Cvičení 6 – příklad SHO s jednou linkou obsluhy

Máme k dispozici záznamy o okamžicích příchodů a odchodů 16 zákazníků do SHO během 8 hodin.

č. zák.	příchod	odchod	doba mezi příchody	doba obsluhy
1	0,20	0,30		
2	0,40	1,10		
3	0,50	1,30		
4	2,10	3,10		
5	3,20	3,50		
6	3,40	4,10		
7	4,10	4,40		
8	4,20	5,00		
9	4,50	5,50		
10	5,10	6,00		
11	5,50	6,10		
12	6,20	6,40		
13	6,40	6,50		
14	7,10	7,30		
15	7,40	7,50		
16	7,50	8,00		

Předpokládáme, že vstupní proud zákazníků je Poissonův proces s parametrem λ (tj. střední hodnota počtu zákazníků, kteří vstoupí do SHO za jednotku času, je λ). Za časovou jednotku zvolíme 1 hodinu. Dále předpokládáme, že doba obsluhy se řídí exponenciálním rozložením s parametrem μ (tj. střední hodnota doby obsluhy je $\frac{1}{\mu}$).

Úkol 1.: Odhadněte parametr λ a sestrojte pro něj 95% interval spolehlivosti (asymptotický i přesný).

Úkol 2.: Na hladině významnosti 0,05 testujte pomocí jednoduchého testu Poissonova rozložení hypotézu, že počty zákazníků v jednohodinových intervalech se řídí Poissonovým rozložením.

Úkol 3.: Odhadněte parametrickou funkci $\frac{1}{\mu}$ (tj. střední hodnotu doby obsluhy) a sestrojte pro ni 95% interval spolehlivosti.

Úkol 4.: Na hladině významnosti 0,05 testujte pomocí jednoduchého testu exponenciálního rozložení (Darlingova testu) hypotézu, že doba obsluhy se řídí exponenciálním rozložením.

Úkol 5.: Vzhledem k předpokladu, že vstupní proud zákazníků je Poissonův proces, doba mezi příchody zákazníků je náhodná veličina s exponenciálním rozložením. Ověřte tento předpoklad Darlingovým testem (na hladině významnosti 0,05).

Důležité vzorce

100(1-α)% asymptotický interval spolehlivosti pro λ (s opravou na nespojitost):

$$d = m - \frac{1}{2n} - \sqrt{\frac{m}{n}}u_{1-\alpha/2}, \quad h = m + \frac{1}{2n} + \sqrt{\frac{m}{n}}u_{1-\alpha/2}$$

100(1-α)% interval spolehlivosti pro λ:

$$d = \frac{1}{2n}\chi^2_{\alpha/2}(2nm), \quad h = \frac{1}{2n}\chi^2_{1-\alpha/2}(2nm+2)$$

100(1-α)% interval spolehlivosti pro $\frac{1}{\mu}$:

$$d = \frac{2nm}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2n)}, \quad h = \frac{2nm}{\chi^2_{\alpha/2}(2n)}$$

Jednoduchý test Poissonova rozložení:

$$K = \frac{(n-1)S^2}{M}, \quad W = \left\langle 0, \chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right\rangle \cup \left\langle \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1), \infty\right)$$

$K \notin W \Rightarrow$ H_0 nezamítáme na asymptotické hladině významnosti α.

Jednoduchý test exponenciálního rozložení (Darlingův test)

$$K = \frac{(n-1)S^2}{M^2}, \quad W = \left\langle 0, \chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right\rangle \cup \left\langle \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1), \infty\right)$$

$K \notin W \Rightarrow$ H_0 nezamítáme na asymptotické hladině významnosti α.