

Přemka z Diferenciální geometrie křivek a ploch – termín B
16. 6. 2021

Jméno a příjmení:

UČO:

1. [5 bodů] Uvažme plochu S s parametrizací

$$f(u_1, u_2) = (u_1 + u_2, u_1 - u_2, u_1^2 + u_2^2), \quad u_1, u_2 > 0.$$

- (a) Najděte implicitní popis (tj. rovnici) pro tuto plochu.
- (b) Určete koeficienty první a druhé základní formy plochy S .
- (c) Určete střední a Gaussovu křivost.
- (d) Určete asymptotické křivky na ploše S a rozhodněte, zda se jedná o přímkovou plochu.
- (e) Určete hlavní křivky na ploše S .
- (f) Určete, pod jakým úhlem protíná plochu S přímka p se směrovým vektorem $(1, 0, 1)$ procházející počátkem.

2. [2 body] Na oblasti $D = \mathbb{R} \times (-1, 1) \subseteq \mathbb{R}^2$ uvažme bilineární formy

$$\begin{aligned}\Phi_1(u, v) &= du^2 + dv^2 \\ \Phi_2(u, v) &= \frac{1}{1+v} du^2 - 2 \frac{u}{(1+v)^2} dudv + \frac{u^2}{(1+v)^3} dv^2\end{aligned}$$

pro $(u, v) \in D$. Rozhodněte, zda existuje plocha $f : D \rightarrow E_3$ jejíž první základní forma je Φ_1 a druhá základní forma je Φ_2 . Svoji odpověď zdůvodněte.

3. [3 body] Následující dotazy lze odpovědět bez téměř bez počítání. Své odpovědi zdůvodněte.

- (a) Mějme kužel $x^2 + y^2 = z^2$ a uvažme řez C rovinou $z = 2$. Jaká je geodetická křivost kružnice C ?
- (b) Mějme válec $x^2 + y^2 = 1$ a uvažme řez C rovinou $z = 2$. Jaká je geodetická křivost kružnice C ?
- (c) Mějme sféru $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ a uvažme řez C rovinou $z = 0$. Jaká je geodetická křivost kružnice C ?