

Funkce komplexní proměnné, domácí úkol 6

Příklad 1

Nechť z_0 je izolovaná singularita funkcí f_1 a f_2 . Ukažte, že

$$\operatorname{res}_{z_0} (\alpha f_1 + \beta f_2) = \alpha \operatorname{res}_{z_0} f_1 + \beta \operatorname{res}_{z_0} f_2$$

pro všechna $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

Příklad 2

Spočtěte následující rezidua.

(a) $\operatorname{res}_0 \frac{1 - \cos z}{z^3}$,

(b) $\operatorname{res}_{3i} \left(\frac{e^z}{z^2(z^2 + 9)} + \frac{\cos \pi z}{4z^2 - 1} \right)$,

(c) $\operatorname{res}_{z_0} \frac{1}{\sin \frac{1}{z}}$, všechny singularity $z_0 \in \mathbb{C}^+$.

Příklad 3

Spočtěte integrál

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4 + x^4}.$$