Modely, dynamický systém

Petr Liška

Masarykova univerzita

11.5.2021

G. Box, W.E. Deming

Všechny modely jsou špatně. Některé modely jsou užitečné.

G. Box, W.E. Deming

Všechny modely jsou špatně. Některé modely jsou užitečné.

Model

Zjednodušená reprezentace skutečnosti.

G. Box, W.E. Deming

Všechny modely jsou špatně. Některé modely jsou užitečné.

Model

Zjednodušená reprezentace skutečnosti.

Modely mentální, fyzické, matematické a výpočetní.

G. Box, W.E. Deming

Všechny modely jsou špatně. Některé modely jsou užitečné.

Model

Zjednodušená reprezentace skutečnosti.

Modely mentální, fyzické, matematické a výpočetní.

Hlavní princip

Nemodulejeme systém, ale problém.

Hlavní cíle modelování:

– návrh a řízení systémů,

Hlavní cíle modelování:

- návrh a řízení systémů,
- předpovídání chování,

Hlavní cíle modelování:

– návrh a řízení systémů,
– předpovídání chování,
– porozumění.

Hlavní cíle modelování:

– návrh a řízení systémů,
– předpovídání chování,
– porozumění.

Znaky dobrého modelu:

– jednoduchost,

Hlavní cíle modelování:

- návrh a řízení systémů,
- předpovídání chování,
- porozumění.

Znaky dobrého modelu:

- jednoduchost,
- správnost,

Hlavní cíle modelování:

– návrh a řízení systémů,
– předpovídání chování,
– porozumění.

Znaky dobrého modelu:

– jednoduchost,
– správnost,
– robustnost.

Fáze procesu matematického modelování:

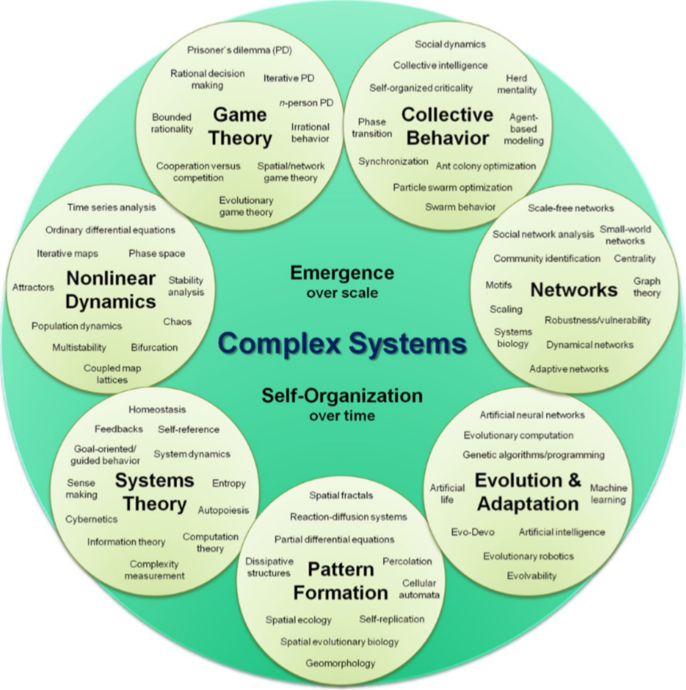
0. formulace problému;
1. sestavení modelu;
   - identifikace nezávislých proměnných (čas $t \in [t_0, T]$, $\mathbf{x} \in \mathcal{V}$);
   - vybrání vhodných stavových proměnných
     $$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t, \mathbf{x})\colon [t_0, T] \times \mathcal{V} \to \mathbf{R}^n,$$
     které souhrně popisují stav zkoumaného systému;
   - popis chování pomocí rovnic, které obsahují stavové proměnné;
2. matematická analýza a získání výsledků;
3. verifikace a validace;
4. aplikace nových poznatků a vylepšení modelu.

Dělení modelů (a problémů)

- dynamické a statické (dynamic/static)
- určité a průběžné (finite/continuous)

finite	static	$\mathbf{u} = \mathbf{u}_c$	algebraické
finite	dynamic	$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$	ODE
continuous	static	$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$	PDE
continuous	dynamic	$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t, \mathbf{x})$	PDE

- stochastické a deterministické


Complex Systems
Emergence
over scale
Self-Organization
over time
Game Theory
Prisoner's dilemma (PD)
Rational decision making
Iterative PD
n-person PD
Bounded rationality
Irrational behavior
Cooperation versus competition
Spatial/network game theory
Evolutionary game theory
Collective Behavior
Social dynamics
Collective intelligence
Self-organized criticality
Herd mentality
Phase transition
Agent-based modeling
Synchronization
Ant colony optimization
Particle swarm optimization
Swarm behavior
Networks
Scale-free networks
Social network analysis
Small-world networks
Community identification
Centrality
Motifs
Graph theory
Scaling
Robustness/vulnerability
Systems biology
Dynamical networks
Adaptive networks
Evolution & Adaptation
Artificial neural networks
Evolutionary computation
Genetic algorithms/programming
Artificial life
Machine learning
Evo-Devo
Artificial intelligence
Evolutionary robotics
Evolvability
Pattern Formation
Spatial fractals
Reaction-diffusion systems
Partial differential equations
Dissipative structures
Percolation
Cellular automata
Spatial ecology
Self-replication
Spatial evolutionary biology
Geomorphology
Systems Theory
Homeostasis
Feedbacks
Self-reference
Goal-oriented/guided behavior
System dynamics
Sense making
Entropy
Cybernetics
Autopoiesis
Information theory
Computation theory
Complexity measurement
Nonlinear Dynamics
Time series analysis
Ordinary differential equations
Iterative maps
Phase space
Attractors
Stability analysis
Population dynamics
Chaos
Multistability
Bifurcation
Coupled map lattices

Abstraktní pojetí dynamických systémů

Definice

Nechť M je metrický prostor a nechť pro $\forall x \in M$ je $J(x) = (t^-(x), t^+(x))$ otevřený interval takový, že $0 \in J(x)$. Položme

$$\Omega = \bigcup_{x \in M} J(x) \times x.$$

Buď $\varphi \colon \Omega \to M$ zobrazení s následujícími vlastnostmi

i) Ω je otevřená množina v $\mathbb{R} \times M$

ii) φ je spojité

iii) $\varphi(0, x) = x$

iv) pro libovolné $x \in M$, $s \in J(x)$, $t \in J(\varphi(s, x))$ je $t + s \in J(x)$ a platí
$$\varphi(t, \varphi(s, x)) = \varphi(t + s, x)$$

Potom φ se nazývá *(lokální) dynamický systém na M.*

- Radek Pelánek: *Modelování a simulace komplexních systémů*, `http://www.radekpelanek.cz/dokumenty/ms-web.pdf`
- Hiroki Sayama: Introduction to the Modeling and Analysis of Complex Systems, `https://milneopentextbooks.org/introduction-to-the-modeling-and-analysis-of-complex-system`
- Nicola Bellomo, Elena De Angelis, Marcello Delitala: Lecture Notes on Mathematical Modelling in Applied Sciences, `https://www.researchgate.net/publication/277986444_Lecture_Notes_on_Mathematical_Modelling_From_Applied_Sciences_to_Complex_Systems`