

F4260 - variační počet zápočtové úlohy

April 27, 2021

1 Úlohy a provizorní zadání

1.1 Nehomogenní neizotropní index lomu, exaktní řešení

Najděte exaktní řešení variační úlohy

$$S = \int n(x, y) \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

Otázka: Chcete mít úlohu se zadaným indexem lomu, nebo si vymyslíte vlastní?

1.2 Minimální plochy v \mathbb{R}^3

Stejné zadání jako pro [predchozi zapoctove ulohy z variacniho poctu \(uloha 2.2\)](#)

1.3 Variační funkcionál pro Helmholtzovu rovnici na kruhu

Uvažte Helmholtzovu rovnici

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \tag{1}$$

na kruhu D s Dirichletovými okrajovými podmínkami: $u = 0$ na ∂D .

- Formulujte Helmholtzovu rovnici (1), jako variační úlohu. Tedy najděte takový Lagrangian, jehož Eulerovy-Lagrangeovy rovnice jsou shodné s rovnicí (1).
- Najděte exaktní řešení rovnic.

1.4 Geodetiky na sféře

Nalezte geodetiky na sféře minimalizací funkcionálu délky křivky. Dokažte trojúhelníkovou nerovnost pro trojúhelníky na sféře.

1.5 Ritzova variační úloha pro známý funkcionál

Vyberte si funkcionál u které znáte řešení variace, například

$$S = \int_0^1 \left(\frac{1}{2} \dot{u}^2 - \frac{1}{2} u^2 - atu \right) dt, \quad u(0) = u(1) = 0.$$

Alternativně zkuste zjistit minimum funkcionálu Ritzovou variační metodou: zvolte vhodnou posloupnost funkcí, například $u_n = t^n(1-t)$. Získejte aproximační řešení a porovnejte s exaktním řešením.

1.6 Chladniho obrazce na počítači

1.7 Hmotný řetěz na hmotné kladce

Máte řetěz namotaný na hmotné kladce, část řetězu je namotaná na kladce a část volně visí. Najděte časový vývoj toho jak řetěz bude padat z kladky.

1.8 Možnost vymyšlení vlastní úlohy, který souvisí s variačním počtem

2 Výběr úloh

úloha		student
1		Adam Čepil
...		...