

Proud plynu

Hmotnostní proud plynu

$$I_m = \frac{m}{t} = \frac{dm}{dt}$$

Objemový proud plynu

$$I_V = \frac{pV}{t} = \frac{d(pV)}{dt} \quad [\text{Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = \text{W}]$$

Proud plynu můžeme vyjádřit pomocí počtu molekul ν' , které procházejí jednotkou plochy za 1 s

$$m_0 \nu' = \frac{dm}{dt} \quad , \quad pV = kT \frac{m}{m_0}$$

$$V = k \frac{m}{m_0} \frac{T}{p}$$

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = k \frac{T}{p} \frac{1}{m_0} \frac{dm}{dt} = k \frac{T}{p} \nu'$$

$$I_V = I = p \left(\frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = kT \nu'$$

$$I = kT \nu'$$

Objemová rychlost proudění S

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_{p=\text{konst}} = S \quad [\text{m}^3\text{s}^{-1}]$$

$$I = p \left(\frac{dV}{dt}\right)_p = pS$$

$$I = pS$$

Změna tlaku při $V = konst$

Mějme nádobu objemu V s plynem o tlaku p , chceme změnit tlak.

$$I = \frac{d(pV)}{dt} = V \left(\frac{dp}{dt} \right)_V$$

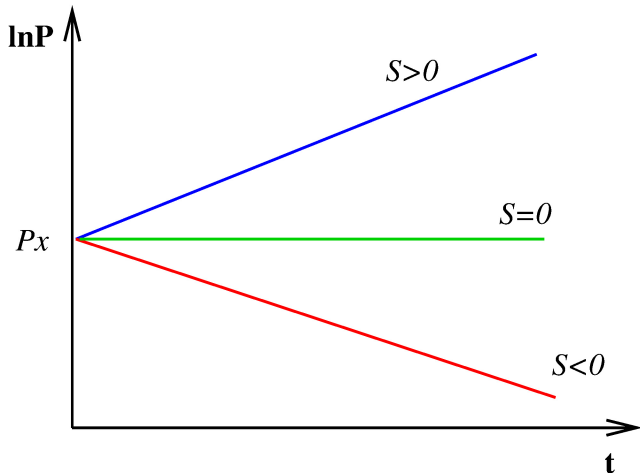
$$V \left(\frac{dp}{dt} \right)_V = pS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{S}{V} dt$$

$$\ln(p) = \frac{S}{V} t + konst$$

$$p = p_x e^{\frac{S}{V} t}$$

Závislost tlaku na čase



Vodivost vakuového systému

při rozdílu tlaků $p_2 - p_1$ a proudu plynu I

$$G = \frac{I}{p_2 - p_1} \quad [\text{m}^3\text{s}^{-1}]$$

Rychlost odčerpávání vak. systému je rovna jeho vodivosti, je-li na jednom konci $p = 0$ Pa, $G = S$

Odpor vakuového systému

$$R = \frac{1}{G} \quad [\text{m}^{-3}\text{s}]$$

Při paralelním spojení vakuových dílů

$$G = \sum_i G_i = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Při sériovém spojení vakuových dílů

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \frac{1}{G_i}$$

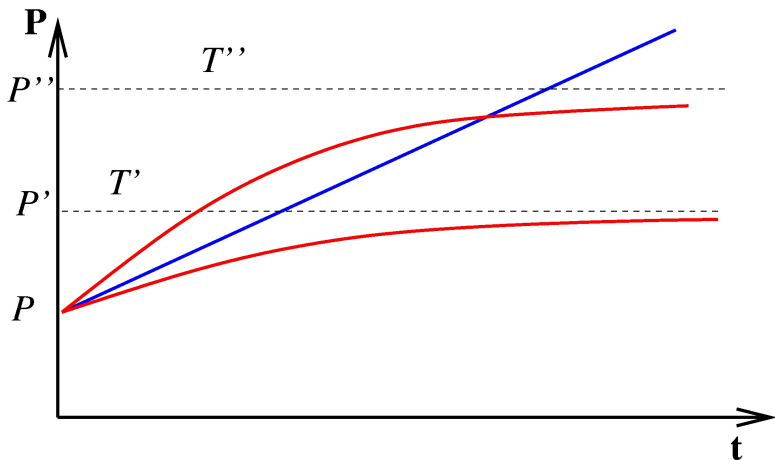
Vliv netěsností

- skutečné netěsnosti (netěsné spoje, kanálek, vady materiálů,...)

$$I_N = V \frac{dp}{dt} = G_N(p_{atm} - p_1) \approx G_N p_{atm}$$

- zdánlivé netěsnosti (desorpce plynů z povrchu), se vzrůstajícím tlakem se desorpce zmenšuje a je nulová při rovnováze dané tlakem a teplotou

Vliv netěsností



Mezní tlak

Při čerpání, objemová rychlost $S < 0$ by mělo po nekonečně dlouhé době platit, že $p = p_0 = 0$ Pa. Ve skutečnosti vždy platí $p_0 > 0$ (netěsnosti, zdroje plynu, ...).

$$p_0 = \frac{I_N}{S}$$

$$p = p_0 + p_x e^{\frac{S}{V}t}$$

Zdroje plynu

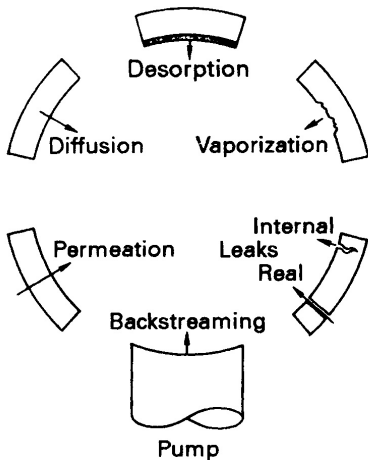
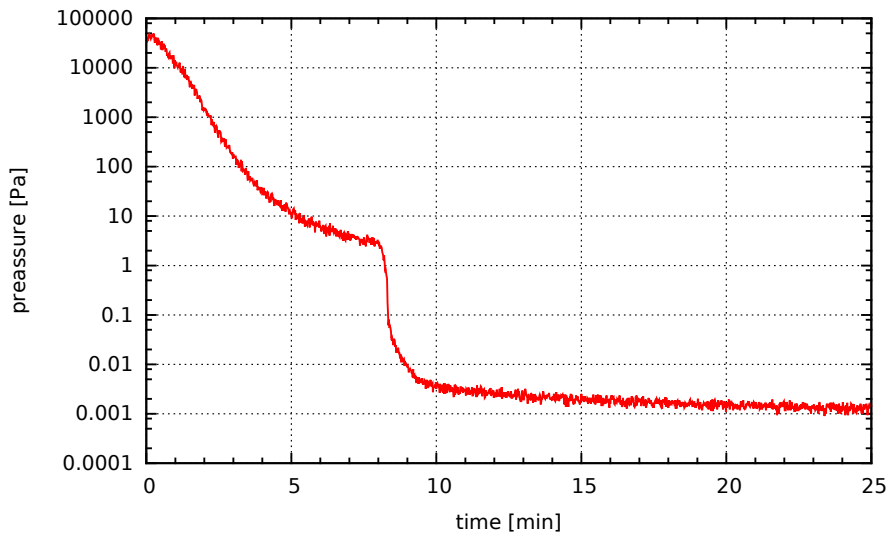
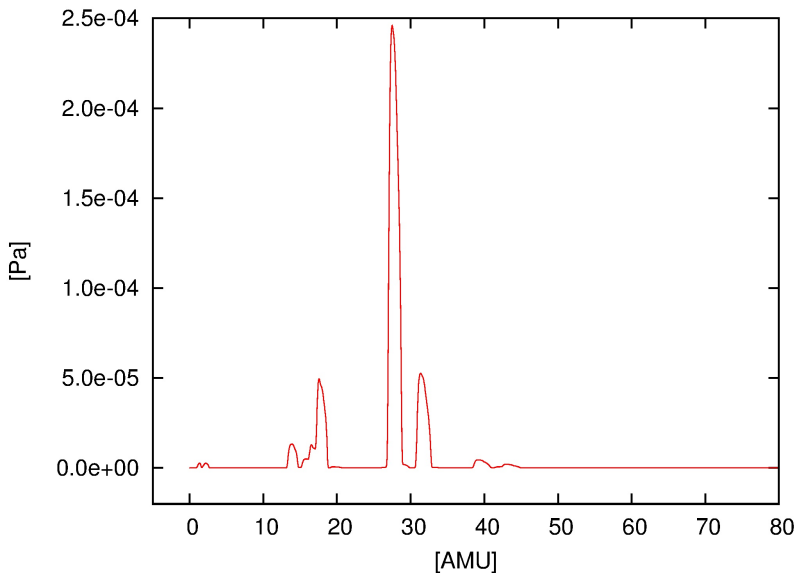


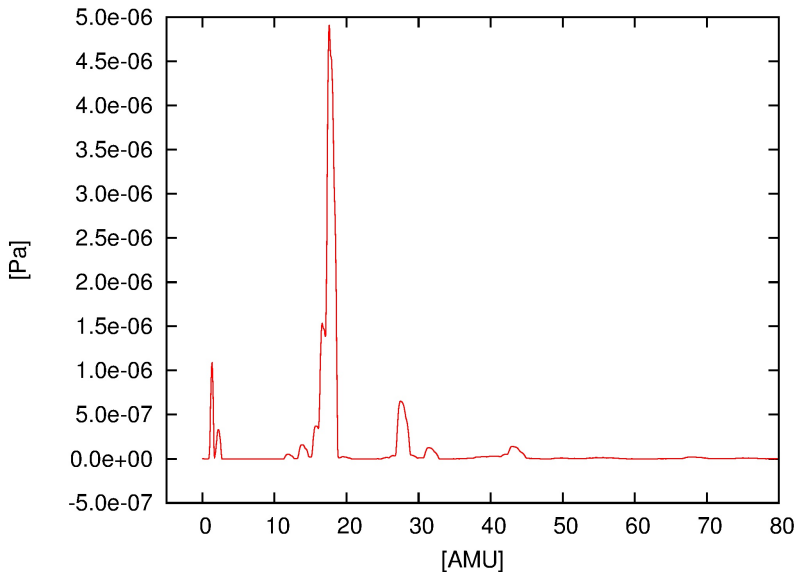
Fig. 4.1 Potential sources of gases and vapors in a vacuum system.

F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)



PRISMA-QME80, tlak $5,9 \times 10^{-4}$ Pa

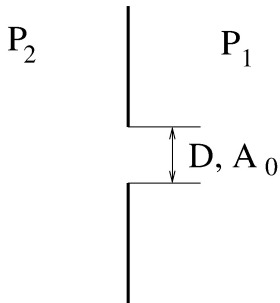




Vodivost vakuových spojů

Vodivost otvorů

$$P_2 > P_1$$



Molekulární proudění

$$\lambda > D$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_2}{kT} v_a$$

$$\nu_{1-2} = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_1}{kT} v_a$$

$$\nu' = \nu_{2-1} - \nu_{1-2} = \frac{1}{4} \frac{v_a}{kT} (P_2 - P_1)$$

$$I_A = kT\nu' A_0 = \frac{1}{4}v_a A_0(P_2 - P_1)$$

$$G = \frac{I_A}{P_2 - P_1} = \frac{1}{4}v_a A_0$$

$$G = \frac{1}{4}v_a A_0$$

$$T = 293 \text{ K}, M_0 = 29(\text{vzduch})$$

$$G \doteq 115,6 A_0 \text{ [m}^3\text{s}^{-1}\text{]}$$

Vakuová vodivost kruhového otvoru při $T = 293 \text{ K}$, v molekulárním režimu proudění pro vzduch:

Průměr [mm]	G [l/s]
16	23,2
25	56,7
40	145,3
63	360
100	908
160	2324
200	3622

Otvor ve stěně konečných rozměrů

Plocha stěny: A

Plocha otvoru: A_0

Plochu A_0 nahradíme efektivní plochou

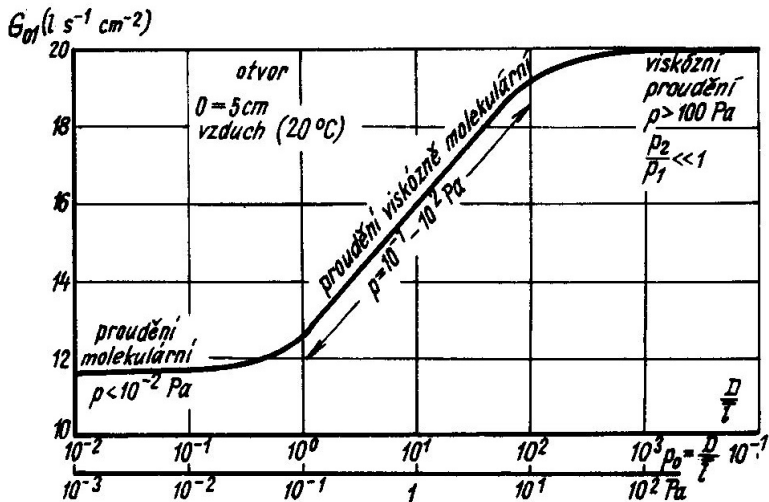
$$A'_0 = \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}} A_0$$

$$G'_0 = \frac{1}{4} v_a A_0 \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}}$$

Laminární proudění

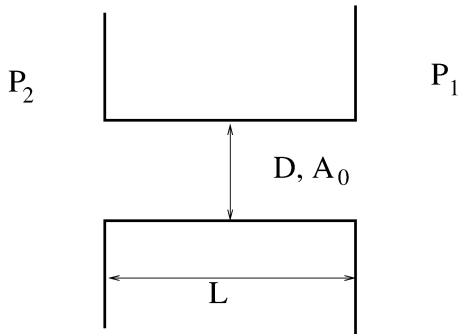
$$G = A_0 \frac{1}{1 - \beta} \beta^{\frac{1}{\kappa}} (1 - \beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}})^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{m_0}{kT} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \frac{P_1}{P_2} \quad , \quad \kappa = \frac{C_P}{C_V}$$



J. Groszkowski: Technika vysokého vakua, SNTL, Praha 1981

Vodivost trubic



Obecně platí

$$R = R_T + R_O = \frac{1}{G_T} + \frac{1}{G_O}$$

speciální případy:

$$L \rightarrow 0 \Rightarrow R_T \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow R_O$$

$$L \gg D \Rightarrow R_T \gg R_O \Rightarrow R \rightarrow R_T$$

Molekulární proudění

Dlouhá trubice s kruhovým průřezem

$$L \gg D \quad , \quad \lambda \gg L$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad , \quad P = nkT$$

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{P_2}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\omega = \nu_2 - \nu_1 = \frac{P_2 - P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$I = kT\nu A_0, \quad G = \frac{I}{P_2 - P_1}$$

$$I = CkT\omega \Rightarrow G = \frac{CkT}{\sqrt{2\pi m_0 kT}} = C\sqrt{\frac{kT}{2\pi m_0}}$$

$$C = \frac{\pi D^3}{3L}$$

Pro vzduch, $T = 293$ K a kruhový průřez trubice:

$$G \doteq 121 \frac{D^3}{L} \quad [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$$

Známe-li vodivost trubice pro vzduch, pak vodivost pro molekulární proudění pro plyn X je dána vztahem:

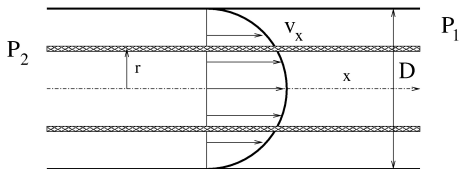
$$G_X = \sqrt{\frac{M_{0(vz)}}{M_{0(X)}}} G_{vz}$$

Pro $L = 1$ m, $D = 40$ mm, $T = 293$ K:

Plyn	G [l/s]
vzduch	7,7
H ₂	29,3
He	20,7
Ar	6,5
Xe (M=131)	3,6
dif.olej (M~ 500)	1,8

Laminární proudění

rozdělení rychlostí má osovou symetrii, sloupec plynu ve válci s poloměrem r se pohybuje působením síly $F_+ = \pi r^2(P_2 - P_1)$
třecí síla působí na ploše $2\pi rL$ a je rovna $F_- = -\eta 2\pi rL \frac{dv_x}{dr}$



$$F_+ = F_- \Rightarrow \pi r^2 (P_2 - P_1) = -\eta 2\pi r L \frac{dv_x}{dr}$$

$$dv_x = -\frac{P_2 - P_1}{2\eta L} r dr$$

$$v_x = -\frac{P_2 - P_1}{4\eta L} r^2 + konst.$$

$$\text{pro } r = \frac{D}{2} \text{ je } v_x = 0 \Rightarrow konst. = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L} \frac{D^2}{4}$$

$$v_x = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L} \left(\frac{D^2}{4} - r^2 \right)$$

označme $P_s = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)$

$$dI = P_s d\left(\frac{dV}{dt}\right)_{P_s} = P_s v_x dA_r = 2P_s \pi v_x r dr$$

$$dI = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L} \left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) r dr$$

$$I = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L} \int_0^{\frac{D}{2}} \left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) r dr$$

$$I = P_s \frac{\pi}{128\eta} \frac{D^4}{L} (P_2 - P_1) \Rightarrow G = \frac{\pi}{128\eta} P_s \frac{D^4}{L}$$

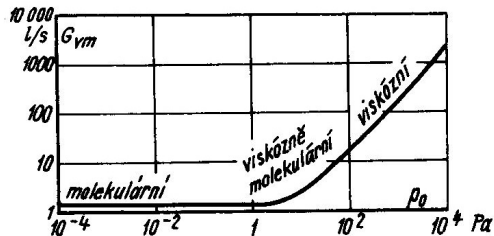
$$G = \frac{\pi}{128\eta} P_s \frac{D^4}{L}$$

Pro vzduch, $T = 293 \text{ K}$, $M_0 = 29$

$$G \doteq 1358 P_s \frac{D^4}{L} [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$$

pro jiný plyn a teplotu $T = 293 \text{ K}$

$$G_x = G_{vz} \frac{d_{0(x)}^2}{d_{0(vz)}^2} \sqrt{\frac{M_{0(vz)}}{M_{0(x)}}}$$



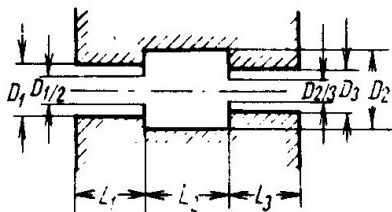
Obr. 2.39. Vodivost potrubí G jako funkce tlaku p_0 v širokém oboru tlaků. Vzduch o teplotě 20°C , potrubí o $L = 10$ cm a $D = 1$ cm

J. Groszkowski: Technika vysokého vakua, SNTL, Praha 1981

Vakuová vodivost ohybu (kolena)

V prvním přiblížení použijeme aproximaci trubicí s délkou rovnou osové délce oblouku (kolena).

$$L_{os} < L_{ef} < L_{os} + 1,33 \times D$$



J. Groszkowski: Technika vysokého vakua, SNTL, Praha 1981

$$R = R_{D1} + R_{L1} + R_{D1/2} + R_{L2} + R_{D2/3} + R_{L3}$$

Určení vodivosti vakuového prvku

- výpočtem
- simulací - metoda Monte-Carlo
- měřením

Výpočtem

pro molekulární proudění:

$$G = a \frac{v_a}{4} A$$

- a - pravděpodobnost
- A - plocha otvoru

Table 3.1 Transmission Probability a for Round Pipes

l/d	a	l/d	a
0.00	1.00000	1.6	0.40548
0.05	0.95240	1.7	0.39195
0.10	0.90922	1.8	0.37935
0.15	0.86993	1.9	0.36759
0.20	0.83408	2.0	0.35658
0.25	0.80127	2.5	0.31054
0.30	0.77115	3.0	0.27546
0.35	0.74341	3.5	0.24776
0.40	0.71779	4.0	0.22530
0.45	0.69404	4.5	0.20669
0.50	0.67198	5.0	0.19099
0.55	0.65143	6.0	0.16596
0.60	0.63223	7.0	0.14684
0.65	0.61425	8.0	0.13175
0.70	0.59737	9.0	0.11951
0.75	0.58148	10.0	0.10938
0.80	0.56655	15.0	0.07699
0.85	0.55236	20.0	0.05949
0.90	0.53898	25.0	0.04851
0.95	0.52625	30.0	0.04097
1.0	0.51423	35.0	0.03546
1.1	0.49185	40.0	0.03127
1.2	0.47149	50.0	0.02529
1.3	0.45289	500.0	0.26479×10^{-2}
1.4	0.43581	5000.0	0.26643×10^{-3}
1.5	0.42006	∞	$4d/3l$

F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

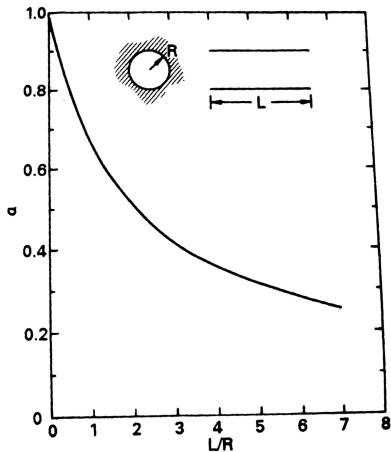


Fig. 3.5 Molecular transmission probability of a round pipe. Reprinted with permission from *Le Vide*, No. 103, p. 42, L. L. Levenson et al Copyright 1963, Société Française des Ingénieurs et Techniciens de

F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

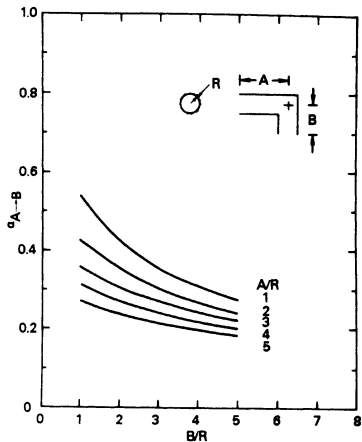


Fig. 3.10 Molecular transmission probability of an elbow. Reprinted with permission from *J. Appl. Phys.*, 31, p. 1169, D. H. Davis. Copyright 1960, The American Institute of Physics.

F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

Simulací - metoda Monte-Carlo

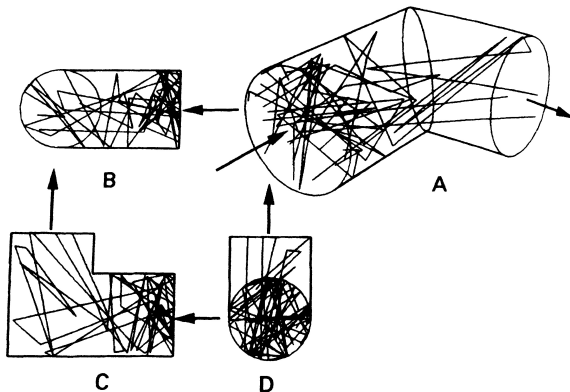
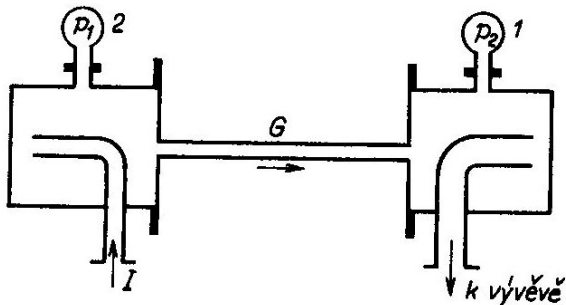


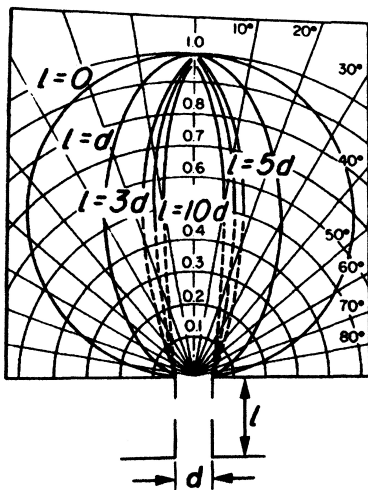
Fig. 3.4 A computer graphical display of the trajectories of 15 molecules entering an elbow in free molecular flow. Courtesy of A. Appel, IBM T. J. Watson Research Center.

F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

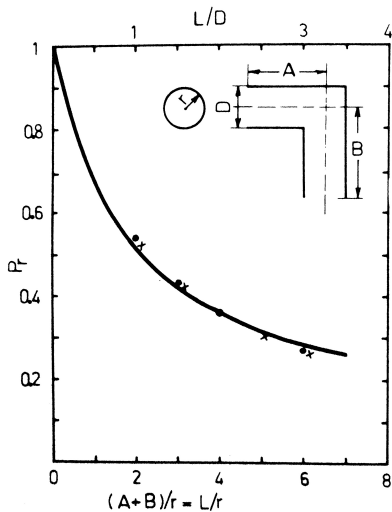
Měření vodivosti trubice



J. Groszkowski: Technika vysokého vakua, SNTL, Praha 1981



F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)



Porovnání: simulace - bod, experiment - x, výpočet
 F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

Čerpací rychlost

Čerpací rychlostí se rozumí množství plynu, odčerpaného vývěvou z daného prostoru za jednotku času při daném tlaku.

$$S = -\frac{dV}{dt}$$

$$pV = (p - dp)(V + dV) \Rightarrow p \frac{dV}{dt} = V \frac{dp}{dt}$$

$$S = -\frac{dV}{dt} = -\frac{V}{p} \frac{dp}{dt}$$

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}p$$

označme p_0 mezní tlak

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}(p - p_0)$$

$$\ln(p - p_0) = -\frac{S}{V}t + konst, \text{ pro } t = 0 \text{ s, } p = p_1$$

$$konst = \ln(p_1 - p_0) \Rightarrow \ln\left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0}\right) = -\frac{S}{V}t$$

$$p - p_0 = (p_1 - p_0)e\left(-\frac{S}{V}t\right)$$

pro $p_0 \ll p_1$

$$p = p_0 + p_1 e^{-\frac{S}{V}t}$$

tento vztah udává hodnotu tlaku v čase t pro $S=\text{konst}$

Průměrná čerpací rychlost

v čase od t_1 do t_2

$$\ln \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right) = -\frac{S}{V}t$$

$$S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} \ln \left(\frac{p_{t_1} - p_0}{p_{t_2} - p_0} \right)$$

$$\text{pro } p_0 \ll p_{t_1} \text{ a } p_0 \ll p_{t_2} \Rightarrow S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} \ln \left(\frac{p_{t_1}}{p_{t_2}} \right)$$

Doba potřebná k snížení tlaku

z p_{t1} na p_{t2} ,
při konstantní čerpací rychlosti S

$$t = t_2 - t_1 = \frac{V}{S} \ln \left(\frac{p_{t1}}{p_{t2}} \right)$$

Doba nutná pro vyčerpání reaktoru pro nízké tlaky ($< 10^{-4}$ hPa)

$$t = \frac{q_{des} A t_0}{S(p - p_o)}$$

mater.	oprac.	$q_{des} [\frac{\text{hPal}}{\text{scm}^2}](1 \text{ h})$	$q_{des} [\frac{\text{hPal}}{\text{scm}^2}](4 \text{ h})$	$q_{des} [\frac{\text{hPal}}{\text{scm}^2}](10 \text{ h})$
nerez	leštěná	2×10^{-8}	4×10^{-9}	2×10^{-10}
nerez	pískovaná	3×10^{-10}	$6,5 \times 10^{-11}$	4×10^{-11}
dural		6×10^{-8}	$1,7 \times 10^{-8}$	$1,1 \times 10^{-8}$
sklo		$4,5 \times 10^{-9}$	$1,1 \times 10^{-9}$	$5,5 \times 10^{-10}$
viton		$1,2 \times 10^{-6}$	$3,6 \times 10^{-7}$	$2,2 \times 10^{-7}$
viton	zahřátí 4 h	$1,2 \times 10^{-9}$	$3,3 \times 10^{-10}$	$2,5 \times 10^{-10}$

Připojení vývěvy

Mějme trubici s vodivostí G , protékanou plynem. Na koncích trubice mějme tlaky p_1 , p_2 ; $p_2 > p_1$ a čerpací rychlosti S_1 , S_2 .

$$I = G(p_2 - p_1) , I = p_1 S_1 , I = p_2 S_2$$

$$p_2 - p_1 = \frac{I}{G} , p_2 = \frac{I}{S_2} , p_1 = \frac{I}{S_1}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1}$$

$$S_2 = S_1 \frac{1}{1 + \frac{S_1}{G}} \Rightarrow S_2 < S_1$$

$$S_1 = S_2 \frac{1}{1 - \frac{S_2}{G}}$$

pouze když $G \rightarrow \infty \Rightarrow S_2 = S_1$

Př.: Turbomolekulární vývěva $S_1 = 300$ l/s pro N_2 , hrdlo DN 100 ISO-K,
průměr trubice $D = 100$ mm a délka $L = 200$ mm
vakuová vodivost G pro mol. proudění je $G \doteq 363$ l/s

čerpací rychlost komory $S_2 \doteq 164$ l/s

Měření čerpací rychlosti

- Metoda stálého objemu
- Metoda stálého tlaku
- Metoda stálého množství plynu

Metoda stálého objemu

Je založena na měření závislosti $p = f(t)$ pro $V = konst$

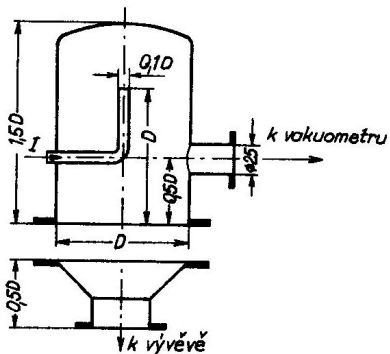
$$S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} \ln \left(\frac{p_{t_1} - p_0}{p_{t_2} - p_0} \right)$$

platí pokud mohu zanedbat desorpci plynu ze stěn

Metoda stálého tlaku

Je založena na měření proudu plynu na vstupu do vývěvy při daném tlaku

$$S = \frac{I}{p}, \quad S = \frac{I}{p - p_0}$$



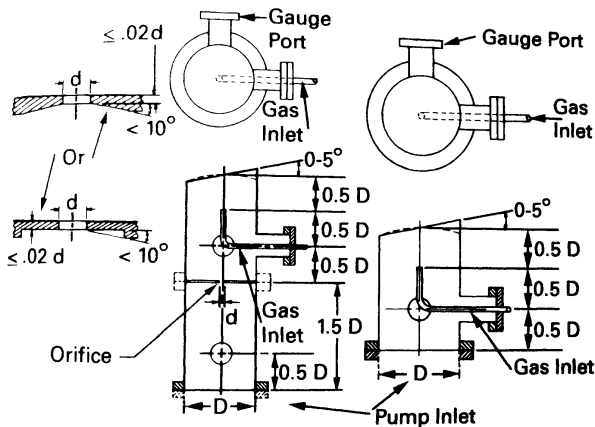


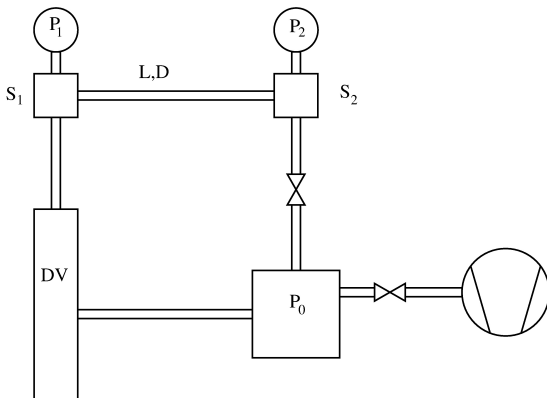
Fig. 7.1 Test domes for the measurement of mechanical and high vacuum pumps. **Right:** Flowmeter method test dome. This dome is used for speed measurement in pumps with a diameter greater than 50 mm. **Left:** Conductance (orifice) test dome. This dome is used for speed measurement at low gas flows. Reprinted with permission from *J. Vac. Sci. Technol.* 4, 5, p. 2552, M. Hablanian, Copyright 1987, The American Vacuum Society.

F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

Metoda stálého množství plynu

Plyn cirkuluje v uzavřeném okruhu

$$I = G(P_2 - P_1) = P_1 S \Rightarrow S = G \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$



Cvičení

- 2) Máme reaktor ve tvaru válce. Reaktor je vyčerpán na tlak 0 Pa. Jaká síla působí na podstavu tohoto válce? Průměr válce je 8 cm. Atmosférický tlak je 10^5 Pa.

$$p = \frac{F}{S}$$

$$S \doteq 50,3 \text{ cm}^2 ; F \doteq 503 \text{ N}$$

- 3) Máme reaktor ve tvaru válce. Průměr válce je 20 cm. Atmosférický tlak je 10^5 Pa. Jaká síla působí na podstavu tohoto válce? Reaktor je vyčerpán na tlak:
- a) 1000 Pa
 - b) 1 Pa
 - c) 10^{-5} Pa

Výsledky $S \doteq 314 \text{ cm}^2$

- a) 1000 Pa : $F_a \doteq 3109 \text{ N}$
- b) 1 Pa : $F_b \doteq 3140 \text{ N}$
- c) 10^{-5} Pa : $F_c \doteq 3140 \text{ N}$

- 4) Držák na sklo. Jaký minimální průměr musí mít přísavka vakuového manipulátoru pro přenos skleněných desek? Tlak v přísavce 1 Pa, atmosférický tlak 10^5 Pa.
Rozměry skleněné desky jsou $1 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} \times 0,01 \text{ m}$, hustota skla je 2600 kgm^{-3} .

Výsledek: $m \doteq 13 \text{ kg}$; $D \doteq 4,1 \text{ cm}$

- 6) Spočítejte střední aritmetickou rychlost pro dusík (N_2) a vodík (H_2) pro teploty 80 K a 290 K.

Řešení:

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

- dusík (N_2)
 - 80 K: $v_{a1} \doteq 246 \text{ ms}^{-1}$
 - 290 K: $v_{a2} \doteq 468 \text{ ms}^{-1}$
- vodík (H_2)
 - 80 K: $v_{a3} \doteq 920 \text{ ms}^{-1}$
 - 290 K: $v_{a4} \doteq 1750 \text{ ms}^{-1}$

- 7) Spočítejte střední volnou dráhu pro vzduch při tlaku 1 Pa. Počítejte bez zpřesnění i se zpřesněním pomocí Sutherlandovi konstanty.
Pro teploty:
- a) 273 K
 - b) 298 K

- 8) Spočítejte střední volnou dráhu pro He a střední aritmetickou rychlost při tlaku 10^{-8} Pa. Počítejte bez zpřesnění i se zpřesněním (střední volné dráhy) pomocí Sutherlandovi konstanty. Teplota plynu je 4 K.

9) Kolik molekul vzduchu dopadá na 1 cm^2 za 1 s ? Za jak dlouho se vytvoří monomolekulární vrstva na povrchu? Počet volných míst na povrchu je $0,5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}$, předpokládejte, že každá částice co dopadne ulpí na povrchu. Teplota je 273 K . Pro tlaky:

a) $P_1 = 10^2 \text{ Pa}$

b) $P_2 = 10^{-5} \text{ Pa}$

c) $P_2 = 10^{-9} \text{ Pa}$

- 10) Ve výbojce je tlak 80 kPa. Počáteční teplota je $27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Při provozu stoupne teplota na $177\text{ }^{\circ}\text{C}$. Jaký bude tlak ve výbojce?

- 11) Vakuová komora je zavzdušněna, atmosférický tlak je 99520 Pa. Ke komoře pomocí ventilu připojíme pomocnou komoru o objemu 20 cm^3 , která je vyčerpaná na 0 Pa. Po otevření ventilu se v systému ustálí tlak na hodnotě 96590 Pa. Určete objem vakuové komory.

- 12) V nádobě o objemu 2 L a teplotě $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ je 10^{15} molekul kyslíku a 10^{-7} g molekul dusíku. Určete výsledný tlak v nádobě.