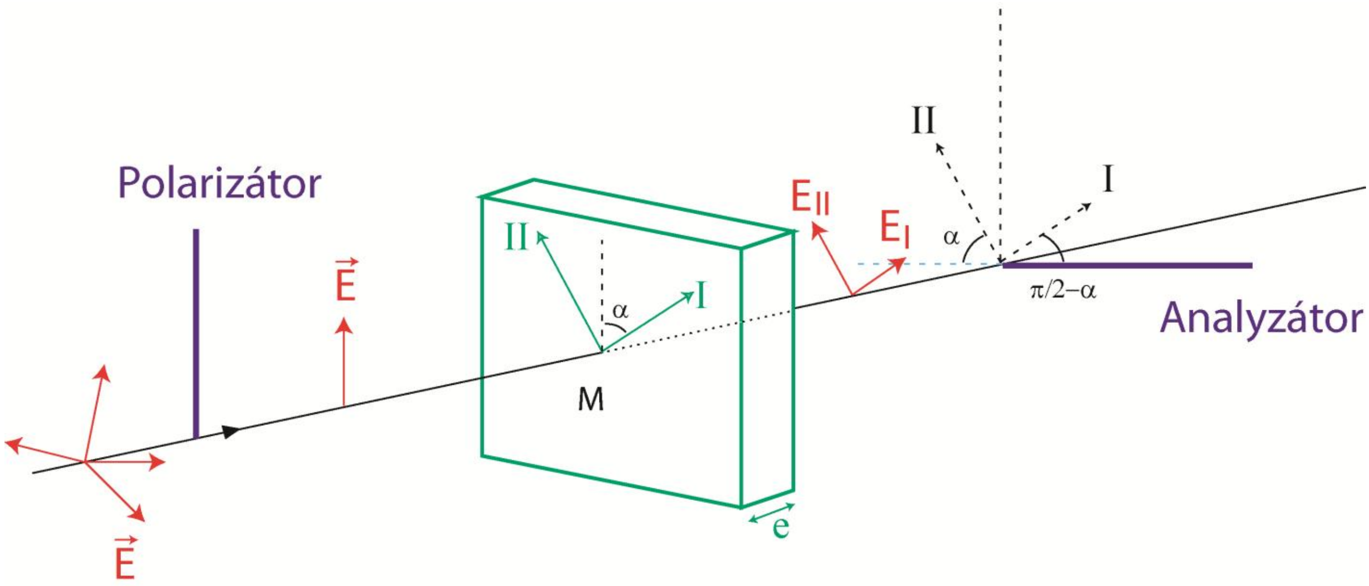
FOTOELASTICIMETRIE

Metoda sloužící k určení stavu napětí v elasticky deformovaném materálu při rovinném napětí



$$n_{II} < n_I$$

1) Připomínka z optiky :

Denní světlo je polychromatické a nepolarizované; vektor intenzity elektrického pole E může mít jakoukoli orientaci kolmou na směr šíření světla

Po průchodu polarizačním filtrem je vektor propuštěného světla $\vec{E}$ rovnoběžný s propustným směrem filtru a mění se s časem :

$$E = E_0 \cos \omega t$$

Říkáme, že takové světlo je lineárně polarizované. Pokud toto světlo prochází průhledným izotropním prostředím, zůstává beze změny, pokud zanedbáme absorbci.

Představme si nyní materiál, který opticky izotropní není a jeho index lomu je odlišný ve dvou vzájemně kolmých směrech (I a II, I je osa, kde n je maximální). Někdy je tento jev nazýván dvojlom. Při průchodu polarizovaného světla takovým materiálem se elektromagnetické vlnění rozloží na dvě složky, kde α je úhel mezi směrem I a směrem polarizace:

$$E_I = E_0 \cos \omega t \cos \alpha$$
$$E_{II} = E_0 \cos \omega t \sin \alpha$$

E_I prochází materiálem rychlostí $v_I = c/n_I$ ("pomalý" směr) a E_{II} rychlostí c/n_{II} ("rychlý" směr).

2) Zjištění hlavních napětí

Existují transparentní materiály, které jsou přirozeně izotropní, avšak při působení napětí se stávají opticky anizotropní; tento jev se nazývá "umělá anizotropie" anebo "dočasný dvojlom". Budeme nadále předpokládat, že zmíněný materiál je tenký a tudíž deformovaný za podmínky rovinného napětí. V tom případě bylo zjištěno, že I a II jsou rovnoběžné s hlavními napětími σ_I a σ_{II} a platí :

$$n_I = C\ e\ \sigma_I = C'\ \sigma_I$$

$$n_{II} = C\ e\ \sigma_{II} = C'\ \sigma_{II}$$

$$n_I - n_{II} = C\ e\ (\sigma_I - \sigma_{II}) = C'\ (\sigma_I - \sigma_{II})$$

kde e je tloušťka materiálu a C je materiálová konstanta.

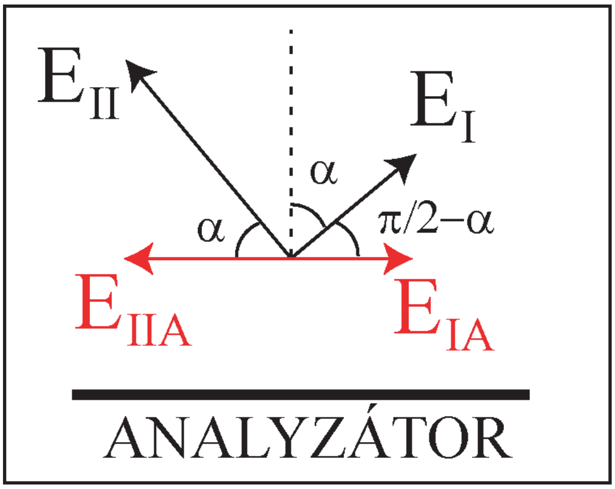
Vypočítejme velikost vektoru intezity elektrického pole světla po průchodu dvojlomým materiálem:
$\sigma_I > \sigma_{II} \Rightarrow n_I > n_{II} \Rightarrow v_I < v_{II}$

Čas potřebný pro průchod světla materiálem :
E_I : $t_I = e/v_I = e\ n_I / c$
E_{II} : $t_{II} = e/v_{II} = e\ n_{II} / c$
$\Delta t = e/c\ (n_I - n_{II})$

Fázový rozdíl po průchodu:
$\Delta\varphi = \omega\ \Delta t$
$\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$
$\Delta\varphi = 2\pi c/\lambda\ e/c\ (n_I - n_{II}) = 2\pi e\ (n_I - n_{II})/\lambda$

Velikost vektoru intezity elektrického pole světla po průchodu dvojlomým materiálem:
$E_I = E_0 \cos(\omega t + \Delta\varphi) \cos\alpha$
$E_{II} = E_0 \cos\omega t \sin\alpha$

Tyto dvě vlny následně procházejí dalším polarizačním filtrem nazývaným analyzátor, orientovaným kolmo k prvnímu filtru. Analyzátor propustí pouze složky rovnoběžné se směrem jeho polarizace:
$E_{IA} = E_I \cos(\pi/2-\alpha) = E_I \sin\alpha$
$E_{IIA} = - E_{II} \cos\alpha$



Po průchodu analyzátorem obě vlny sečteme :

$E_{IA}+E_{IIA}$:

$E = E_0 \cos(\omega t + \Delta\varphi)\cos\alpha\sin\alpha - E_0\cos\omega t\sin\alpha\cos\alpha =$

$= E_0\cos\alpha\sin\alpha\,[\cos(\omega t + \Delta\varphi) - \cos\omega t] =$

---

z geometrie : *$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$*

$\cos\beta - \cos\gamma = -2\sin[(\beta+\gamma)/2]\sin[(\beta-\gamma)/2]$

$$= E_0\frac{\sin 2\alpha}{2}\left[(-2)\sin\frac{2\omega t + \Delta\varphi}{2}\sin\frac{\Delta\varphi}{2}\right]$$

$$\boxed{E = -E_0\sin 2\alpha\cdot\sin\frac{\pi e}{\lambda}\left(n_I - n_{II}\right)\cdot\sin\frac{2\omega t + \Delta\varphi}{2}}$$

Zajímá nás nyní, kdy je E nulové. Existují 3 možnosti:

$\sin 2\alpha = 0$: tyto linie se nazývají **izokliny**,

$\sin \pi e/\lambda\,(n_I - n_{II}) = 0$: jsou **izochromy**,

$\sin(2\omega t + \Delta\varphi)/2$: tato podmínka nás nezajímá, protože frekvence světla $\nu \sim 10^{15}$ Hz.

1) Izokliny

$\sin 2\alpha = 0 \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = i\,\frac{\pi}{2}} \quad i = 0,1,2$ ..

Izokliny tedy ukazují místa, kde σ_I je rovnoběžné nebo kolmé k ose polarizátoru. Nepřinášejí žádnou informaci o velikosti σ_I.

2) Izochromy

$\sin \pi e/\lambda\,(n_I - n_{II}) = 0, \quad n_I = C'\sigma_I,\ n_{II} = C'\sigma_{II},$

$\Rightarrow \quad \boxed{K(\sigma_I - \sigma_{II}) = i\,\pi} \quad i = 0,1,2\ldots$

Protože K závisí na λ, E je nulové na různých místech pro různé barvy. Jedná se tedy o barevné křivky ukazující místa, kde je stejný rozdíl hlavních napětí. Fotoelasticimetrie je metoda používaná nejčastěji kvalitativně; izochromy ovšem přinášejí možnost zjistit i velikost hlavních napětí. K tomu je nutné znát (kromě materiálové konstanty C, tloušťky e a λ) další rovnici mezi σ_I a σ_{II}. Používá se Laplaceova rovnice:

$$\nabla^2\left(\sigma_I + \sigma_{II}\right) = 0\,.$$

Tato metoda byla objevena D. Brewsterem r. 1816. Byla používána především před vyvinutím výpočetních metod pro zjištění rozložení napětí v tělesech, jako je metoda konečných prvků. Je možné ji použít i v případech trojosého napětí. V současnosti bývá používána pro ověření výpočtů MKP nebo při některých speciálních aplikacích, jako je např. určení reziduálních napětí v rychle tuhnoucích sklech.