Na první straně souboru priklady_chemici_8 najdete výpočet objemu rotačního kužele. Je to příklad 2) na straně 93. Upozornil mne na něj kolega David Novák. Rozhodně se naučte výpočet objemu rotačního válce, to v písemkách bývá. Kužel s poloměrem podstavy r a výšce v v písemce nebude.

Co musíte znát je vzorec pro kuželovou plochu, která vznikla rotací přímky $z = y$ (resp. $z = x$) kolem osy z. Najdete ho v rámečku. Vznikl z vyjádření, které je nad tím. To popisuje kuželovou plochu „do nekonečna nahoru i dolů“. Dolní část by měla před odmocninou mínus, podobně, jako jsme popsali dolní polokouli. Takže rámeček se naučte, v příkladu v písemce tento vzorec může být a vy musíte být schopni poznat, že jde o kuželovou plochu – povrch kužele.

Pokud kužel vznikne rotací jiné přímky, se směrnicí v/r, tak nemáme dostatek znalostí, abychom odvodili rovnici kuželové plochy. Berte to jako fakt a podívejte se na další výpočet jako na cvičení na dvojný a trojný integrál. Opět za $x^2 + y^2$ dosadíme ρ^2. U trojného integrálu každý bod kužele leží mezi kuželovou plochou a rovinou $z = v$. Proto jsou meze takto. U dvojného integrálu umíme vypočítat objem tělesa mezi množinou M v rovině xy a plochou $z = f(x,y)$. To by ovšem bylo „po kuželovou plochu“, a my potřebujeme „těleso nad ní“. (Srovnejte s příkladem 7. 11, kde není kužel ale paraboloid) Proto spočítáme objem válce s poloměrem podstavy r a výškou v, pak odečteme to, co netvoří kužel.

Opakuji, pamatujte si vzorec pro kuželovou plochu v rámečku.

Kolega Novák měl ještě další dotaz. Přejděte na stranu 2 mého textu. Ze střední školy znáte parametrické rovnice přímky. Opakovali jsme a naučili se základní postup označený a). Ale i všechny další tři jsou dobře a mohl bych napsat libovolný počet dalších vyjádření. Mohu za bod dosadit libovolný bod, o kterém vím, že na přímce leží. Nejen body A a B. Ovšem mohu vzít také libovolný nenulový násobek směrového vektoru, který jsem spočítal z bodů A a B. Je to tím, že parametr t je libovolné číslo. Když do každé varianty parametrizace dosadím za t trojku, dostanu vždy jiný bod, ale vždy je to bod přímky.

Bod C na přímce leží, v každém vyjádření ho dostaneme pro jiné t, ale prostě pokud t proběhne všechna reálná čísla, dostaneme všechny body přímky.

Pokud ale máme úsečku AB, pak musíme být opatrnější. Doporučuji postup stále stejný, do parametrických rovnic dosadíme bod, který je počátečním bodem orientované úsečky AB, a vezmeme i tento vektor. Pak t je z intervalu <0,1>. Co to znamená? Když dosadíme za t nulu, dostaneme bod A. Dosadíme-li 1/2 dostaneme střed úsečky, pro 1/3 dostaneme bod v jedné třetině úsečky. Pro jedničku máme bod B. Když proběhneme interval <0,1>, dostaneme všechny body úsečky.

Kolega Novák zvolil postup, který uvádím jako špatný. Pro popis přímky by to nevadilo, pro úsečku ano. On do rovnic dosadil bod B a použil stejný vektor. Pak ale nemůžeme t brát z intervalu <0,1>. To bychom dostávali body mezi [1,2] a [2,4]. Pokud bychom trvali na tom, že chceme mít v rovnicích bod B, pak bychom museli vzít opačný vektor. Interval by byl stále <0,1>.

V možnosti „s vykřičníkem“ bychom situaci mohli zachránit tím, že bychom napsali, že t je z intervalu <-1,0>. Ověřte si, že pak bychom dostávali body naší úsečky. Můžete tedy opět postupovat více možnostmi, doporučuji ten první.

Na třetí straně mého textu najdete přípravu na křivkový integrál druhého druhu. Ten bude posledním, co v tomto semestru budeme dělat. U tohoto integrálu budeme křivky orientovat. Ve skriptu je to řešeno na straně 104, na konci.

Nyní máme orientovanou úsečku (budou ale i orientované části paraboly a kružnice). V obrázku do bude vyznačené šipkou, v textu bude uvedeno, co je počáteční a co koncový bod. Vidíme, že parametrické rovnice jsem spočítal úplně stejně. A nyní si všimneme, že když dosazujeme za t „postupně“ od nuly do jedničky (obecně od nejmenší hodnoty po největší) postupují body ve směru šipky. Pak řekneme, že orientace odpovídá požadované orientaci. Jinými slovy „křivka je orientovaná souhlasně s daným parametrickým vyjádřením“. Kdyby v zadání bylo řečeno, že „šipka vede na opačnou stranu“, pak bychom při dosazování za t postupovali proti šipce. Pak řekneme, že „křivka je orientovaná nesouhlasně s daným parametrickým vyjádřením“. Pro parabolu to vidíte na obrázku 9. 2 ve skriptu na str. 105.

Co z toho plyne pro křivkový integrál druhého druhu, si řekneme příště.