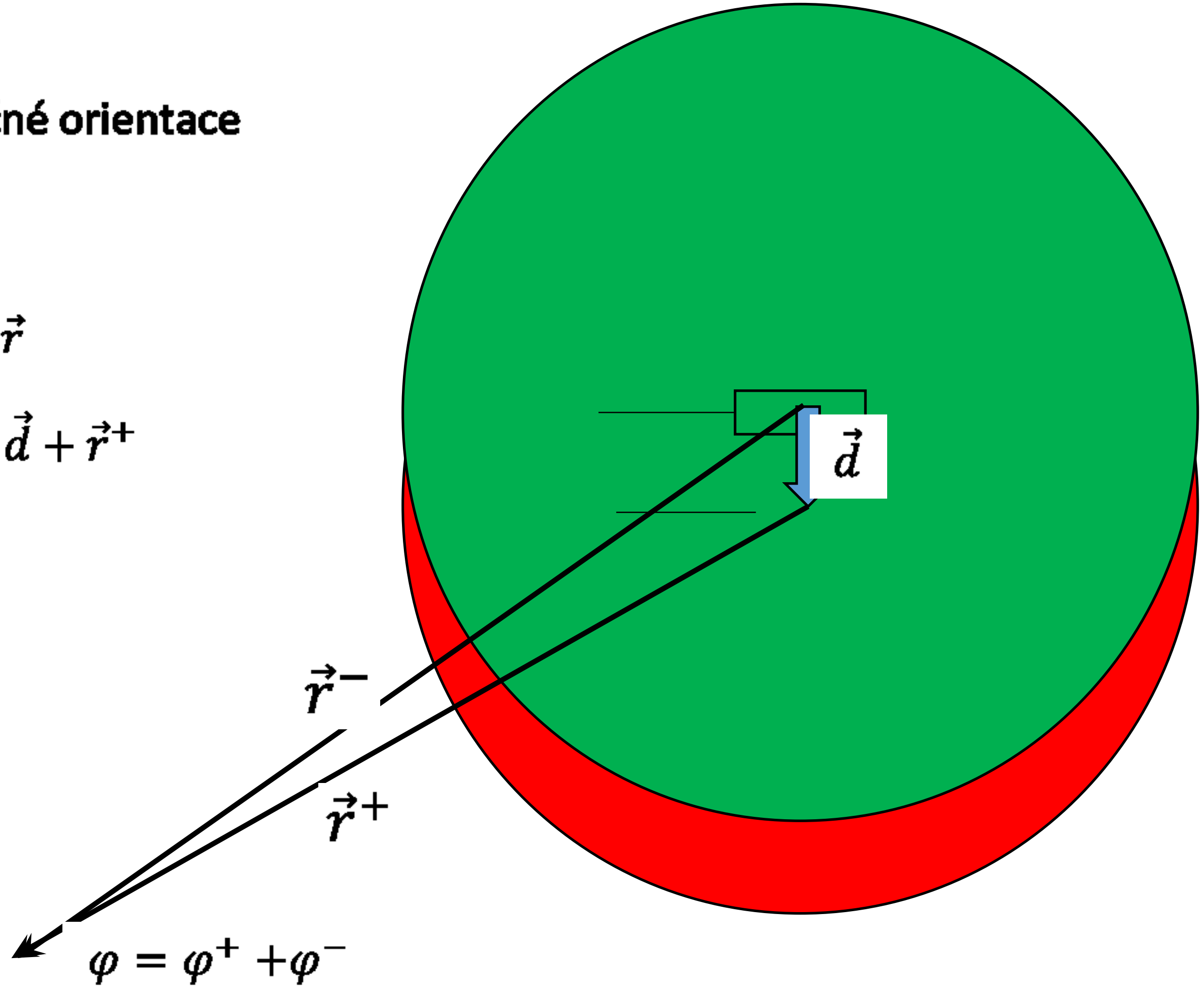
$$\vec{r}^- = \vec{d} + \vec{r}^+$$

$$\frac{1}{r^-} \approx \frac{1}{r}\left(1 - \frac{\vec{r}\cdot\vec{d}}{r^2}\right)$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r} - \frac{Q}{r}\left(1 - \frac{\vec{r}\,\vec{d}}{r^2}\right)\right)$$

$$Q\vec{d} = \vec{p}$$

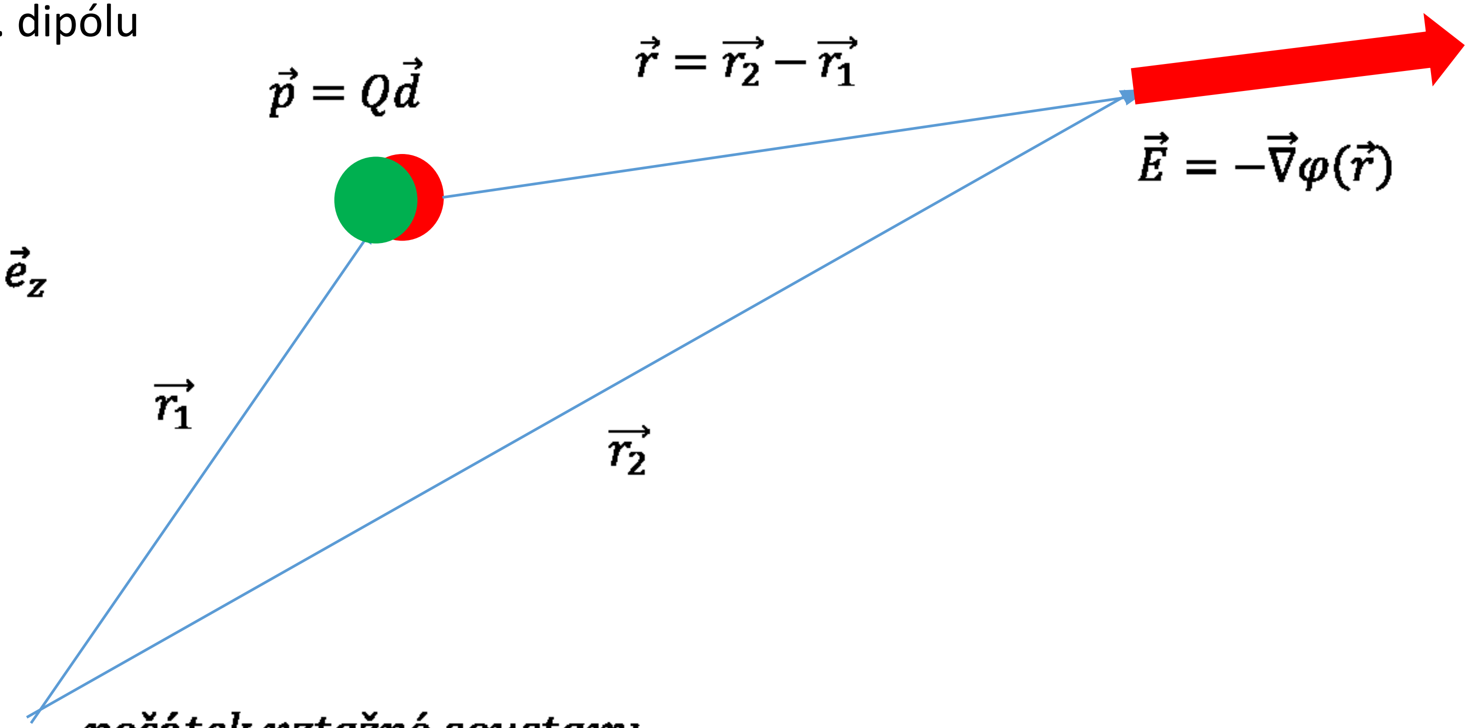
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}\,Q\vec{d}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}\,\vec{p}}{r^3}$$



$$\vec{p} = Q\vec{d} = \iiint \vec{p}\,dV = \frac{4}{3}\pi r^3 \vec{P}$$

$\vec{P}$ Vektor elektrické polarizace dielektrické koule

Intenzita elektrického pole od bodového el. dipólu



$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}\,Q\vec{d}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}\,\vec{p}}{r^3}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi(\vec{r}) \qquad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x\left(xp_x + yp_y + zp_z\right) = p_x\vec{e}_x$$

$$\vec{\nabla}(\vec{r}\vec{p}) = \vec{\nabla}\left(xp_x + yp_y + zp_z\right) = \vec{p}$$

$\vec{p}$ je konstantní vektor

$$\vec{\nabla}\frac{1}{r^3} = \vec{\nabla}\frac{1}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3} = -3\frac{\vec{r}}{r^5}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\vec{e}\frac{1}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3} = -\frac{3}{2}\frac{2x}{r^5}\vec{e}_x$$

$$\vec{\nabla}\frac{1}{r^3} = -3\frac{\vec{r}}{r^5}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

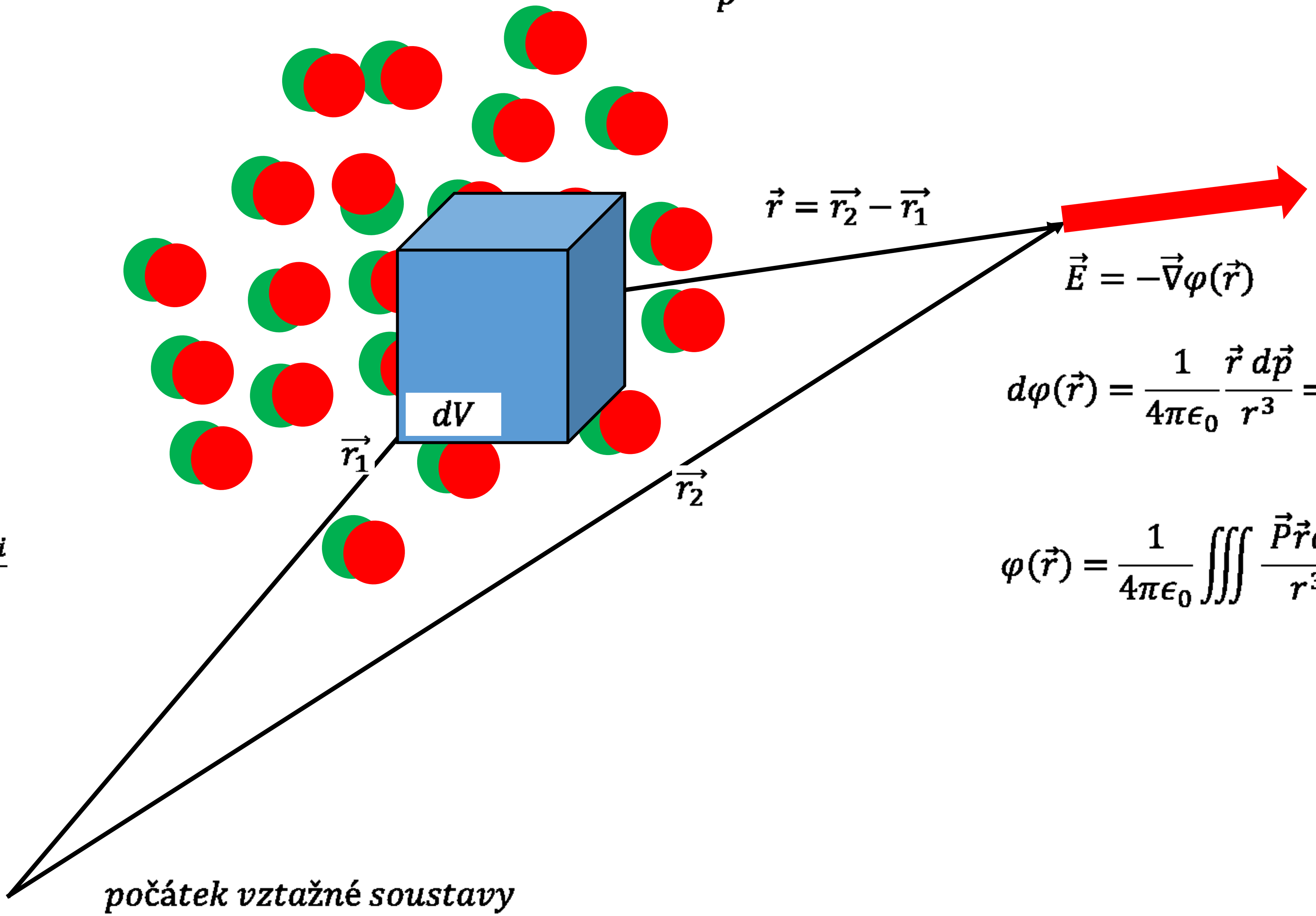
$$\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{r}\,\vec{p}}{r^3}\right) = \frac{\vec{p}}{r^3} + (\vec{r}\vec{p})\vec{\nabla}\frac{1}{r^3} = \frac{\vec{p}}{r^3} - \frac{3(\vec{r}\vec{p})\vec{r}}{r^5}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{3(\vec{r}\vec{p})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}\right)$$

$\vec{p} =$

$\vec{p} = Q\vec{d}$

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$



$$d\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}\,d\vec{p}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{P}dV}{r^3} =$$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iiint\frac{\vec{P}\vec{r}dV}{r^3}$$

Jaké je elektrické pole uvnitř?

Superpozice dvou polí od nábojů stejné velikosti, ale opačné orientace posunutých o $\vec{d}$.

$$\vec{E}^+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q(r^+)}{r^{+3}}\vec{r}^+ \qquad \vec{E}^- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q(r^-)}{r^{-3}}\vec{r}^-$$

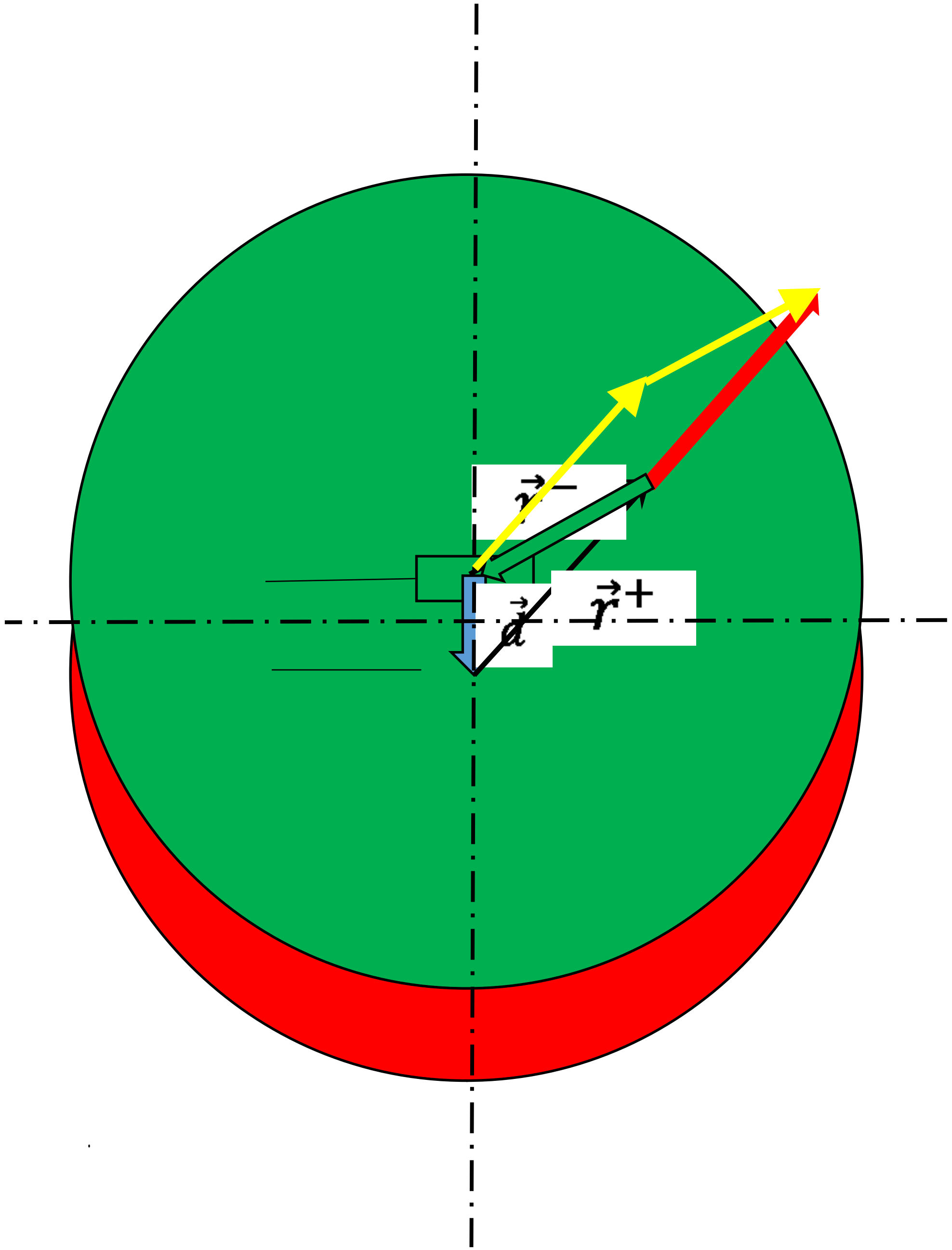
$$\vec{r}^+ \equiv \vec{r}$$

$$\vec{r}^- = \vec{d} + \vec{r}^+$$

$$\vec{d} = \vec{r}^- + (-\vec{r}^+)$$

$$Q(r) = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$$

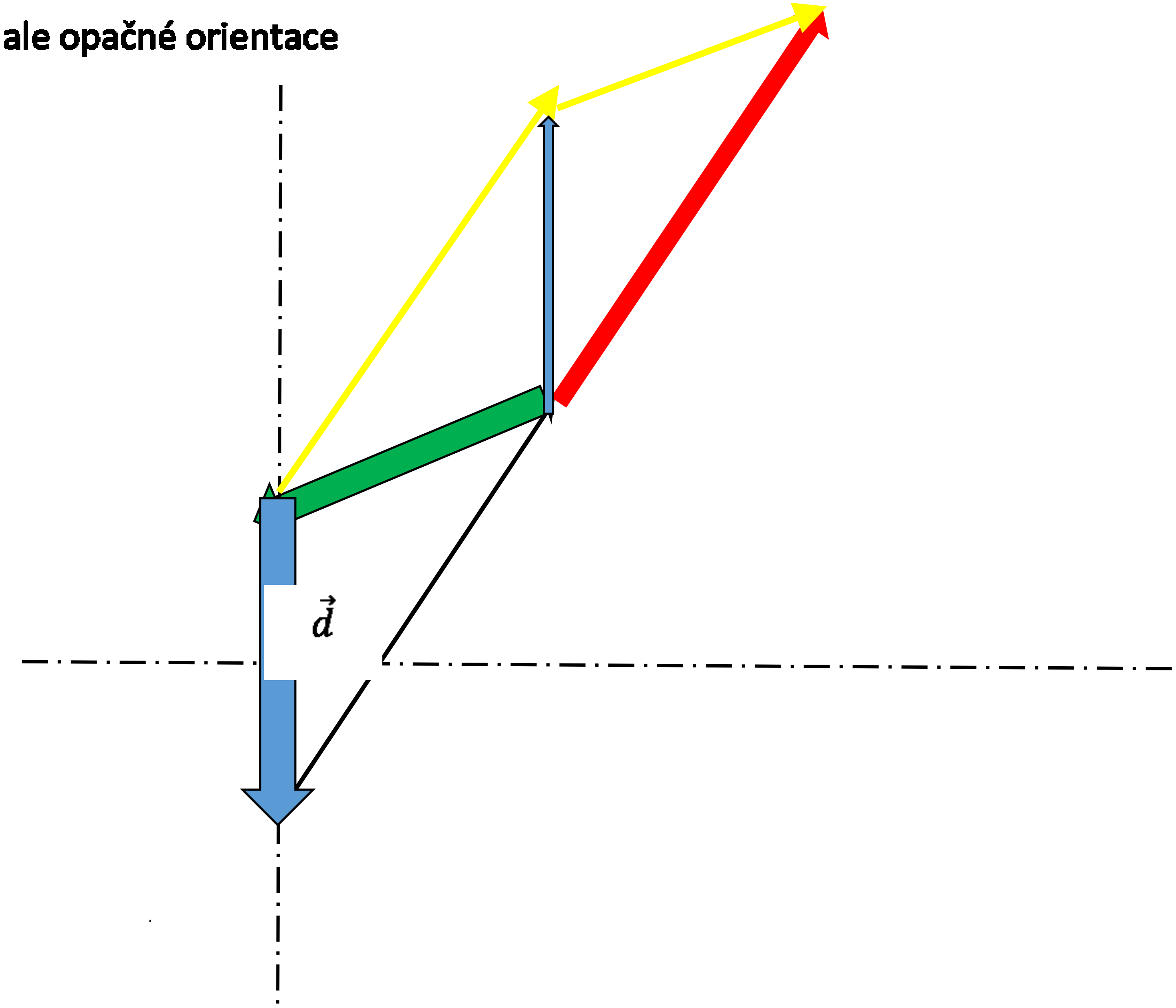
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q(r)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = \frac{r}{3\epsilon_0}$$



Jaké je elektrické pole uvnitř?

Superpozice dvou polí od nábojů stejné velikosti, ale opačné orientace posunutých o $\vec{d}$.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q(r)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = \frac{r}{3\epsilon_0}$$



$$\vec{E} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} grad\frac{1}{r} \qquad c = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$$

$$grad\frac{1}{r} = \vec{e}_x\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{r} + \vec{e}_y\frac{\partial}{\partial y}\frac{1}{r} + \vec{e}_z\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{r}$$

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$-E_x = c\frac{\partial}{\partial x_2}\frac{1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} = -c\frac{1}{2}\frac{\frac{\partial}{\partial x_2}\left((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right)}{\left((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right)^{(3/2)}}$$

$$-E_x = -c\frac{1}{2}\frac{2(x_2 - x_1)}{\left((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right)^{(3/2)}} = -c\frac{(x_2 - x_1)}{\left((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right)^{(3/2)}}$$

$$-E_x = -c\frac{(x_2 - x_1)}{r^3}$$

$$E_x = -c\frac{(x_2 - x_1)}{r^3} = c\frac{1}{r^2}\frac{(x_2 - x_1)}{r}$$

$$E_y = -c\frac{(y_2 - y_1)}{r^3} = c\frac{1}{r^2}\frac{(y_2 - y_1)}{r}$$

$$E_z = -c\frac{(z_2 - z_1)}{r^3} = c\frac{1}{r^2}\frac{(z_2 - z_1)}{r}$$

$$\vec{E} = E_x\vec{e}_x + E_y\vec{e}_x + E_z\vec{e}_z$$

$$-E_x = -c\frac{(x_2 - x_1)}{r^3} = c\frac{-1}{r^2}\frac{(x_2 - x_1)}{r}$$

$$-E_y = -c\frac{(y_2 - y_1)}{r^3} = c\frac{-1}{r^2}\frac{(y_2 - y_1)}{r}$$

$$-E_z = -c\frac{(z_2 - z_1)}{r^3} = c\frac{-1}{r^2}\frac{(z_2 - z_1)}{r}$$

$$\vec{E} = c\frac{1}{r^2}\left(\vec{e}_x\frac{(x_2 - x_1)}{r} + \vec{e}_y\frac{(y_2 - y_1)}{r} + \vec{e}_z\frac{(z_2 - z_1)}{r}\right) = c\frac{1}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

$$C = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iiint \frac{\vec{P}\vec{r}dV}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iiint \vec{P}\,\vec{\nabla}_{\vec{r}_1}\vec{\nabla}\frac{1}{r}\,dV$$