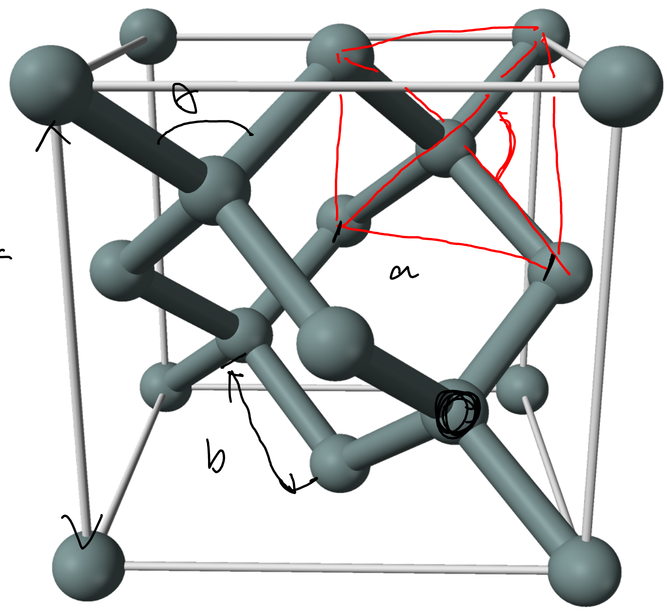
1. (a) Najděte úhel θ mezi nejbližšími sousedními vazbami v mřížce křemíku. Zvažte, že každý atom křemíku je vázán ke čtyřem nejbližším sousedům, a ty jsou ve vrcholech pravidelného čtyřstěnu, jehož všechny stěny jsou rovnostranné trojúhelníky.

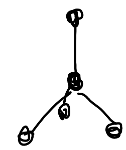
   (b) Najděte délku vazby z údaje, že atomy ve vrcholech čtyřstěnu jsou od sebe vzdáleny 388 pm.

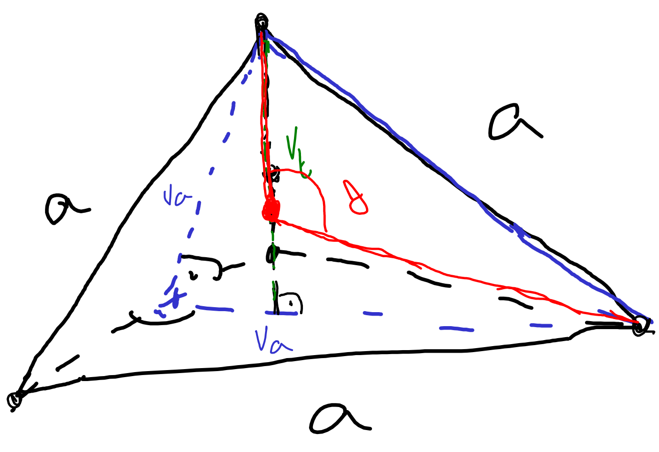
Si … diamantová mriežka

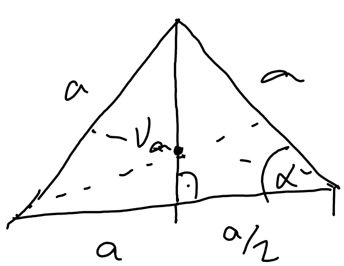
mriežková konštanta Si 5,4 Å



https://en.wikipedia.org/wiki/Silicon

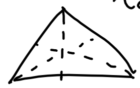


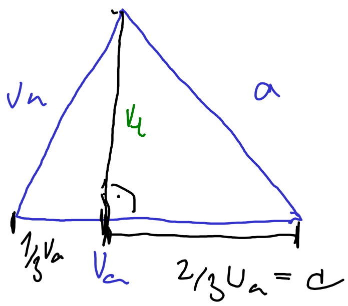




$\alpha = 60°$

$$\sin\alpha = \frac{v_a}{a} \longrightarrow v_a = a\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

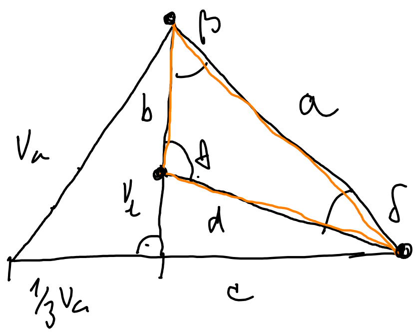
•  ťažisko Δ rozdeľuje ťažnice v pomere 2:1 (v našom prípade aj výšku v_a)

• 

$$\hookrightarrow c = \frac{2}{3}v_a = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

Pytagorova veta:

$$v_t = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{a^2 - \underset{\frac{1}{3}}{\frac{3}{9}}a^2} = a\cdot\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

• 

→ $b = d$ ... väzby sú rovnako dlhé

→ β: $\cos\beta = \frac{v_t}{a} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}a}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow$

$$\beta = 35{,}26^\circ$$

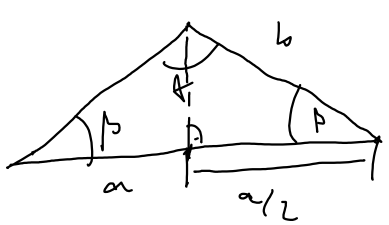
→ keďže $b = d \Rightarrow \beta = \delta$

$$\gamma + 2\beta = 180^\circ \rightarrow \gamma = 180^\circ - 2\beta = 109{,}5^\circ$$

b) $a = 388\ \text{pm}$

$b = ?$

$$\cos\beta = \frac{a/2}{b} \Rightarrow b = \frac{a}{2\cos\beta} = \frac{a}{2\,\frac{\sqrt{6}}{3}} =$$



$$b = \frac{3a}{2\sqrt{6}} = \frac{3\cdot 388\ \text{pm}}{2\sqrt{6}}$$

$$b = 237{,}6\ \text{pm}$$

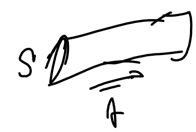
Elektrónový plyn (kovy)

Drudeho model:
- klasický model kovu,
- každý atóm prispeje do elektrónového plynu V e^- (V = valencia),
- predpoklady:
  - → e^- ... voľné,
  - → e^- ... nezávislé,
  - → e^- sa zrážajú s inými, ich rýchlosť po zrážke je nezávislá na rýchlosti pred zrážkou,
  - → náhodné rozloženie rýchlostí - Maxwell-Boltzmannovo rozloženie (klasické),
- relaxačná doba τ → stredná doba medzi zrážkami

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}_{ext} - \frac{\bar{p}}{\tau} \quad \text{Drudeho pohybová rovnica}$$

$$\text{ak } \bar{F}_{ext} = \bar{0} \Rightarrow \dot{\bar{p}} = -\frac{p}{\tau} \rightarrow \bar{p}(t) = \bar{p}_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- hustota elektického prúdu $\bar{j}$ → $I = \int_S \bar{j} \cdot d\bar{S}$



$$\boxed{\bar{j} = -ne\bar{v}_D} \qquad I = |\bar{j}|S$$

- ak je vodič v elektrostatickom poli (stacionárny prípad $\frac{d\bar{p}}{dt} = 0$)

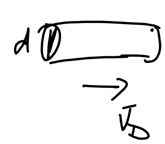
$$\bar{j} = \frac{ne^2\tau}{m}\bar{E} \;; \quad \boxed{\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}} \ldots \text{je vodivosť}$$

$$\boxed{\bar{j} = \sigma\bar{E}} \ldots \text{Ohmov zákon v diferenciálnom tvare}$$

4. Vypočtěte driftovou rychlost elektronů v měděném drátu o průměru 1 mm, víte-li, že drátem teče proud o velikosti 1 mA. Tento výsledek porovnejte s Fermiho rychlostí z předchozího příkladu.

$d = 1\,mm = 10^{-3}\,m$

$I = 1\,mA = 10^{-3}\,A$



$n_{Cu} = 8{,}432 \cdot 10^{28}\,m^{-3}$

↳ koncentrácia e^-

$|\bar{j}| = |ne\bar{v}_D|$

$I = |\bar{j}|S \rightarrow j = \frac{I}{S}$

$j = nev_D$

$$v_D = \frac{j}{ne} = \frac{I}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 ne} = 9{,}43 \cdot 10^{-8}\,m s^{-1}$$

6. Porovnejte plazmovou frekvenci mědi s plazmovou frekvencí ionosféry. Elektronová hustota elektronů v nejnižší vrstvě ionosféry (vrstva D) je v poledne $n_D = 1 \cdot 10^9\ \mathrm{m}^{-3}$ a v nejvyšší vrstvě F_2 je $n_F = 1 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m}^{-3}$. Jak souvisí vypočtené hodnoty s pásmy radiové komunikace?

ω_p ... vlastná frekvencia kmitov voľných $\bar{e}$

$$\boxed{\omega_p = \sqrt{\frac{n e^2}{m_e \varepsilon_0}}}$$

$(\omega_p)_{Cu} = ?$ $\quad (\omega_p)_{F_2} = ?$

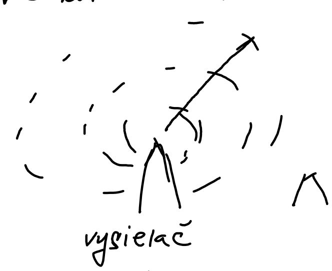
$(\omega_p)_D = ?$

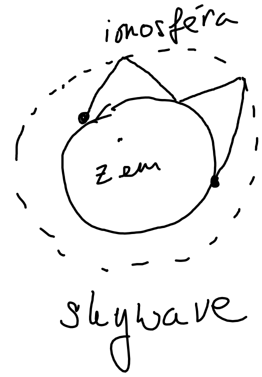
$n_{Cu} = 8{,}432 \cdot 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$

$n_D = 10^9\ \mathrm{m}^{-3}$

$n_{F_2} = 10^{12}\ \mathrm{m}^{-3}$

rádiová komunikácia:





$$(\omega_p)_{Cu} = \sqrt{\frac{n_{Cu} e^2}{m_e \varepsilon_0}} = 1{,}64 \cdot 10^{16}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$(\omega_p)_D = \sqrt{\frac{n_D e^2}{m_e \varepsilon_0}} = 1{,}8 \cdot 10^{6}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$(\omega_p)_{F_2} = \sqrt{\frac{n_{F_2} e^2}{m_e \varepsilon_0}} = 5{,}6 \cdot 10^{7}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

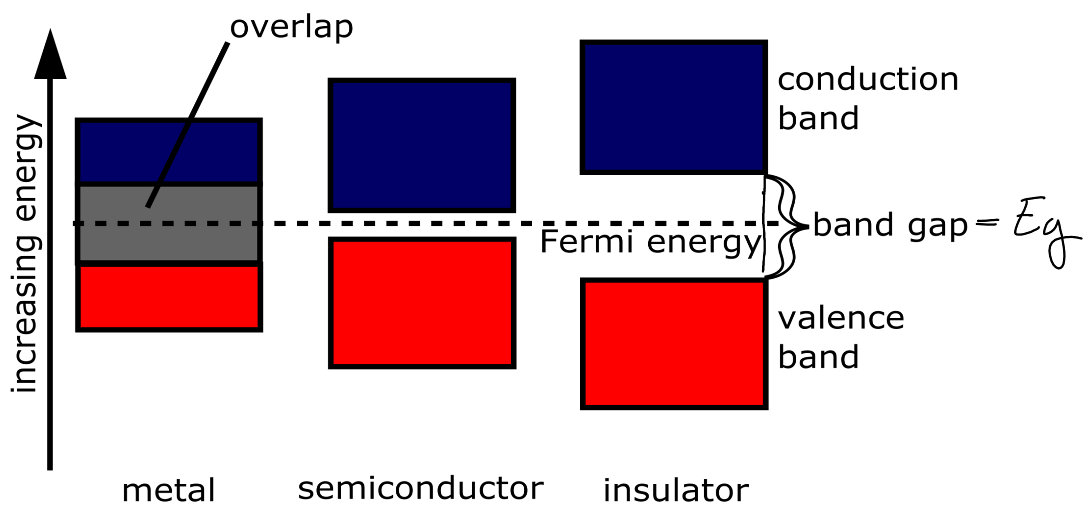
$$\lambda_{Cu} = \frac{2\pi c}{(\omega_p)_{Cu}} = 115\ \mathrm{nm}$$

$$\lambda_{F_2} = \frac{2\pi c}{(\omega_p)_{F_2}} = 34\ \mathrm{m}$$

$$\lambda_D = \frac{2\pi c}{(\omega_p)_D} = 1046\ \mathrm{m}$$

Sommerfeldov model:
- kvantový model → e^- kvantové častice,
- predpoklady:
  - → e^- ... voľné a nezávislé
  - → rozloženie energií dané Fermi-Diracovou štatistikou,
  - → rešpektujú Pauliho vylučovací princíp,
- v základnom stave (T = 0 K) sú všetky stavy pod Fermiho medzou ($E < E_F$) obsadené.
  - ↳ Fermiho energia

Pásová štruktúra v pevných látkach a polovodiče



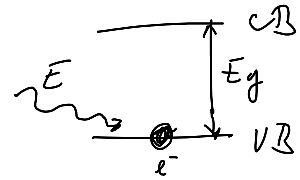
https://energyeducation.ca/encyclopedia/Band_gap

8. Krystal chloridu draselného (KCl) má šířku zakázaného pásu 7,6 eV. Je tento krystal průhledný nebo neprůhledný pro světlo o vlnové délce $\lambda = 140$ nm?

$E_g = 7{,}6$ eV

$\lambda = 140$ nm

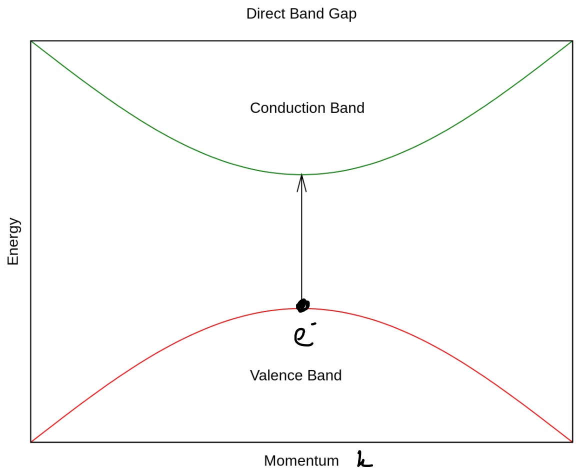
$E = \frac{hc}{\lambda} = 8{,}85$ eV (UV)

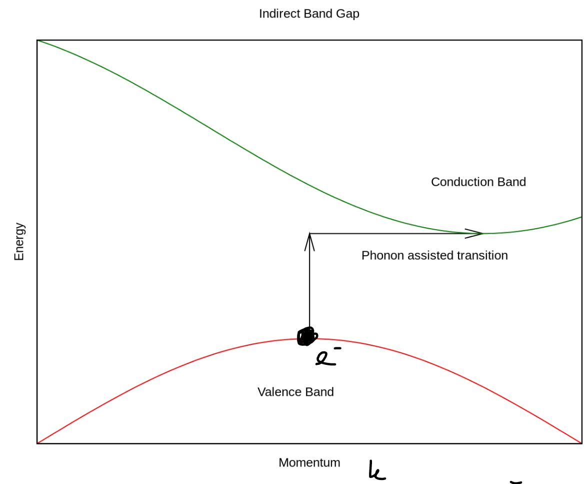


- ak $E < E_g$
  ↳ látka priehľadná
- ak $E > E_g$
  ↳ látka absorbuje fotón (nepriehľ.)

$E > E_g \Rightarrow$ kryštál absorbuje

polovodiče: •

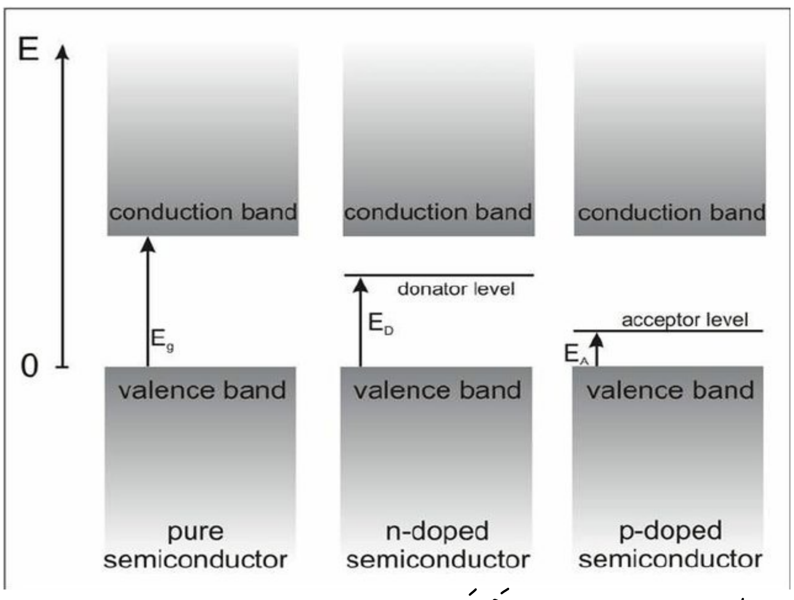




priamy polovodič
(GaAs, InAs, ...)
žiarivé prechody

nepriamy polovodič
(Ge, Si, ...)

•



- donorové atómy majú viac val. e^- než atómy polov., kt. dopujeme
- elektrónová vodivosť → n-typ

- akceptorové atómy majú menej val. e^- než atómy polovodiča, kt. dopujeme
- dierová vodivosť → p-typ

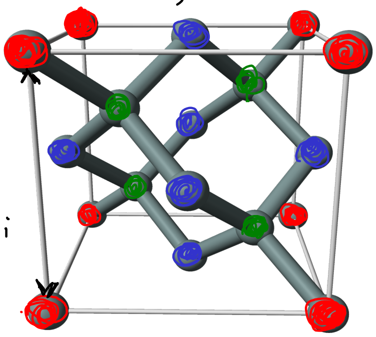
9. Čistý křemík má za pokojové teploty koncentraci elektronů ve vodivostním pásu $5 \cdot 10^{15}$ m^{-3} a stejnou koncentraci děr ve valenčním pásu. Předpokládejme, že jeden atom z každých 10^7 atomů křemíku je nahrazen atomem fosforu.

   (a) Jaký typ vodivosti bude mít tento dotovaný polovodič, n nebo p?

   (b) Jakou koncentraci nosičů náboje přidá fosfor?

   (c) Jaký je podíl koncentrace nosičů náboje (elektronů ve vodivostním pásu či děr ve valenčním pásu) v dotovaném křemíku a v čistém křemíku?

elementárna bunka Si (EB)



a_{Si}

$n = 5 \cdot 10^{15}\, m^{-3} = p = n_i$

Si ... 4 val. e^-

dopujeme $\rightarrow$ P ... 5 val. e^-

$[n] = \frac{1}{m^3}$

a) n-typ

b) $N_D = ?$

$a_{Si} = 5{,}43\, \mathring{A}$

- $\#$ atómov v 1EB $= 4 + 6 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{1}{8} = 8$ atómov

- $V_{EB} = a^3 = (5{,}43)^3 = 160\, \mathring{A}^3 = 1{,}6 \cdot 10^{-28}\, m^3$

  kubická mriežka

- $\#$ EB v $1m^3 = \frac{1m^3}{1{,}6 \cdot 10^{-28}\, m^3} = 6{,}25 \cdot 10^{27}$ EB$/m^3$

- $\#$ atómov Si v $1m^3 = 8 \cdot \#$ EB v $1m^3 = 5 \cdot 10^{28}$ atómov$/m^3$

- $\#$ atómov P v $1m^3 = \frac{5 \cdot 10^{28}}{10^7} = 5 \cdot 10^{21}\, \frac{\text{atómov}}{m^3}$

$\longrightarrow N_D = 1e^- \cdot \#$ atómov P v $1m^3 = 5 \cdot 10^{21}\, m^{-3}$

- $\frac{n_i}{n_D} = \frac{n_i}{n_i + N_D} = \frac{5 \cdot 10^{15}}{5 \cdot 10^{15} + 5 \cdot 10^{21}} \approx \frac{5 \cdot 10^{15}}{5 \cdot 10^{21}} \approx 10^{-6}$