

Fyzika pro chemiky II

Elektromagnetické vlny a optika Fyzika mikrosvětla Fyzika pevných látek

Petr Mikulík

*Ústav fyziky kondenzovaných látek
Přírodovědecká fakulta
Masarykova univerzita, Brno*

III. Základy fyziky pevných (tuhých, kondenzovaných) látek

- III. Úvod – krystalografie, rentgenová transmise, odrazivost, difrakce
- III.1. Vazby v pevných látkách
- III.2. Elektrony v kovu
- III.3. Pásová teorie
- III.4. Polovodičové prvky, výroba polovodičových součástek
- III.5. Magnetické vlastnosti pevných látek
- III.6. Supravodivost

Hlavní motivace: elektrony

Literatura

D. Halliday, R. Resnik, J. Walker, Fyzika, VUTIUM Brno 2000 a 2014

Na základě přednášek Fyzika pro chemiky II – Václav Holý

Obsah předmětu

I. Elektromagnetické vlny a optika

- I.1. Elektromagnetické vlny
- I.2. Polarizace vlnění
- I.3. Odraz a lom světla
- I.4. Optické zobrazení – zrcadla
- I.5. Optické zobrazení – čočky
- I.6. Soustavy dvou čoček a optické přístroje
- I.7. Základy fyzikální optiky – interference vlnění
- I.8. Interference vln na tenké vrstvě
- I.9. Difrakce na otvoru
- I.10. Difrakce na mřížce

II. Úvod do fyziky mikrosvětla – Elementy kvantové fyziky

- II.1. Kvantový popis světla
- II.2. Bohrov model atomu
- II.3. De Broglieho vlny
- II.4. Základy kvantové mechaniky v 1 dimenzi
- II.5. Základy kvantové mechaniky ve 3 dimenzích
- II.6. Základy formální kvantové teorie
- II.7. Atomy

Požadavky na ukončení předmětu:

- **k zápočtu: docházka a obvykle: dvě zápočtové písemky**
2020, 2021: odpovědníky, odevzdávrny
- **ke zkoušce: test a písemka**

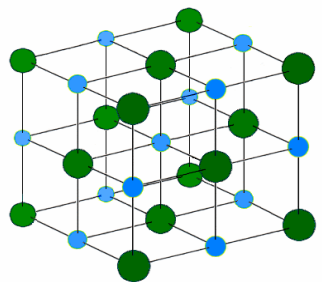
*Studenti chodí na americké univerzity, aby mohli chodit na přednášky.
Studenti chodí na české univerzity, aby nemuseli chodit na přednášky :-)*

Motivace pro pochopení principů a podstaty jevů

5

Tradiční chemik

Tradiční pokusy
Pochopení základních principů
Moderní vybavení

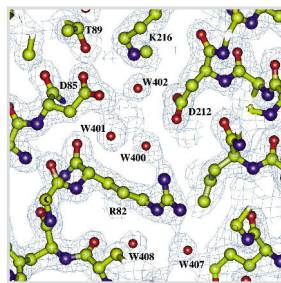


Krystalová struktura (NaCl)

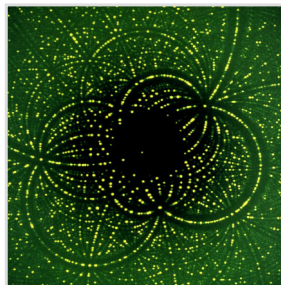
vs.

Kvantový chemik

Nákladné pokusy
Drahé chemikálie
Kvantové výpočty
Dlouhé simulace



Elektronová hustota

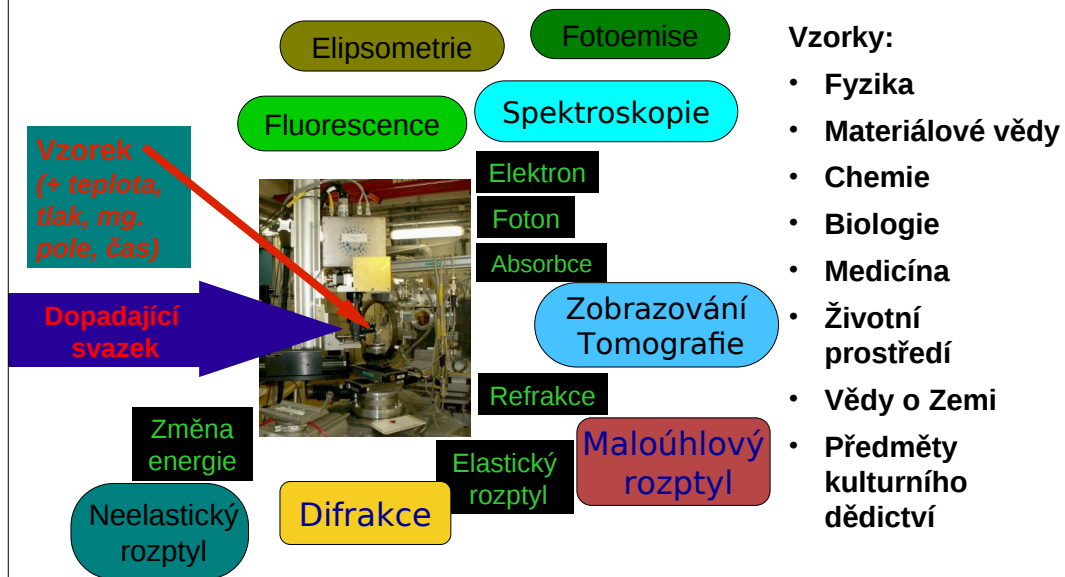


Difrakční obrazec

Ve fyzice: materiálový výzkum, ...

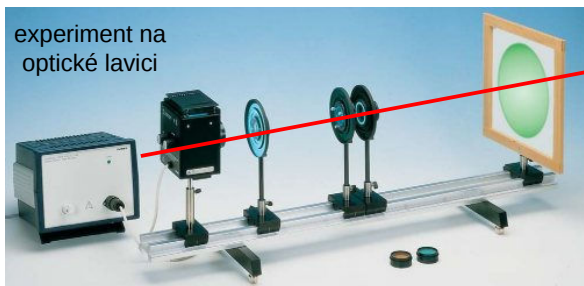
Jak zkoumat chemické látky a materiály: Interakce látky a záření

6



Princip uspořádání optických přístrojů: zdroj, optické prvky, optická lavice / optická osa, vzorek, detektor, ...

7



Světlo



8

Světlo: „viditelné“ a „neviditelné“ (člověk vs přístroje – a naopak).

Poznátky o světle známé z pozorování – Geometrická optika:

- světlo se šíří přímočaře
- paprsky jsou nezávislé a neovlivňují se navzájem
- paprsky se odrazí na rozhraní různých prostředí pod stejným úhlem
- při průchodu paprsků do jiného prostředí dochází k lomu
- chod paprsků je možno zaměnit

Vlnová teorie světla – Christiaan Huygens (1690)

Světlo je vlnění a šíří se ve vlnoplochách.

Korpuskulární teorie světla

Vlnově částicový přístup (přelomová období r. 1800 a r. 1900)

Korpuskulární teorie světla – Isaac Newton (1704)

Částice o různých velikostech (barvy) se šíří velkou rychlostí, větší rychlost částic v hustším prostředí – Newtonovo vysvětlení lomu (nesprávné)

Fotoefekt (Heinrich Hertz, Albert Einstein)

I. ELEKTROMAGNETICKÉ VLNY A OPTIKA

$E(r,t)$ a $D(r,t)$: elektrická intenzita, elektrická indukce
 $H(r,t)$ a $B(r,t)$: magnetická intenzita, magnetická indukce

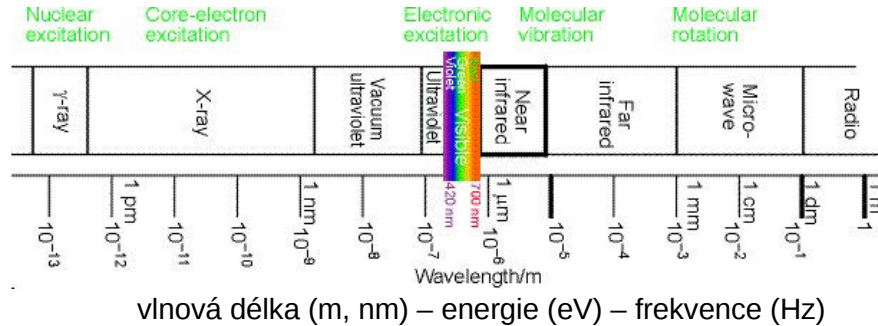
I.1. Elektromagnetické vlny

Historie: Teorie elektromagnetismu (J.C. Maxwell): světlo je elektromagnetické vlnění, elektromagnetické vlnění má vlastnosti analogické světlu – odraz elektromagnetického vlnění, lom na rozhraní atd.

1887: Experimentální ověření existence elektromagnetických vln šířících se rychlostí světla, jejich odrazu a lomu, tedy první bezdrátový přenos: Heinrich Hertz (1857–1894)

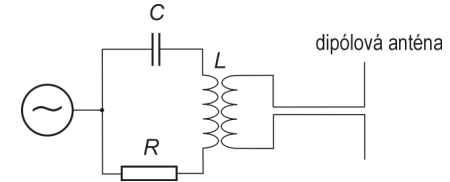


James Clerk Maxwell
1831–1879



Postupná elektromagnetická vlna

Elektromagnetická vlna vzniká nerovnoměrným pohybem nabitých částic, např. elektronů v anténě:



Elektrické a magnetické pole se šíří současně; změna elektrického pole vyvolává pole magnetické a naopak.

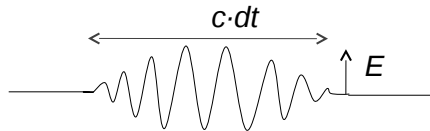
Zdroje:

- svíčka ... k excitaci atomů dochází chemickým procesem při slučování
- žárovka ... excitují se atomy tvořící krystalovou mřížku vlivem tepelného pohybu
- výbojka ... k excitaci dochází srážkami iontů urychlených elektrickým polem
- světelná dioda (LED) ... excitují se příměsí polovodiče průchodem el. proudu přes p-n přechod
- monitor ... excitace se děje dopadem iontů nebo elektronů – luminescence (různé druhy luminescence) – CRT cathode ray tube, LCD liquid crystal display a plazmové monitory
- fluorescence ... deexcitace elektronů v atomech, 10⁹ ... 10⁷ s
- fosforescence ... emise světla s menší intenzitou, ale s delší odezvou (patří do I)
- laser ... excitace elektronů v atomech postupující vlnou
- synchrotron ... záření urychlených částic

Elektromagnetické vlnění

Světlo je vlnění elektromagnetického pole, které je charakterizováno elektrickou E a D a magnetickou B a H složkou elektromagnetické vlny. Tyto složky jsou na sobě závislé (Maxwellovy rovnice) a pro popis optických jevů je podstatná elektrická složka E , která souvisí s většinou optických jevů v látkách (lom, rozptyl, luminescence, ...).

Foton je **vlnové klubko** – puls elektromagnetického vlnění, který je omezen v prostoru a čase.



Spektrální čáry rtuti:

Šířka čáry vs doba života ($\delta E \cdot \delta t > \hbar/2$ viz QM), Lorentzova křivka profilu spektrální čáry, ...



Maxwellovy rovnice a materiálové vztahy

Elektrické a magnetické pole se šíří současně; změna elektrického pole vyvolává pole magnetické a naopak.

E, H ... vektory elektrické a magnetické intenzity
 D, B ... vektory elektrické a magnetické indukce

Závislost na poloze v prostoru a čase:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

Závislost na poloze v prostoru:

$$\epsilon = \epsilon(\mathbf{r})$$

Řešení pro izotropní či homogenní prostor, pro šíření v prostředí, ...

Maxwellovy rovnice:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0$$

Materiálové vztahy:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad \text{elektrická permitivita}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \text{magnetická permeabilita}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{elektrická vodivost}$$

hustota volných nábojů ρ
 plošná hustota proudu \mathbf{j}

Z Maxwellových rovnic pro **vakuum** ($j=0, \rho=0$) plyne **vlňová rovnice** pro elektromagnetické vlnění:

$$\Delta \mathbf{E} \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Fázová rychlost elektromagnetického vlnění c ve vakuu je fundamentální fyzikální konstanta:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Stacionární řešení vlňové rovnice: $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{\pm i \omega t}$
(a totéž pro $\mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$)

kde **kruhá frekvence** je $\omega = 2\pi \nu = 2\pi f$ [sekunda⁻¹]

Postupná elektromagnetická vlna přenáší **energii**. Hustota toku energie (tj. přenesený výkon jednotkovou plochou kolmo na směr šíření vlnění) je dána **Poyntingovým vektorem**

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

jehož směr určuje směr šíření vlnění.

Místo konstantní fáze $\phi = \omega t - k z = \text{konst}$ se pohybuje **fázovou rychlostí**:

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Vlnoplocha je geometrické místo konstantní fáze. Vlnoplocha postupné vlny se posouvá fázovou rychlostí v . Rovinná vlna má rovinnou vlnoplochu kolmou na vlnový vektor \mathbf{k} .

Rovnice **rovinné vlny** je $E = E_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}]$
skalární součin $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$

Elektromagnetická vlna je **příčná**, proto $\mathbf{E} \cdot \mathbf{k} = 0$

Kulová vlna má kulovou vlnoplochu, jejíž poloměr se zvětšuje rychlostí v . Rovnice kulové vlny šířící se z bodového zdroje v počátku souřadnic je

$$E = \frac{A}{r} \text{Re} [e^{-i(\omega t - k r)}]$$

součin velikostí $k \cdot r$

V dalším vynecháme symbol Re.

Intenzita vlnění je pak dána vztahem

$$I = |\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*|$$

Důležité vlastnosti elektromagnetického pole ve vakuu (platí přibližně i ve většině materiálů)

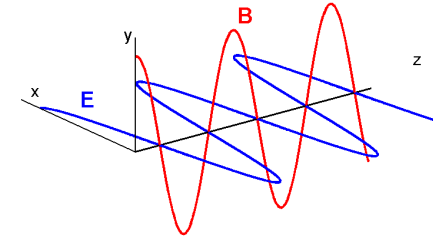
- Elektromagnetické vlnění je příčné, tj. vektory \mathbf{E} a \mathbf{B} jsou kolmé na směr šíření vlny.
- Vektory \mathbf{E} a \mathbf{B} jsou na sebe kolmé.
- V případě monochromatického (harmonického) vlnění mají vlny \mathbf{E} a \mathbf{B} stejnou frekvenci a jsou ve fázi.

Předpokládejme například, že vlnění se šíří podél osy z a vlna \mathbf{E} je polarizována v rovině xz :

$$E = E_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - kz)}], E_0 = (E_0, 0, 0)$$

Vlna \mathbf{B} je potom

$$B = B_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - kz)}], B_0 = (0, E_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, 0)$$



Fáze postupného monochromatického vlnění je $\phi = \omega t - k z$

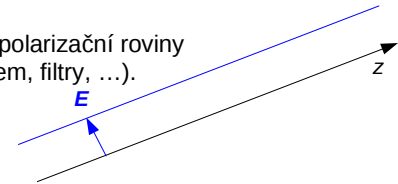
I.2. Polarizace vlnění

Orientace \mathbf{E} vzhledem ke směru šíření (dáno zdrojem, procesy, prostředím).

Polarizační rovina je určena vektory \mathbf{E} a \mathbf{k} .

Lineárně polarizované elektromagnetické vlnění – směr polarizační roviny se nemění v prostoru ani v čase (lasery, polarizace odrazem, filtry, ...).

$$E = E_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}]$$

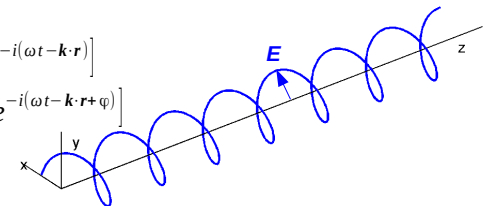


Nepolarizované vlnění (žárovka, Slunce).

$$E = E_{0x} + E_{0y}$$

$$E_{0x} = \hat{x} E_{0x} \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}]$$

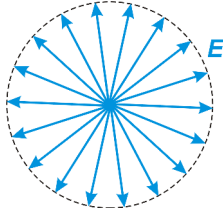
$$E_{0y} = \hat{y} E_{0y} \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi)}]$$



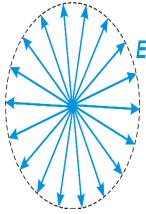
Kruhově polarizované vlnění – polarizační rovina se stáčí v prostoru i v čase.

$$E_{0y} = \hat{y} E_{0y} \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \pi/4)}]$$

Nepolarizované vlnění – orientace polarizační roviny je náhodná a všechny orientace jsou stejně pravděpodobné (většina zdrojů světla – žárovka, Slunce) – nezaměňovat s kruhově polarizovaným vlněním!



Částečně polarizované vlnění – některý směr polarizační roviny je pravděpodobnější než ostatní (nezaměňovat s elipticky polarizovaným vlněním!). Stupeň polarizace.



Polarizační filtry – látky s dlouhými lineárními molekulami – v ideálním případě propouštějí jen jeden směr polarizace dopadajícího světla.

Šíření vlny v prostředí: index lomu, vlnová délka v prostředí, ...

ϵ a μ jsou permitivita a permeabilita prostředí

ϵ_r a μ_r jsou relativní permitivita a relativní permeabilita prostředí, $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ $\mu = \mu_r \mu_0$

$$\epsilon \mu = \frac{1}{v^2} \quad \text{a} \quad \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad \longrightarrow \quad n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

Definice indexu lomu n : podíl rychlostí světla ve vakuu a v daném prostředí.

Velikost vlnového vektoru (vlnové číslo)

Frekvence

Index lomu

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi\nu n}{c} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} = n k_0$$

Vlnová délka

Fázová rychlost světla v prostředí

Rychlost světla ve vakuu

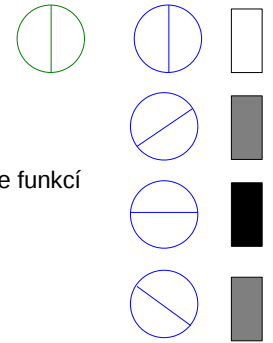
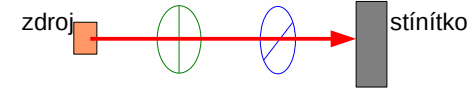
Vlnová délka ve vakuu

Vlnové číslo ve vakuu

$$\Rightarrow k = n k_0 \quad \lambda = \lambda_0 / n \quad v = c / n \quad v = \text{konst}$$

Malusův zákon

Pokus se dvěma polarizačními filtry: **polarizátor** a **analyzátor**



Propustnost polarizačního filtru pro lineárně polarizované světlo je funkcí úhlu Θ mezi polarizační rovinou a směrem propouštěné polarizace

$$I = I_0 \cos^2(\Theta)$$

Stáčení polarizace: cukr ... sacharóza (pravotočivá) vs fruktóza (levotočivá) → přístroj na měření cukernatosti: **sacharimetr**.



V anizotropním prostředí je fázová rychlost světla závislá na polarizaci – **dvojlom světla**. Dvojlom se pozoruje ve všech monokrystalech (propustných pro světlo) kromě kubických

$$\epsilon = \epsilon(\mathbf{r})$$

Index lomu je funkcí λ ... interakce látky a záření

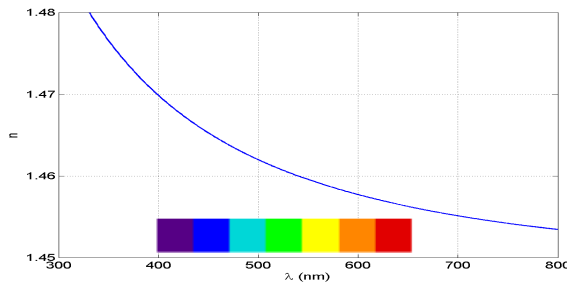
Typické hodnoty indexu lomu pro $\lambda = 589 \text{ nm}$:

	vakuum	vzduch	voda	etanol	roztok cukru 30 %	roztok cukru 80 %	glycerol	řepkový olej	benzen	nitrobenzen	sklo	diamant
n	1	1,00029	1,33	1,36	1,38	1,49	1,473	1,476	1,50	1,554	1,46–1,89	2,42
											obvykle pro výpočty: 1,5	

Ale: závislost indexu lomu světla na vlnové délce $n(\lambda)$ – **chromatická disperze**

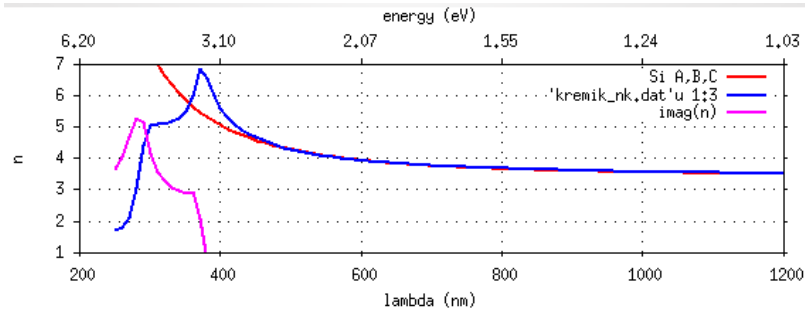
Chromatická disperze $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$

Závislost indexu lomu taveného křemene na vlnové délce světla:



Křemík:

$$n(\lambda) = 3,397 + 1,40513 \cdot 10^5 \text{ nm}^2 / \lambda^2 + 1,992 \cdot 10^{10} \text{ nm}^4 / \lambda^4$$



Imaginární část indexu lomu ... absorpce

Imaginární část indexu lomu a koeficient absorpce:

$$n' = n + ik$$

$$E(z) = E e^{ink_0 r}$$

Absorpce světla při průchodu látkou: Lambertův-Beerův zákon

$$I(z) = I_0 e^{-\mu t} \quad \mu \dots \text{index absorpce}$$

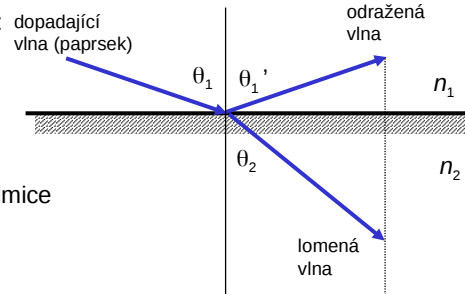
Aplikace:

- Absorpce viditelného světla
- Infračervená absorpční spektroskopie
- Rentgenová radiografie a tomografie (různé $\mu(\lambda)$ pro různé materiály)

I.3. Odraz a lom světla

V této a následujících kapitolách použijeme **aproximaci geometrické optiky**. V této aproximaci se světlo v homogenním prostředí šíří po přímce – zanedbáme ohyb světla.

Průchod světla **rozhraním dvou prostředí**:



Úhly dopadu, odrazu a lomu: měříme od kolmice k rozhraní.

Při průchodu rozhraním se zachovává frekvence vlnění a tečná složka vlnového vektoru. Odtud lze odvodit:

Zákon odrazu

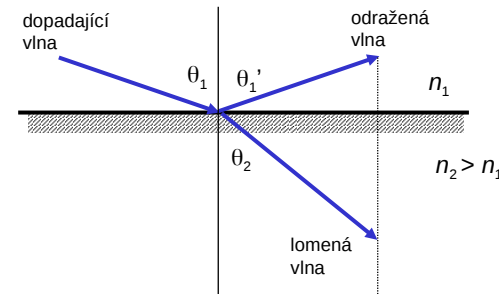
$$\theta_1 = \theta_1'$$

Zákon lomu – Snellův zákon

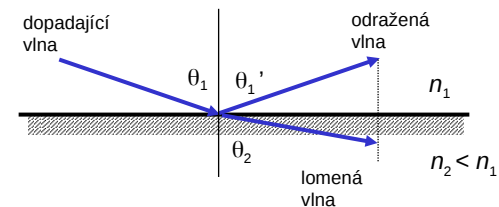
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Odvození: čistě geometricky, ze symetrie nebo z Fermatova principu.

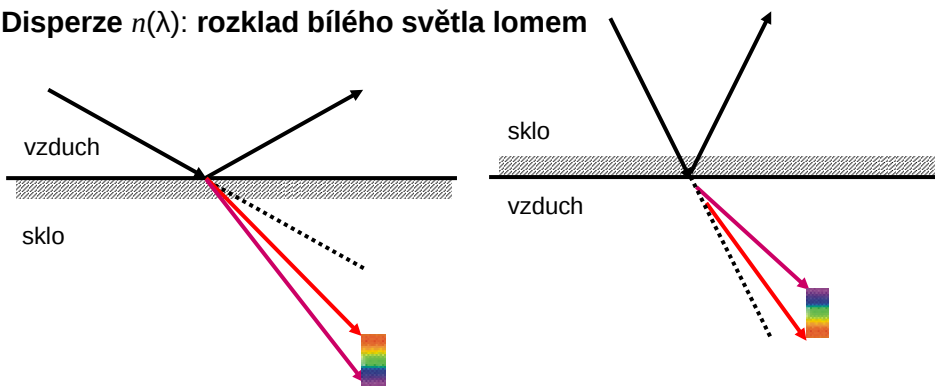
Světlo prochází z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího → **lom ke kolmici**:



Světlo prochází z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího → **lom od kolmice**:



Disperze $n(\lambda)$: rozklad bílého světla lomem



$n_{\text{fialová}} > n_{\text{červená}} \rightarrow$ fialová barva se lomí méně a tudíž je blíže kolmici

Barva	Rozsah vlnových délek	Rozsah frekvencí
červená	~ 625–800 nm	~ 480–375 THz
oranžová	~ 590–625 nm	~ 510–480 THz
žlutá	~ 565–590 nm	~ 530–510 THz
zelená	~ 520–565 nm	~ 580–530 THz
tyrkysová (azurová)	~ 500–520 nm	~ 600–580 THz
modrá	~ 430–500 nm	~ 700–600 THz
fialová (purpurová, nachová)	~ 400–430 nm	~ 750–700 THz

Pořadí barev ve spektru ČOŽZMF (např. mnemotechnická pomůcka):



25

Úplný (totální) odraz světla na rozhraní

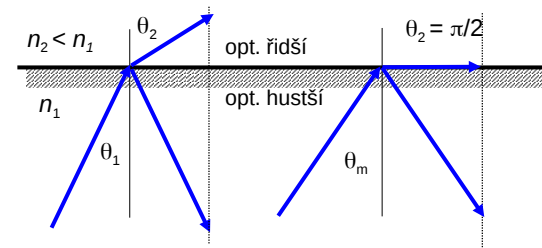
Ze Snellova zákona

$$n_1 \sin \theta_m = n_2 \sin 90^\circ$$

plyne **kritický úhel (odrazu):**

$$\theta_m = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$n = \frac{n_2}{n_1} \text{ je poměr indexů lomu rozhraní}$$



K totálnímu odrazu světla dochází při průchodu rozhraním **z prostředí opticky hustšího do opticky řidšího** pro úhel dopadu větší než θ_m . Vlna v opticky řidším prostředí se exponenciálně tlumí (evanescentní vlna).

	voda	etanol	sklo	diamant
n (589 nm)	1,33	1,36	1,5	2,42
kritický úhel, rozhraní látka \rightarrow vzduch	48,7°	47,3°	41,8°	24,4°

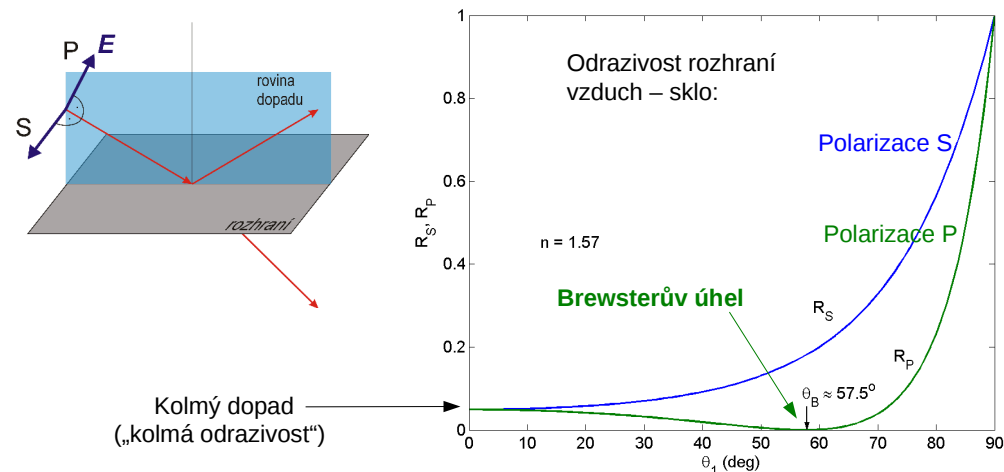
26

Odráživost rozhraní

Poměr intenzit odraženého a dopadajícího světla v závislosti na úhlu dopadu

$$R(\theta_1) = \frac{I_{\text{refl}}(\theta_1)}{I_{\text{inc}}} = \frac{|E_{\text{refl}}(\theta_1)|^2}{|E_{\text{inc}}|^2} = |r_{s,p}(\theta_1, \lambda)|^2$$

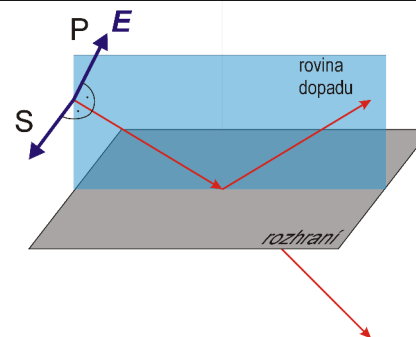
Vzorce pro r_p , r_s , a pro t_p , t_s se nazývají **Fresnelovy koeficienty**



27

Polarizace světla odrazem

S- a P-polarizované světlo:



Je-li úhel dopadu θ_1 roven **Brewsterovu úhlu** θ_B , pak se P-polarizované světlo neodráží (odráživost je rovna nule).

Z Fresnelova koeficientu r_p plyne, že $\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

	voda	etanol	sklo	diamant
n (589 nm)	1,33	1,36	1,5	2,42
Brewsterův úhel, rozhraní vzduch \rightarrow látka	53,1°	53,7°	56,3°	67,5°

Aplikace: Elipsometrie, ...

28

Přesný vzorec:
$$x = t \sin \alpha \left(1 - \frac{n_0 \cos \alpha_1}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha_1}} \right)$$

Odvodit přesný vzorec pro destičku ve vzduchu:

$$x = t \cos \alpha (\tan \alpha_2 - \tan \alpha)$$

Z toho odvodit aproximativní vzorec:

$$x = t \alpha \frac{n-1}{n}$$

Prodiskutovat malé úhly.

Ukázat v gnuplotu oba dva vzorce.

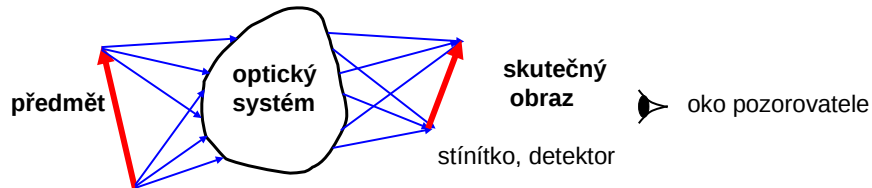
Ukázat na apletu. Pak v něm dát zdroj světla do destičky – šíření totálními odrazy.

Geometrická optika – optické zobrazení – principy

Přiblížení **geometrické optiky**:

- šíření světla se modeluje paprsky
- světlo (paprsky) se šíří přímočaře, pokud neprochází rozhraními
- ohyb světla (interferenční jevy) se zanedbá.

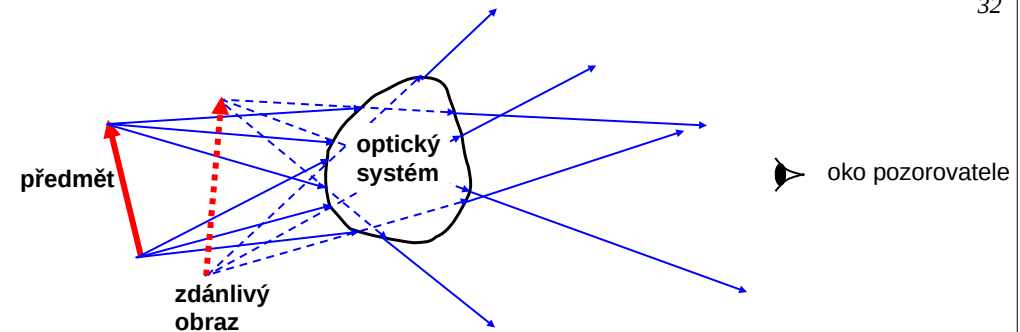
Definice **optického zobrazení** nějakým optickým systémem:



Paprsky vycházející z téhož bodu předmětu se po průchodu optickým systémem protínají v tomtéž bodě **skutečného obrazu**.

Skutečný obraz můžeme pozorovat na stínítku.

Aberace: chyby dokonalého zobrazení, např. neprotínají-li se paprsky, různé obrazy pro různé vlnové délky, ...



Prodloužené paprsky prošlé optickým systémem se protínají v tomtéž bodě **zdánlivého obrazu**.

Zdánlivý obraz není možné zachytit na stínítku – nemůžeme tam vložit stínítko.

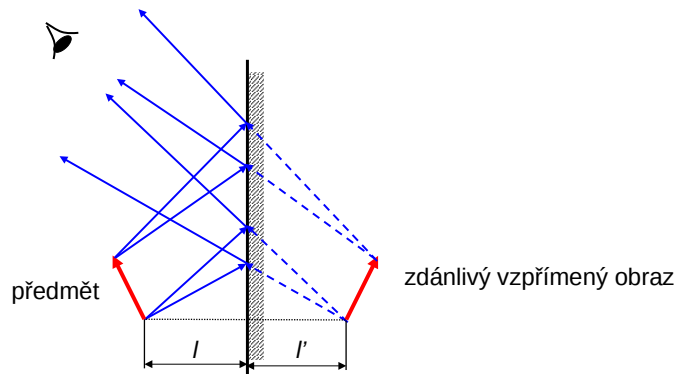
Oko pozorovatele (jakožto optický systém) převádí zdánlivý obraz na skutečný obraz na sítnici.

Bodu P' říkáme **virtuální (zdánlivý) obraz** bodu P, když paprsky po průchodu optickým systémem se šíří tak, **jako by** vycházely z tohoto bodu.

I.4. Optické zobrazení – zrcadla

33

Rovinné zrcadlo



Robrazovací rovnice: $l = l'$

U **parabolického zrcadla** je popsáný chod paprsků dodržen i mimo paraxiální přiblížení.

35

Zobrazení kulovým zrcadlem

Zobrazovací rovnice kulového zrcadla:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

Příčné zvětšení obrazu – poměr výšek obrazu a předmětu:

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{a'}{a}$$

V případě **vydutého (konkávního) kulového zrcadla** je $f > 0$:

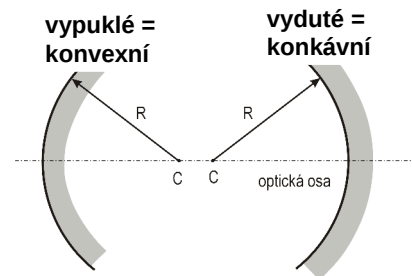
- Je-li $a > 2f$: $f < a' < 2f \rightarrow$ obraz je reálný, převrácený, zmenšený ($-1 < m < 0$)
- Je-li $a = 2f$: $a' = 2f \rightarrow$ obraz je reálný, převrácený, $m = -1$
- Je-li $f < a < 2f$: $a' > 2f \rightarrow$ obraz je reálný, převrácený, zvětšený ($m < -1$)
- Je-li $a < f$: $a' < 0 \rightarrow$ obraz je zdánlivý, přímý ($m > 0$)

V případě **vypuklého (konvexního) zrcadla** je $f < 0$.

Vždy vzniká vzpřímený ($m > 0$) a zdánlivý obraz za zrcadlem ($a' < 0$).

Kulové zrcadlo

34

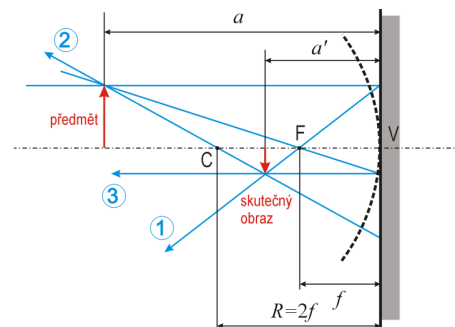


Bod C je **střed křivosti zrcadla**,
R je **poloměr křivosti**.

Paraxiální přiblížení:

- vzdálenost paprsků rovnoběžných s optickou osou je mnohem menší než poloměr křivosti
- úhel paprsků s optickou osou je velmi malý

Chod paprsků vydutým zrcadlem (v paraxiálním přiblížení, tj. parabolické aproximaci):



Bod F je ohnisko zrcadla.

Ohnisková vzdálenost: $f = R/2$

1. paprsek rovnoběžný s ohniskovou osou se odráží do ohniska
2. paprsek procházející středem zrcadla se odráží do středu zrcadla
3. paprsek procházející ohniskem je po odrazu rovnoběžný s optickou osou

Optické zobrazení – čočky

36

Začneme popisem **jedné lámavé plochy** – zakřivené rozhraní dvou prostředí.

Použijeme paraxiální přiblížení.

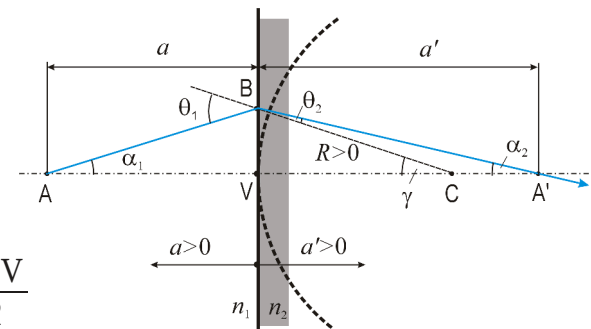
Snellův zákon v paraxiálním přiblížení

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Platí přitom

$$\theta_1 = \alpha_1 + \gamma, \quad \theta_2 = \gamma - \alpha_2,$$

$$\alpha_1 \approx \frac{BV}{a}, \quad \alpha_2 \approx \frac{BV}{a'}, \quad \gamma \approx \frac{BV}{R}$$

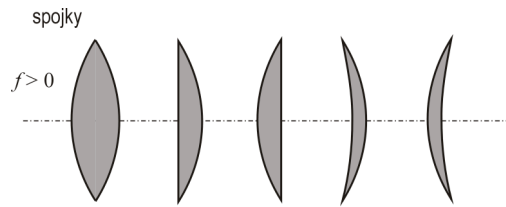


Odtud plyne **zobrazovací rovnice lámavé plochy** (pozor na znaménka a a a'):

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{a'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

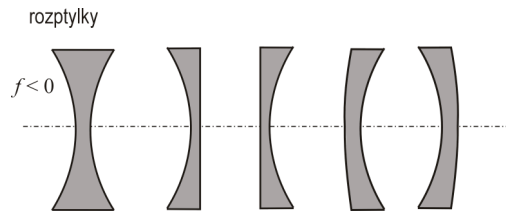
V případě **vyduté lámavé plochy** je $R < 0$.

Předpokládejme, že index lomu materiálu čočky n je větší než 1, index lomu okolí je 1.
Tenká čočka – její tloušťka na optické ose je mnohem menší než její průměr a poloměry lámavých ploch $R_{1,2}$



ohnisková vzdálenost $f > 0$

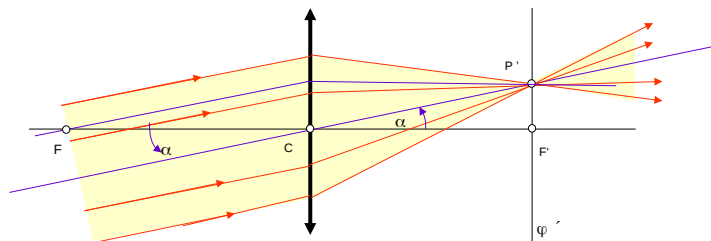
ploskovypuklé a ploskovyuduté



ohnisková vzdálenost $f < 0$

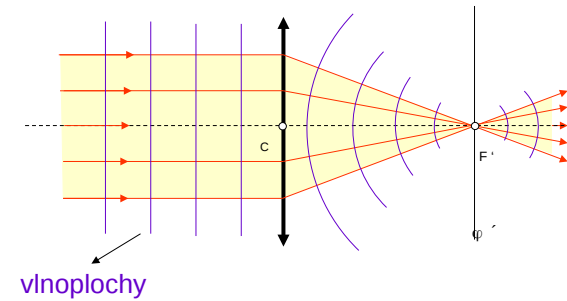
Obrazová a předmětová rovina

Chod svazku paprsků čočkou



1. Rovnoběžný svazek paprsků svírající s optickou osou úhel α se protíná v obrazové ohniskové rovině v průsečíku P' .
2. Polohu tohoto průsečíku určí paprsek svazku jdoucí středem čočky. Bod P' můžeme považovat za obraz bodu P , který leží nekonečně daleko od čočky. Ohnisková rovina je pak i obrazovou rovinou.
3. Podle principu reverzibility se paprsky vycházející z bodu ohniskové roviny šíří za čočkou rovnoběžně s paprskem jdoucím středem čočky.

Definice ohniska – čočky



1. Paprsky rovnoběžné s optickou osou se po průchodu čočkou protínají v obrazovém ohnisku – toto je definice **ohniska**.
2. Rovinnou vlnu změnila čočka ve vlnu kulovou.
3. Čočka při zobrazování nemění fázový rozdíl mezi paprsky.
4. Princip reverzibility v geometrické optice říká, že dráhy paprsků optickým systémem nezávisí na směru šíření světla.

Tenká čočka se popisuje jako soustava dvou lámavých ploch s poloměry $R_{1,2}$.
 Zobrazovací rovnice první plochy (zleva) je

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{a''} = \frac{n-1}{R_1}$$

Zobrazovací rovnice druhé plochy je

$$-\frac{n}{a''} + \frac{1}{a'} = \frac{1-n}{R_2}$$

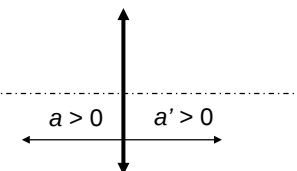
Odtud plyne **zobrazovací rovnice tenké čočky**

Příčné zvětšení je:

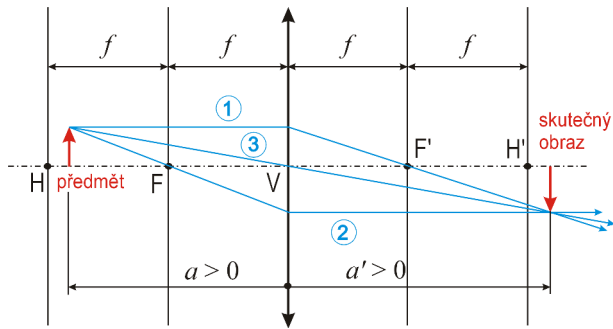
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$m = -\frac{a'}{a}$$

Přitom se použila **znaménková konvence**



Chod paprsků tenkou spojkou ($f > 0$)



H a H' jsou **předmětový a obrazový hlavní bod**,
F a F' jsou **předmětové a obrazové ohnisko čočky**,
V je **vrchol (střed) čočky**.

Paprsek (1) rovnoběžný s optickou osou prochází po průchodu čočkou obrazovým ohniskem.

Paprsek (2) procházející předmětovým ohniskem je po průchodu čočkou rovnoběžný s optickou osou.

Paprsek (3) procházející vrcholem (středem) čočky zachovává směr.

Je-li $a > 2f$, je $f < a' < 2f$, obraz je reálný, převrácený, zmenšený ($-1 < m < 0$)

Je-li $a = 2f$, je $a' = 2f$, obraz je reálný, převrácený, $m = -1$

Je-li $f < a < 2f$, je $a' > 2f$, obraz je reálný, převrácený, zvětšený ($m < -1$)

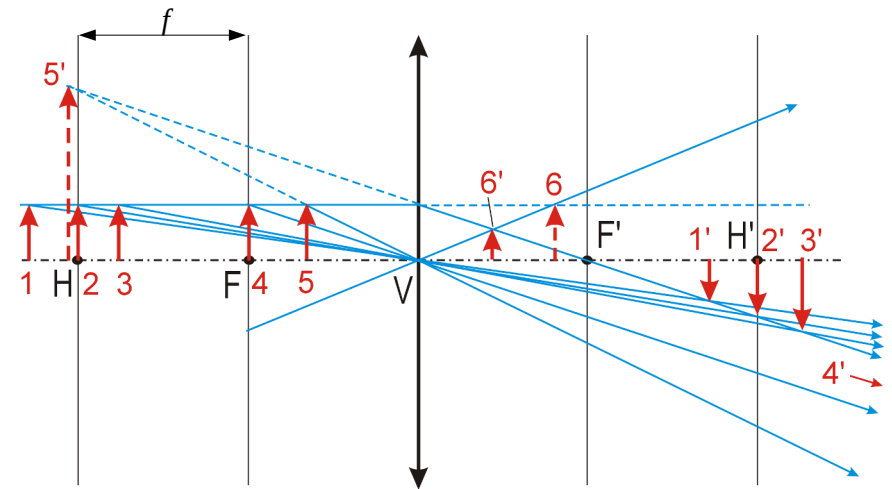
Je-li $a = f$, je $a' \rightarrow \infty$

Je-li $a < f$, je $a' < -f$, obraz je zdánlivý, přímý, zvětšený ($m > 1$)

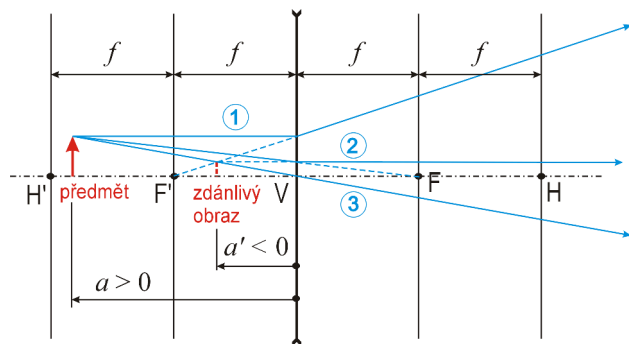
Podívejte se na aplety...

Vzájemné polohy předmětu a obrazu spojky.

6' je **zdánlivý předmět** ($a < 0$), jemuž odpovídá skutečný obraz 6.



Chod paprsků tenkou rozptylkou ($f < 0$)



H a H' jsou **předmětový a obrazový hlavní bod**,
F a F' jsou **předmětové a obrazové ohnisko čočky**,
V je **vrchol (střed) čočky**.

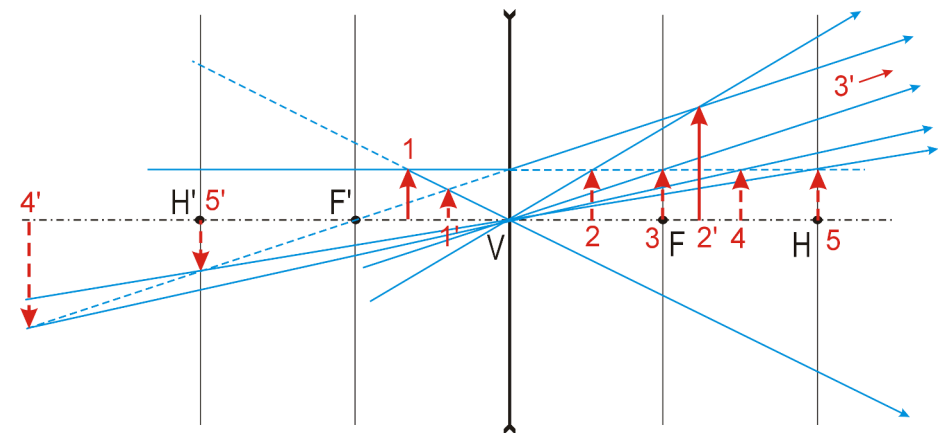
Paprsek (1) rovnoběžný s optickou osou prochází po průchodu čočkou obrazovým ohniskem.

Paprsek (2) procházející předmětovým ohniskem je po průchodu čočkou rovnoběžný s optickou osou.

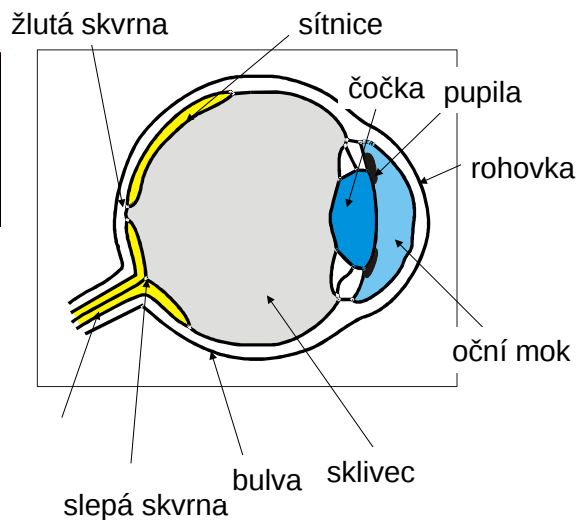
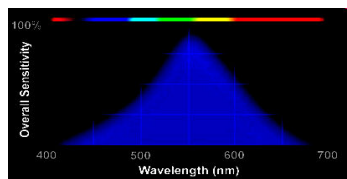
Paprsek (3) procházející vrcholem (středem) čočky zachovává směr.

Obraz je vždy je zdánlivý, vzpřímený a zmenšený ($0 < m < 1$).

Vzájemná poloha předmětu a obrazu rozptylky.
2–5 jsou zdánlivé předměty ($a < 0$)

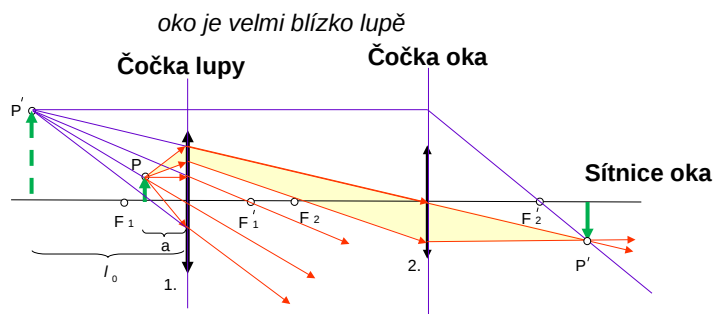


Oko



Soustavy dvou čoček – zobrazení lupou

47



Virtuální obraz vytváří 1. spojka a 2. spojka jej zobrazuje jako reálný obraz na sítníku. Obraz P'' vytváří jen malý svazek paprsků ze širokého svazku procházejícího 1. čočkou. Předmět dáme jej do takové vzdálenosti a , aby obraz vznikl ve vzdálenosti $l_0 = 25 \text{ cm}$ (**konvenční zraková vzdálenost**). Oko (čočka 2) pak vidí virtuální obraz (přímý, zvětšený).

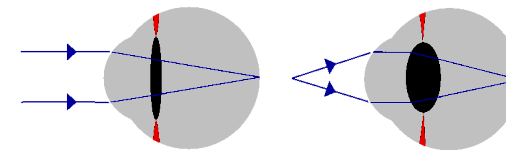
$$\text{Úhlové zvětšení je: } m = \frac{l_0}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

Oko – optická mohutnost – dioptrie

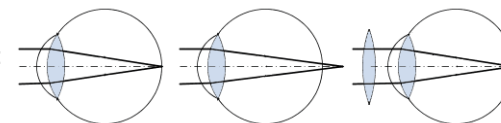
Dioptrie = $1/\text{ohnisková vzdálenost v metrech}$

čočka s $f=1 \text{ m}$ má 1 dioptrii, pro $f=0,1 \text{ m}$ je 10 dioptrií

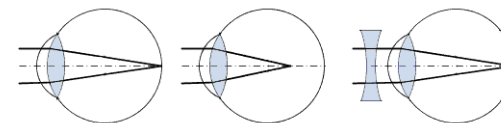
Zdravé lidské oko: 60 dioptrií, dokáže mohutnost změnit až o 15 dioptrií za cca 1/3 sekundy; 1/10 sekundy se udává jako reakční doba oka.



Dalekozrakost:



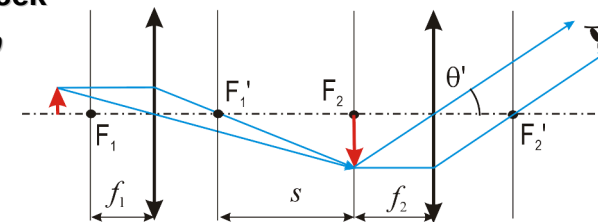
Krátkozrakost:



I.6. Soustavy dvou čoček

48

Dvě spojky – mikroskop



První čočka (**objektiv**) vytvoří obraz blízkého předmětu v předmětovém ohnisku druhé čočky (**okulár**). Okulár vytvoří obraz v nekonečnu, oční čočkou se převede na sítnici oka.

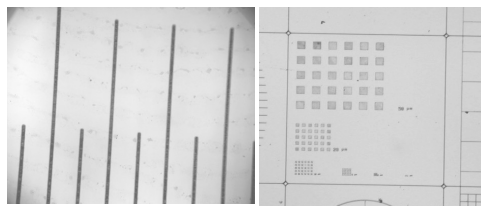
Úhlové zvětšení předmětu je

$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{s l_0}{f_1 f_2}$$

θ je úhel, pod kterým je vidět předmět v konvenční zrakové vzdálenosti $l_0 = 25 \text{ cm}$, s je vzdálenost mezi obrazovým ohniskem objektivu a předmětovým ohniskem okuláru.

- 1) Mikroskop má okulár a při pozorování obrazu přikládáme oko těsně k okuláru. Okulár a oko pak představují projektiv, který promítá meziobraz na sítnici.
- 2) Při ostření mikroskopu měníme vzdálenost mezi preparátem a objektivem tak, abychom viděli ostrý obraz, bez ohledu na to, zda nosíme brýle nebo ne. Při práci s mikroskopem nepoužíváme brýle!

Mikroskop



1 mm

Zvětšení – měřítko

Pozorování okem nebo záznam fotoaparátem či kamerou

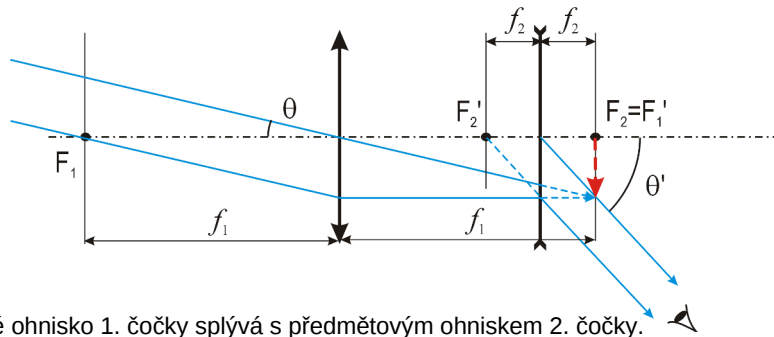
Hloubka ostrosti

Rozlišovací schopnost – čtverečky či čáry

Binokulární mikroskop a stereomikroskop:



Spojka a rozptylka – Galileiho dalekohled



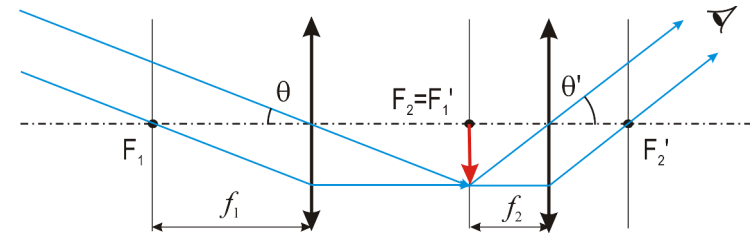
Obrazové ohnisko 1. čočky splývá s předměťovým ohniskem 2. čočky.

Vzdálený předmět ($a \rightarrow \infty$) se zobrazí do obrazového ohniska F_1 1. čočky (**objektivu**). Tento obraz je zdánlivým předmětem pro 2. čočku (**okulár**). Obraz se vytvoří v nekonečnu ($a' \rightarrow \infty$) a oční čočkou se zobrazí na sítnici oka.

Úhlové zvětšení dalekohledu je $m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_1}{f_2}$

I.6. Soustavy dvou čoček

Dvě spojky – Keplerův dalekohled



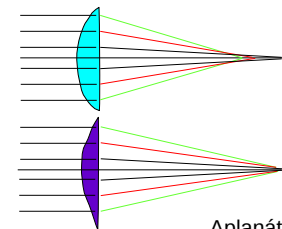
Obrazové ohnisko 1. čočky splývá s předměťovým ohniskem 2. čočky.

Vzdálený předmět ($a \rightarrow \infty$) se zobrazí do obrazového ohniska F_1 1. čočky (**objektivu**). Tento obraz je předmětem pro 2. čočku (**okulár**). Obraz se vytvoří v nekonečnu ($a' \rightarrow \infty$) a oční čočkou se zobrazí na sítnici oka.

Úhlové zvětšení dalekohledu je $m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_1}{f_2}$

Vady čoček a optických přístrojů

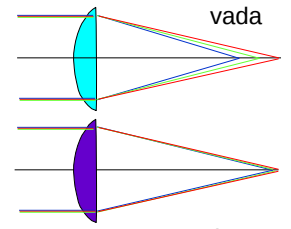
Otvorová vada (sférická – neparax.)



Sinová podmínka

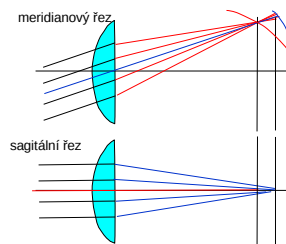
Aplanáty

Barevná (chromatická) vada



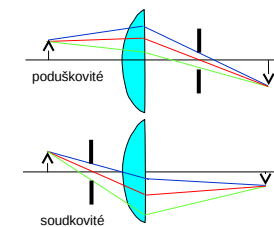
Apochromatická čočka

Astigmatismus (nesférický tvar)



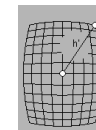
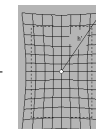
meridiánový řez

sagitální řez



poduškovité

soudkovité



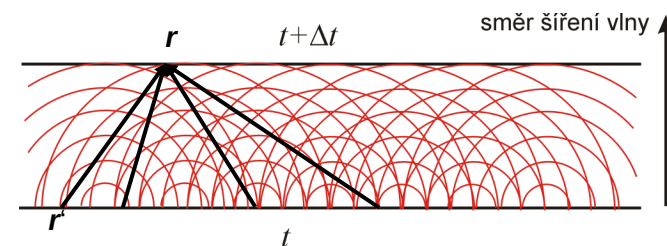
I.7. Základy fyzikální optiky – interference vlnění

Doposud jsme šíření světla popisovali v geometrické aproximaci – zanedbali jsme ohyb a interferenci vlnění, předpokládali jsme, že v homogenním prostředí se světlo šíří přímočaře. V této kapitole uvážíme vlnovou povahu světla, která vysvětlí interferenci a ohyb vlnění.

Z Maxwellových rovnic lze odvodit **Huygensův–Fresnelův princip**:

Všechny **body na vlnoploše** v čase t jsou zdrojem **sekundárních kulových vln**, jejichž superpozicí vzniká další vlnoplocha v čase $t + \Delta t$

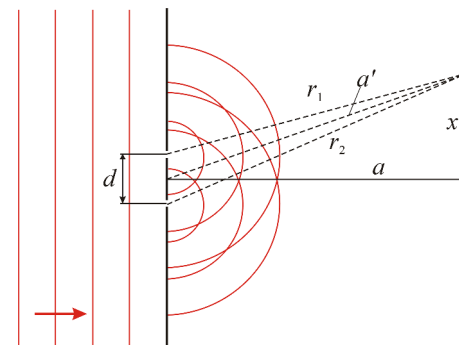
$$E(\mathbf{r}, t + \Delta t) = \int_{\text{vlnoplocha}(t)} d\mathbf{r}' \frac{A}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} e^{-i(\omega t - k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}$$



Dvouštěrbinový experiment – Youngův pokus

Experimentální ověření vlnové povahy světla – **Youngův pokus** (1801)

Monochromatické světlo prochází **dvěma blízkými malými otvory**. Tyto otvory jsou podle H.–F. principu zdroji sekundárních kulových vln. Na stínítku ve vzdálenosti a se pozoruje výsledek skládání (interference) těchto sekundárních vln.



Elektrické pole v místě pozorovatele P je součtem elektrických polí dvou sekundárních kulových vln (zanedbáme polarizaci vlnění):

$$E = E_1 + E_2 = \frac{A}{r_1} e^{-i(\omega t - kr_1)} + \frac{A}{r_2} e^{-i(\omega t - kr_2)}$$

Fraunhoferova aproximace: detektor je „daleko“, takže vzdálenost otvorů d je mnohem menší než a , přesněji:

$$d \ll \sqrt{a\lambda}$$

Potom je dráhový rozdíl: $|r_1 - r_2| \approx d \cdot \sin \alpha = d \cdot x/a$

Spočteme to:

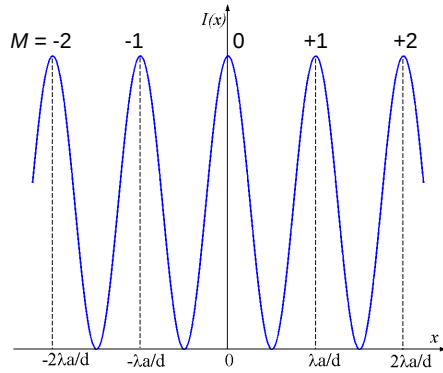
$$E(t, x) = E_1(t, x) + E_2(t, x) \approx \frac{A}{a'} 2 \cos\left(\frac{k x d}{2 a'}\right) e^{-i(\omega t - k a')}$$

Omezíme-li se na případ $|x| \ll a$, bude $a' \approx a$ a intenzita vlnění v místě pozorovatele je

$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2\left(\frac{\pi x d}{a \lambda}\right)$$

$$I_{\max} = 4 |E_0|^2 > |E_0|^2 + |E_0|^2$$

$$I_{\min} = 0$$

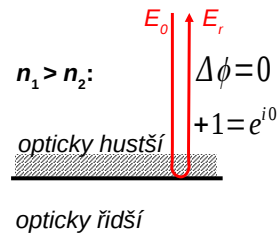
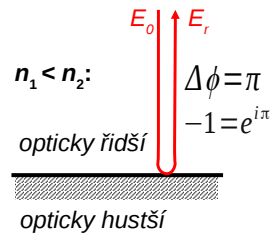


Pozorují se ekvidistantně rozložená maxima intenzity. K maximu intenzity dojde, liší-li se vzdálenosti r_1, r_2 o celistvý počet vlnových délek λ . Souřadnice m -tého maxima je

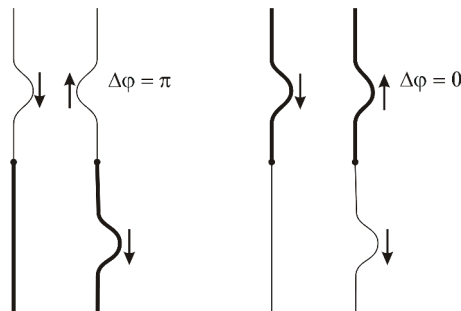
$$x_m = m \cdot \frac{\lambda a}{d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Proč a jak se mění fáze při odrazu světla na rozhraní? Předpokládejme kolmý odraz:

$$E_r = E_0 \cdot r, \quad \text{Fresnelův koeficient } r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \pm \frac{|n_1 - n_2|}{n_1 + n_2}$$

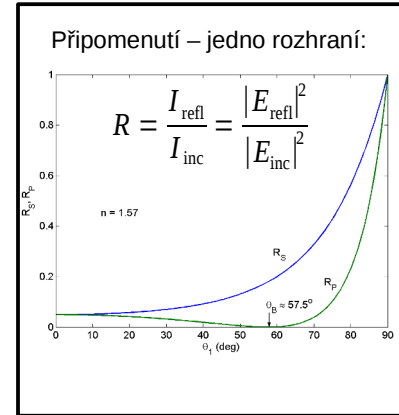
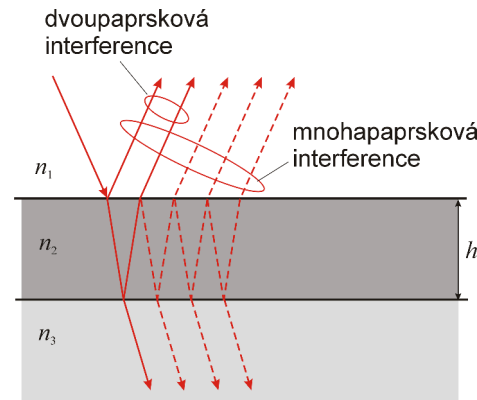


Analogie s mechanickým vlněním šířícím se uzlem spojujícím tenké a tlusté lano:



I.8. Interference vln na tenké vrstvě

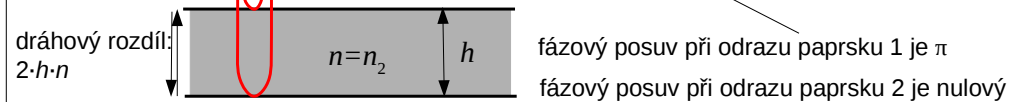
Skládání vlnění odražených na dvou rozhraních tenké vrstvy



Kolmý dopad na tenkou vrstvu s indexem lomu n a tloušťkou h

A. Z obou stran vzduch ($n=1$)

fázový rozdíl paprsků: $\Delta\phi = \pi + 2 h k n = \pi \left(1 + \frac{4 h n}{\lambda}\right)$



Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = \pi \left(1 + \frac{4 h n}{\lambda}\right) = 2\pi m, \quad m = 1, 2, \dots \Rightarrow h = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n}$$

B. Nahoře vzduch ($n_1=1$), podložka s indexem lomu n_3 , přičemž $n_3 > n_2 > n_1$:

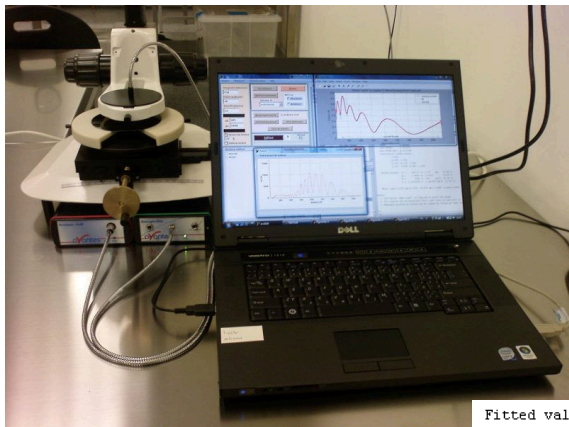
Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = 2 h k n_2 = \frac{4 h n_2 \pi}{\lambda} \Rightarrow h = m \frac{\lambda}{2n_2}$$

Příklady: bublina (A), olejová vrstva na vodě (B), tenká vrstva na skle (B), ...

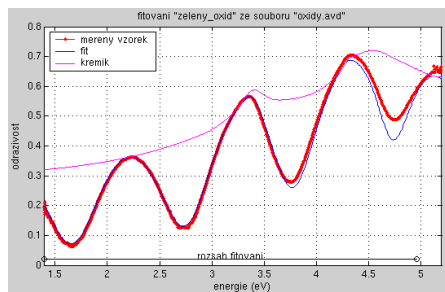
Kolmý odraz: Jak ho zařídít v mikroskopu či spektrometru:

- polopropustné zrcátko
- vláknová optika



$$R(\lambda) = \frac{(r_1 r_s)^2 - 4r_1 r_s \sin^2 \phi}{(1 + r_1 r_s)^2 - 4r_1 r_s \sin^2 \phi}$$

$$\phi = 2\pi d n_1 / \lambda$$

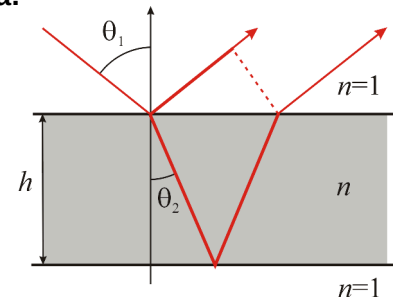


Fitted values: $d = 1060.8 \pm 1.4$ nm (0.14 %)
 $A = 1.4825 \pm 0.002$ (0.14 %)
 $B = 1500 \pm 230$ nm² (15.54 %)
 $C = 2.34e+008 \pm 2e+007$ nm⁴ (8.38 %)

Note: layer n(300 nm)=1.5280 n(1080 nm)=1.4840 n(avg)=1.5060

Hodina číslo 4

Šikmý dopad světla:



Fázový posuv mezi paprsky:

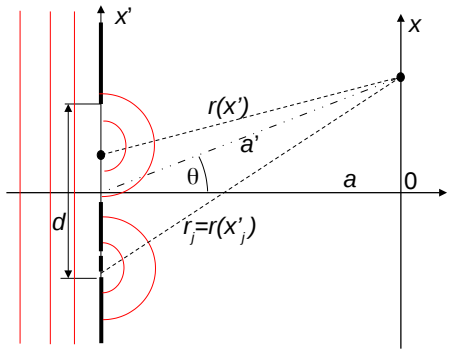
$$\Delta\phi = \pi + 2h \left(\frac{kn}{\cos\theta_2} - k \tan\theta_2 \sin\theta_1 \right) = \pi + 2hk n \cos\theta_2$$

Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

Proužky stejné tloušťky, proužky stejného sklonu.

I.9. Difrakce na otvorech



- Princip:
- Body štěrbin emitují sekundární vlnění.
 - Interferenci těchto sekundárních vln pozorujeme na stínítku.

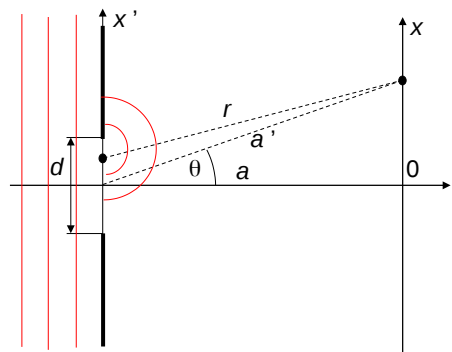
Intenzitu elektrického pole v bodě x na stínítku získáme součtem nebo integrací vln ze všech spojitých nebo diskretních zdrojů:

$$E(x) = \sum_j \frac{A}{r_{x_j'}} e^{-i(\omega t - kr_{x_j'})} + \int dx' \frac{A}{r(x')} e^{-i(\omega t - kr(x'))}$$

Fraunhoferova aproximace:

- platí pro „malý daleký“ zdroj, přesněji pro $d \ll \sqrt{a\lambda}$
- amplituda se tlumí pomalu $\frac{1}{r} \approx \frac{1}{a'}$
- fáze se mění rychle: $kr \approx k \left(a' - \frac{xx'}{a'} \right) = ka' - \frac{kxx'}{a'} = ka' - kx' \sin\theta$

Výpočet s kulovou vlnou se převede na jednodušší problém s rovinnou vlnou

(Lineární) Štěrbina

Zdrojem sekundárního vlnění jsou všechny body ve štěrbině délky d . Interference sekundárních vln se pozoruje na stínítku.

Intenzita elektrického pole v bodě x na stínítku je

$$E(x) = \int_{-d/2}^{d/2} dx' \frac{A}{r} e^{-i(\omega t - kr)}$$

$$E(x) \approx \frac{A}{a'} e^{-i(\omega t)} \int_{-d/2}^{d/2} dx' e^{ik_{xx'}/a'}$$

Výpočet ve Fraunhoferově aproximaci:

Integrováním vyjde:

$$E(x) = \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} d \operatorname{sinc}\left(\frac{kx d}{2a'}\right) \equiv \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} d \operatorname{sinc}\left(\frac{k d}{2} \sin\theta\right) \quad \text{kde } \operatorname{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{pro } x \neq 0 \\ 1 & \text{pro } x = 0 \end{cases}$$

Omezíme-li se na případ $|x| \ll a$, bude $a' \approx a$ a intenzita vlnění v místě x je

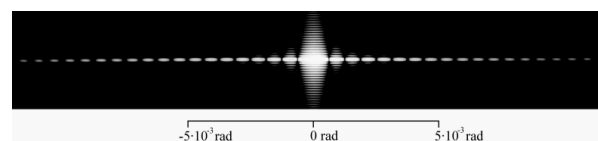
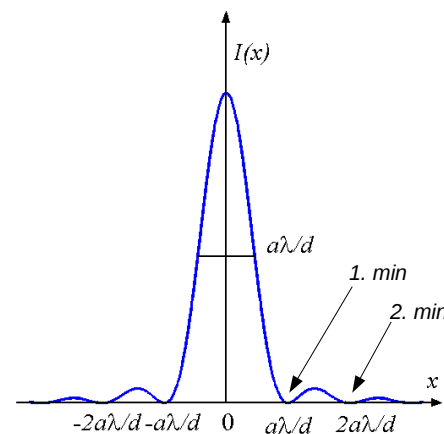
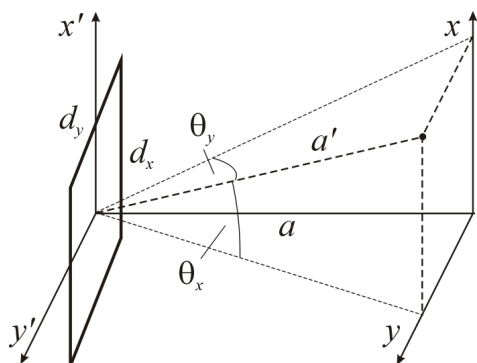
$$I(x) = I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x d}{\lambda a}\right)$$

Minima intenzity jsou v bodech

$$m \frac{a\lambda}{d}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Šířka hlavního maxima v poloviční výšce je přibližně

$$\Delta x = \frac{a\lambda}{d}$$

**Difrakce na obdélníkovém otvoru**

Výpočet ve Fraunhoferově aproximaci:

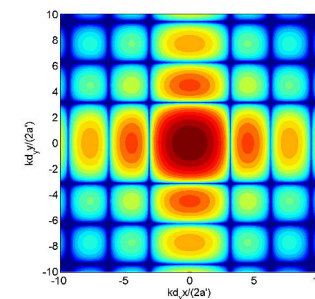
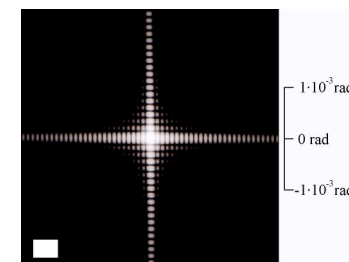
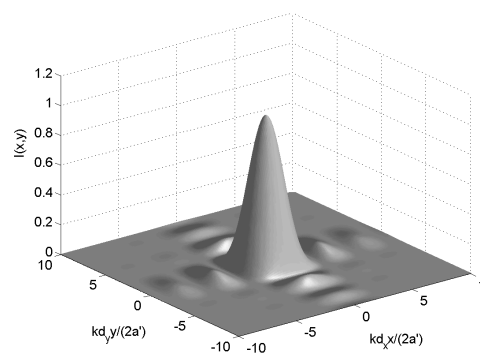
$$E(x, y) \approx \frac{A}{a'} e^{-i(\omega t)} \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \int_{-d_y/2}^{d_y/2} dx' dy' e^{ik(x x' + y y')/a'}$$

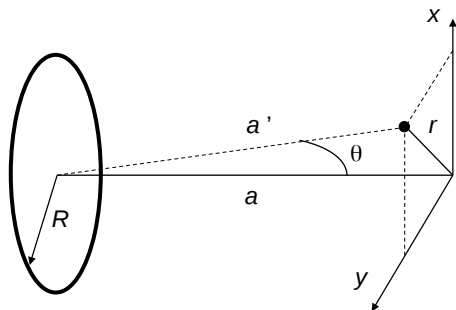
Difraktovaná intenzita je

$$I(x, y) = I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x d_x}{\lambda a'}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi y d_y}{\lambda a'}\right) \equiv I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d_x}{\lambda} \sin\theta_x\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d_y}{\lambda} \sin\theta_y\right)$$

Obdélníková štěrba – rozložení difraktované intenzity na stínítku

Indexování minim a maxima dvěma celými čísly m_x, m_y





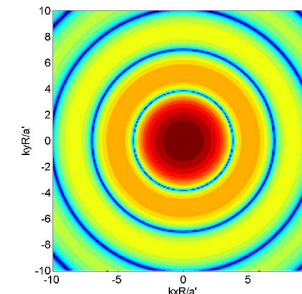
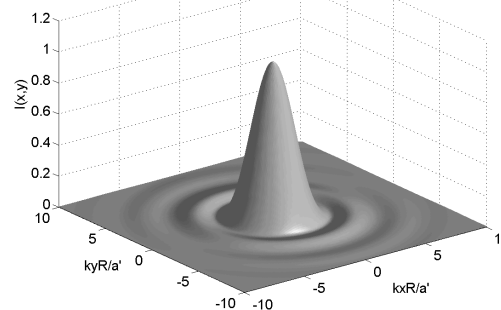
Výpočet ve Fraunhoferově aproximaci:

$$E(x) \approx \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} \iint_{\text{kruh}} dx' dy' e^{ik(xx'+yy')/a'}$$

Difraktovaná intenzita je

$$I(r) = I_{\max} \left(\frac{2J_1(krR/a')}{krR/a'} \right)^2 \equiv I_{\max} \left(\frac{2J_1(kR\sin\theta)}{kR\sin\theta} \right)^2$$

$J_1(x)$: Besselova funkce 1. řádu



První minimum difrakční intenzity vznikne pro

$$\sin\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{2R}$$

Toto rozložení intenzity se pozoruje v zadní ohniskové rovině spojky. Dva předměty se rozliší, je-li jejich úhlová vzdálenost větší než

$$\Delta\theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

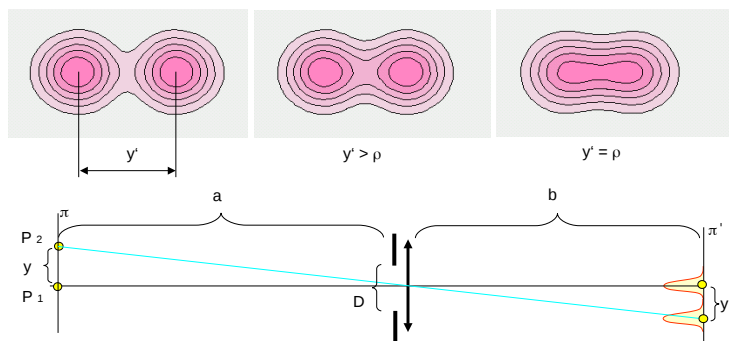
kde d je průměr spojky (**Rayleighovo kritérium rozlišení**)



Minima: 1,22; 1,xx

Mezní rozlišovací schopnost

Rayleighovo kritérium rozlišení: součet dvou křivek, maximum v minimu



1. Každý bod předmětu se zobrazí v nejlepším případě jako ploška o průměru $\rho = \lambda \cdot b / D$ a nazývá se **Airyho stopa**.
2. V obraze budou body P_1 a P_2 rozlišeny, když $y' > \rho$.

Mezní rozlišovací schopnost – lidské oko

Rayleighovo kritérium rozlišení: $\sin\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$

Rozlišení oka:

1 úhlová minuta – dáno vzdáleností čípků na sítnici (cca 5 μm) a vzdáleností sítnice od zornice (cca 17 mm).

Jedna úhlová minuta je v radiánech:

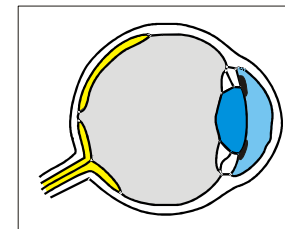
$$1' = (1,0/60) \cdot \pi/180 = 0,291 \text{ mrad}$$

Zornice má průměr $d = 2$ až 8 mm.

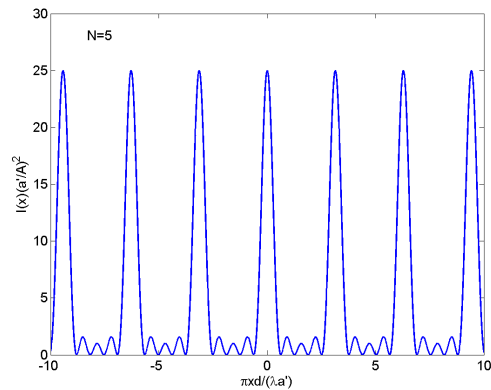
Mezní difrakční úhel v radiánech je $1,22 \cdot \lambda / d$:

$$\text{Pro } 2 \text{ mm: } \theta_1 = 1,22 \cdot 500 \cdot 10^{-9} / 2 \cdot 10^{-3} = 0,305 \text{ mrad}$$

$$\text{Pro } 8 \text{ mm: } \theta_2 = 1,22 \cdot 500 \cdot 10^{-9} / 8 \cdot 10^{-3} = 0,076 \text{ mrad}$$



→ optimum je pro zamhouřenou zornici; pro roztaženou je rozlišení lepší než nezbytně nutné, ale do oka dopadá více světla.



Hlavní difrakční maxima jsou v bodech

$$\frac{kxd}{a'} = \frac{\pi xd}{\lambda a'} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = m\pi$$

$$d \sin \theta = m\lambda \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\sin \theta \equiv \frac{x}{a'} = m \frac{\lambda}{d}$$

Intenzita v difrakčním maximu je

$$I_{\max} = N^2 \left| \frac{A}{a'} \right|^2$$

Mezi sousedními hlavními difrakčními maximy je $N-1$ nulových bodů intenzity, tj. $N-2$ vedlejších maxim.

Šířka hlavního maxima je přibližně rovna vzdálenosti mezi sousedními minimy:

$$\Delta(\sin \theta) \equiv \cos \theta \cdot \Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd}$$

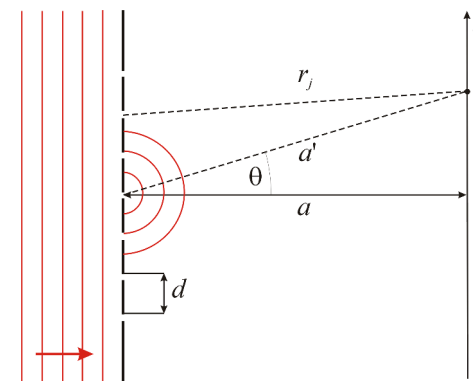
Použití difrakční mřížky: **mřížkový spektrograf**

Konečná velikost štěrbin ovlivní výšku difrakčních maxim, jejich poloha a šířka zůstanou nezměněny.

Difrakce na mřížce

Difrakční mřížka – periodicky uspořádané totožné štěrbin

Omezíme se na difrakční mřížku s N velmi úzkými dlouhými štěrbinami, každá štěrbina je zdrojem sekundární kulové vlny.



Výsledné elektrické pole

$$E(x) = \sum_{j=1}^N \frac{A}{r_j} e^{-i(\omega t - kr_j)}$$

Necht' platí Fraunhoferova aproximace

$$Nd \ll \sqrt{a\lambda}$$

Pak je

$$r_j \approx a' - j \frac{xd}{a'}$$

a nakonec vyjde

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{N\pi xd}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi xd}{\lambda a'} \right)}$$

Difrakce na mřížce vs Youngův pokus

Difrakční mřížky s N vrypy:

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{N\pi xd}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi xd}{\lambda a'} \right)}$$

Vyjde to stejně pro $N = 2$???

Youngův pokus:

$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2 \left(\frac{\pi xd}{\lambda a'} \right)$$

Difrakce na mřížce vs Youngův pokus

Difrakční mřížky s N vrypy:

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{N \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}$$

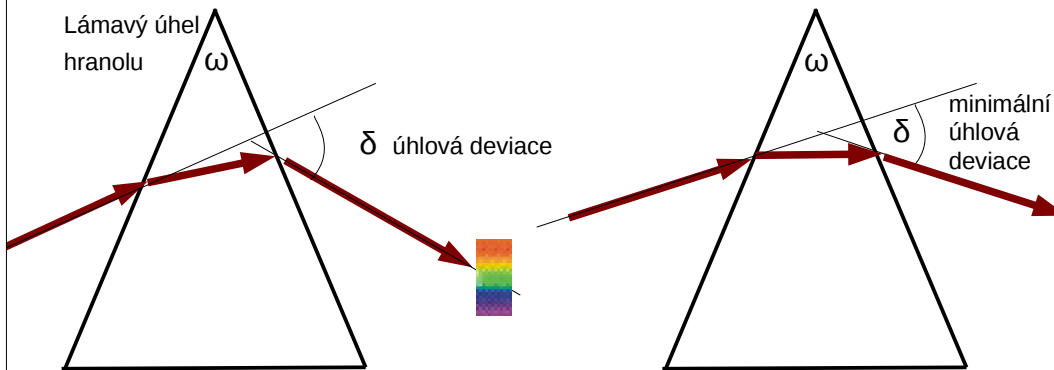
Vyjde to stejně pro $N = 2$???

$$\frac{\sin \left(\frac{2 \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)} = \frac{2 \sin \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right) \cos \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)} = 2 \cos \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

Youngův pokus:

$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

Průchod světla hranolem



Obecně:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \alpha + \gamma - \omega$$

$$\gamma = \text{asin} \left(\sin \omega \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \omega \sin \alpha \right)$$

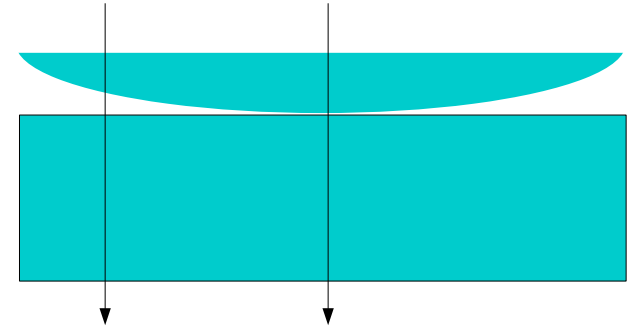
Minimální deviace:

$$\delta = 2\alpha - \omega = \text{asin} \left(n \sin \frac{\omega}{2} \right) - \omega$$

$$n = \frac{\sin \beta_1}{\alpha} = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + \omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}}$$

Newtonova skla

Pozorování v prošlém nebo v odraženém světle.



Optika – shrnutí

Důležité:

- λ, f
- Definice n , chromatická disperze
- Brewsterův úhel
- Úhel totálního odrazu
- Průchod světla hranolem, čočkou, destičkou
- Čočková rovnice
- Interference na vrstvě
- Youngův pokus
- ...