9.1

Náhodný výběr X_1 pochází z $N(4, 2^2)$, náhodný výběr X_2 pochází z $N(2.5, 2^2)$. Rozdíl $\mu_1 - \mu_2 = 4 - 2.5 = 1.5$. My ale testujeme $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0 = 0$ oproti $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$. (Analogie reálné situace, kde skutečné hodnoty μ_1 a μ_2 neznáme (mohou být klidně různé) a neznáme ani skutečné hodnoty rozptylů σ_1^2 a σ_2^2 (které jsou ale naštěstí v tomto případě stejné) a chceme testovat H_0 o shodě středních hodnot, tj. $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$.

$$S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

$$S_D^2 = \frac{n_1+n_2}{n_1 n_2} S^2 \qquad S_1^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2 \qquad S_2^2 = \frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n_2}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2$$

Za platnosti H_0: $T_W = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_D} \overset{H_0}{\sim} t_{n_1+n_2-2}$

test. stat. je stejná — rozdělení test. stat. se liší

Pokud H_0 neplatí: $T_W = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_D} \sim t_{n_1+n_2-2,\lambda}$ ... (necentrální) Studentovo rozdělení s parametrem necentrality $\lambda = \dfrac{\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$. $\delta = \mu_1 - \mu_2 - \mu_0$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$ $\qquad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$

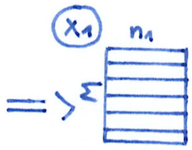
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $\qquad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

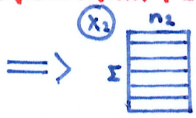
1. Vytvoříme funkci **rozdeleniTw2( )**, která pro zadanou sadu parametrů vrátí jeden graf s histogramem $M = 2000$ test. statistik T_W, křivku hustoty $t_{n_1+n_2-2}$ a křivku hustoty $t_{n_1+n_2-2,\lambda}$. Funkci naprogramujeme tak, aby vykreslovala správně graf v situaci, kdy X_1 a X_2 jsou náhodné výběry pocházející ze směsi s různými parametry rozptylů i středních hodnot, tj. vstupní parametry budou: $\mu_0, \mu_1, \mu_{12}, \sigma_{11}, \sigma_{12}, p_1, \mu_2, \mu_{22}, \sigma_{21}, \sigma_{22}, p_2, n_1, n_2, M$ a α.

```
rozdeleniTw2 <- function(mu0, mu1 =...4, mu12=mu1, sigma11=..., sigma12=sigma11, p1= 0.8
                         mu2 =..., mu22=mu2, sigma21=..., sigma22=sigma21, p2=0.8
                         n1=50, n2=50, M=...   ,alpha=...){
```

Generování dat

```
X1 <- matrix(NA, M, n1) ... příprava prázdné matice pro M=2000 náhodných výběrů X1
X2 <- matrix(...) ... příprava prázdné matice pro M=2000 náh. výběrů X2
for (i in 1:M){
    bin1 <- rbinom(n1, 1, p1)
    bin2 <- ...
    X1[i, ][bin1 == 1] <- rnorm(sum(bin1 == 1), mu1, sigma11)
    X1[i, ][bin1 == 0] <- rnorm(sum(bin1 == 0), mu12, sigma12)
    X2[i, ][bin2 == 1] <- ...
    X2[i, ][bin2 == 0] <- ...
}
```





k vykreslení grafu

m1 <- apply(X1, 1, mean) ... vektor M=2000 výb. průměrů $\bar{X}_1$ z M=2000 náh. výběrů X_1 (délka = 2000)

m2 <- apply(...) ... vektor M=2000 -‖- -‖- $\bar{X}_2$ -‖- náh. výběrů X_2 (2000)

s1 <- apply(...) ... vektor M=2000 výb. sm. odchylek z M=2000 náh. výběrů X_1 (2000)

s2 <- apply(...) ... -‖- -‖- -‖- náh. výběrů X_2 (2000)

s <- $\sqrt{\dfrac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$ ... vektor M=2000 S (délka = 2000)

sD <- $\sqrt{\dfrac{n_1+n_2}{n_1 n_2} S^2}$ ... vektor M=2000 S_D (délka = 2000)

df <- $n_1 + n_2 - 1$ ... počet stupňů volnosti (číslo, délka = 1)

tW <- $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_D}$ ... vektor M=2000 test. statistik T_W (2000)

p <- 2apply(cbind(pt(abs(tW), df), 1-pt(abs(tW), df)), 1, min)... vektor M=2000 p-hodnot (2000)

sila.emp <- sum(p < alpha) / M ... empirická síla (počet zamítnutí H_0 dělený počtem simulací M)

Příprava podkladů

delta <- $\mu_1-\mu_2-\mu_0$ … minimální detekovatelná vzdálenost δ (číslo, délka = 1)

lambda <- $\dfrac{\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ … parametr necentrality λ (číslo, délka = 1)

xfit <- seq(…) … posloupnost od -10 do 10 o délce minimálně 1000

yfit <- dt(…) … hodnoty hustoty rozdělení $t_{n_1+n_2-2}$ nad pol. xfit

zfit <- dt(…) … hodnoty hustoty rozdělení $t_{n_1+n_2-2}$ nad pol. xfit

Vykreslení grafu

par(…) $\begin{smallmatrix} & 1 & \\ 4 & \square & 2 \\ & 6 & \end{smallmatrix}$

osy x a y se nevykreslí

hist(tW, … , xlim=c(-10,10), ylim=c(0,0.5), axes=F, …) … histogram test. statistik Tw

box(…) □

axis(1, seq(-10,10, by=2)) … osa x bude vždy stejná od -10 do 10 po kroku 2

axis(2,…) … osa y

mtext(expression(…), … , line=2.2) … popisek 'tw'

automaticky se měnící popisek n = …, $\mu_1-\mu_2$ = …

mtext(bquote(paste(… mu[1] - mu[2] == .(mu1- mu2) …), … , line= 3.3)

mtext(bquote(paste(. . . . . == .(round(sila, 6)…), …, line= 4.7)

automaticky se měnící popisek $1-\hat{\beta}_{11}$ = …

lines(xfit, yfit, …) … křivka hustoty centr. Studentova rozdělení $t_{n_1+n_2-2}$

lines(…) … křivka hustoty necentrálního St. rozdělení $t_{n_1+n_2-2,\lambda}$

legend(…) … legenda

}

2. Vytvoříme animaci, která v závislosti na měnící se vzdálenosti $\mu_1-\mu_2$ (při pevném μ_1 a měnícím se μ_2) ukáže změnu v podobě histogramu statistik Tw a křivky hustoty $t_{n_1+n_2-2,\lambda}$ vzhledem ke křivce hustoty $t_{n_1+n_2-2}$, a to pro (a) $X_1 \sim N(4,2^2)$, $X_2 \sim N(2.5,2^2)$, $n_1=n_2=50$;
(b) $X_1 \sim pN(4,2^2)+(1-p)N(4,6^2)$, $p=0.9$, $X_2 \sim N(2.5,2^2)$, $n_1=n_2=50$.

```
mu2 <- seq(...) ... pol. od 6 do 2 po kroku -0.5 (by=-0.5)
for (...) {
    par(...) □□
    rozdeleniTw2 (mu0=0, mu1=4, mu2=mu2[i], ... ) ... graf pro (a)
    rozdeleniTw2 (mu0=0, mu1=4, mu2=mu2[i], sigma12=6, ... ) ... graf pro (b; směs)
}
```

V tomto příkladě máme porovnat pst pokrytí čtyř typů DIS pro rozdíl $\mu_1-\mu_2$ dvou náhodných výběrů X_1 a X_2. Aktuální pst pokrytí $1-\hat{\alpha}$ počítáme jako počet situací, kdy H_0 nezamítáme ku celkovému počtu simulací $M=2000$. Rozhodnutí o H_0 stanovíme na základě kritického oboru. Tento postup je vhodný pro všechny 4 typy DIS. K vypočítání psti pokrytí nám tedy stačí znát vzorce testovacích statistik a jejich rozdělení.

(1) Klasický dvouvýběrový t-test:

$$T_W = \frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-\mu_0}{S_D} \overset{H_0}{\sim} t_{df}, \quad df = n_1+n_2-2, \quad S_D^2 = \frac{n_1+n_2}{n_1 n_2} S^2, \quad S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

(2) Dvouvýběrový t-test s Welchovou aproximací stupňů volnosti:

$$T_W = \frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-\mu_0}{S_D} \overset{H_0}{\sim} t_{df}, \quad df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}, \quad S_D^2 = \frac{S_1^2}{n_1} - \frac{S_2^2}{n_2}$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n_2}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2$$

(3) Věrohodnostní test za předp., že σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a shodné:

$$U_{LR} = n\ln\left(1+\frac{T_W^2}{n-2}\right) \overset{H_0}{\sim} \chi_1^2, \quad n = n_1+n_2$$

(4) Věrohodnostní test za předp., že σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a různé:

$$U_{LR} = 2\cdot \underbrace{\frac{n_1 n_2(\bar{x}_2-\bar{x}_1)^2}{2(n_1+\gamma n_2)^2}\left(\frac{\gamma^2 n_2}{\hat{\sigma}_1^2}+\frac{n_1}{\hat{\sigma}_2^2}\right)}_{-\ln(\lambda(x_1,x_2))} \overset{H_0}{\sim} \chi_1^2, \quad \gamma = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2}$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2$$

Aktuální pst. pokrytí
$$1-\hat{\alpha} = \frac{\sum_{m=1}^{M} I(|t_{W,m}| < t_{df})}{M} \quad \text{pro (1), (2)}$$
$$= \frac{\sum_{m=1}^{M} I(u_{LR} < \chi_1^2)}{M} \quad \text{pro (3), (4)}$$

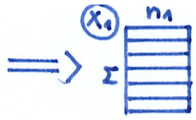
---

1. Vytvoříme funkci Pokryti2Vybery( ), která pro zadané hodnoty parametrů vrátí vektor čtyř psti pokrytí (1 pst × 4 situace). Funkci si rovnou připravíme tak, aby uměla spočítat pst pokrytí i za předpokladu, že X_1, resp. X_2 budou pocházet ze smíšeného rozdělení. Vstupními parametry tedy budou $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{22}, p_1, p_2, n_1, n_2$, M a α.

```
Pokryti2Vybery <- function(mu0, mu1=..., mu2=mu1, sigma11=..., sigma12=sigma11,
                           sigma21=..., sigma22=sigma21, p1=..., p2=..., n1=..., n2=n1,
                           M=..., alpha=...){
X1 <- matrix(...) .. příprava prázdné matice pro M=2000 náhodných výběrů X1
X2 <- matrix(...)        -||-         -||-          -||-              X2
for(i in 1:M){
    bin1 <- rbinom(n1, 1, p1)
    bin2 <- ...
```

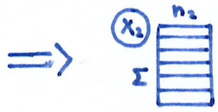
X1[i,][bin1==1] <- rnorm(sum(bin==1), mu1, sigma11)

X1[i,][bin1==0] <- -||- mu1, sigma12)



X2[i,][bin2==1] <- ...

X2[i,][bin2==0] <- ...



}

m1 <- apply(...) ... vektor M=2000 výb. průměrů $\bar{X}_1$ z M=2000 náh. výběrů X_1 (délka = 2000)

m2 <- apply(...) ... -||- -||- $\bar{X}_2$ -||- X_2 (2000)

s1 <- apply(...) ... -||- výb. sm. odchylek S_1^2 -||- X_1 (2000)

s2 <- apply(...) ... -||- -||- S_2^2 -||- X_2 (2000)

$$S \leftarrow \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$ ... vektor S (délka = 2000)

$$S_D \leftarrow \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2} S^2}$$ ... vektor S_D pro klasický dvouvýběrový t-test (2000)

$$\text{tW.Wald} \leftarrow \frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-\mu_0}{S_D}$$ ... vektor test. statistik T_W (2000)

$$\text{df.Wald} \leftarrow n_1+n_2-2$$ ... počet stupňů volnosti (číslo; délka = 1)

$$\text{pokryti.Wald} \leftarrow \frac{\Sigma(|tW| < t_{n_1+n_2-2}(1-\alpha/2))}{M}$$ ... aktuální pst pokrytí (číslo, délka = 1)

$$S_D \leftarrow \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$$ ... vektor S_D pro dvouvýb. t-test s Welchovou aproximací ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$); (2000)

$$\text{tW.Welch} \leftarrow \frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-\mu_0}{S_D}$$ ... vektor test. statistik T_W (2000)

$$\text{df.Welch} \leftarrow \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$ ... vektor Welchových aproximací počtu stupňů volnosti (délka 2000)

$$\text{pokryti.Welch} \leftarrow \frac{\Sigma(|tW| < t_{df}(1-\alpha/2)}{M}$$ ... aktuální pst pokrytí (číslo; délka = 1)

$$n \leftarrow n_1+n_2$$ ... celkový počet všech pozorování (délka = 1)

$$\text{uLR.SR} \leftarrow n \cdot \ln\left(1+\frac{T_W^2}{n-2}\right)$$ ... vektor test. statistik U_{LR} (2000); SR = shodné rozptyly

$$\text{pokryti.uLR.SR} \leftarrow \frac{\Sigma(U_{LR} < \chi_1^2(1-\alpha))}{M}$$ ... aktuální pst pokrytí (číslo, délka = 1)

$$S1 \leftarrow \sqrt{\frac{(n_1-1)}{n_1} S_1^2}$$ ... vektor $\sqrt{\hat{\sigma}_1^2}$, kde $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2 = \frac{n_1-1}{n_1}\cdot\frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2 = \frac{n_1-1}{n_1}\cdot S_1^2$ (délka = 2000)

$$S2 \leftarrow \sqrt{\frac{(n_2-1)}{n_2} S_2^2}$$ ... vektor $\sqrt{\hat{\sigma}_2^2}$ (2000)

$$g \leftarrow \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_1^2}$$ ... vektor γ (2000)

$$\text{uLR.RR} \leftarrow 2 \cdot \frac{n_1 n_2(\bar{X}_2-\bar{X}_1)^2}{2(n_1+\gamma n_2)^2}\left(\frac{\gamma^2 n_2}{\hat{\sigma}_1^2}+\frac{n_1}{\hat{\sigma}_2^2}\right)$$ ... vektor test. statistik U_{LR} (2000); RR = různé rozptyly

$$\text{pokryti.uLR.RR} \leftarrow \frac{\Sigma(U_{LR} < \chi_1^2(1-\alpha))}{M}$$ ... aktuální pst pokrytí (číslo; délka = 1)

return(c(pokryti.Wald, pokryti.Welch, pokryti.uLR.SR, pokryti.uLR.RR))

}

2. Pomocí fce Pokryti2Vybery() vypočítáme pst pokrytí pro volby parametrů (a) - (d) a pro rozsahy náh. výběrů (i) - (iii) a vytvoříme finální souhrnnou tabulku výsledků.

p.a5 <- Pokryti2Vybery(mu0=0, sigma21=9, n1=5)

p.a50 <- Pokryti2Vybery(-||- n1=50)

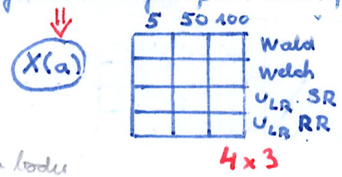
p.a100 <- Pokryti2Vybery(-||- n2=100)

```
⋮          ⋮          ⋮          ⋮          ⋮
p.d100 <- Pokryti2Vybery(mu0=0, sigma21=12, sigma12=18, sigma22=22, n1=100)

pst.pokryti <- rbind(p.a5, p.a50, p.a100,
                     p.b5, p.b50, p.b100,
                     p.c5, p.c50, p.c100,
                     p.d5, p.d50, p.d100) ... tabulka psti pokrytí (12 x 4)

tab <- data.frame(mu1 = rep(20,12),
                  mu2 = -||-,
                  sigma11= ...,
                  sigma12= ...,
                  sigma21= c(rep(NA,6), rep(18,6)),
                  sigma22= ...
                  n1 = rep(c(5,50,100), 4),
                  n2 = -||-
                  pst.pokryti) ... finální souhrnná tabulka výsledných pstí pokrytí typy DIS(1)-(4)
                                   při zadaných sadách parametrů (a)-(d) pro rozsahy náh. výběrů
                                   (i)-(iii).
```

3. Vytvoříme funkci PokrytiPlot( ), jejímž vstupem bude matice pstí pokrytí X a výstupem bude spojitý diagram.

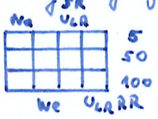



```
                 matice pstí pokrytí pro 1 sadu (např. (a))
                    ↓              ↗ defaultní pozice legendy
PokrytiPlot(X, position='bottomright'){

    par(...)
                      vykreslí se obojí: body i čáry najednou        barva čáry a okraje bodu
                         ↓                                               ↓
    plot(X[1, ], type='o', xlim=c(0.5, 3.5), pch=21, col=..., bg=...,
         ylim=c(min(x),1), axes=F, ...) ... příprava grafu + první   ↑ barva výplně bodu
                                            čára pro (1) klasický dvouvýb. t-test.
    box(...)
    axis(1, 1:3, labels=c(5, 50, 100)) ... šířená osa x: souřadnice 1,2 a 3 mají popisek 5, 50 a 100
    axis(2,... ) ... osa y
    mtext(...) ... popisek 'n'
    lines(X[2, ], type='o', pch=21, col=..., bg=...) ... čára pro (2)
    lines(X[3, ],...) ... čára pro (3)
    lines(...) ... čára pro (4)                  bod   čára
    abline(...) ... referenční čára
                    v 1-α = 0.95          barvy čar a bodů        barvy výplní bodů
                                                ↓                        ↓
    legend(position, lty=1, pch=21, col=c(...), pt.bg=c(...), legend=c(...),
           bty='n') ... legenda
}
```

4. Pomocí fce PokrytiPlot( ) vykreslíme postupně všechny 4 grafy pro sady parametrů (a), (b), (c), (d):

```
Xa <- rbind(p.a5, p.a50, p.a100) →
```




```
Xa <- t(Xa) →
```


```
                   ... transpozice Xa
PokrytiPlot(Xa) ... spojitý diagram pro (a)
PokrytiPlot(t(rbind(p.b5, p.b50, p.b100))) ... spojitý diagram pro (b)
PokrytiPlot(-||-) ... spojitý diagram pro (c)
PokrytiPlot(-||-) ...   -||-   pro (d)
```

V rámci tohoto příkladu si vyzkoušíme aplikaci (1) klasického dvouvýběrového t-testu, (2) t-testu s Welchovou aproximací, (3) věrohodnostního testu za předpokladu, že rozptyly σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé, ale stejné, a (4) věrohodnostního testu za předpokladu, že rozptyly jsou neznámé a různé. Nejprve ověříme předpoklad normality obou náhodných výběrů (povinně vhodným testem normality, nepovinně graficky, budete-li chtít =)). Následně otestujeme H0 ze zadání, a to všemi třemi způsoby (krit. oborem, IS i p-hodnotou) pro každý test. Nezapomeneme vždy uvést závěr o H0 a nakonec interpretaci závěru testování. Nakonec vykreslíme hranice a oblasti 95% věrohodnostních empirických DIS.

Poznámka: Všechny potřebné vzorečky jsme si uvedli v řešení příkladu 9.2. =)

Načtení a příprava dat

```
data <- read.delim(...)          ... načtení dat
length.m <- data[... , ...]      ... výběr délek klíčních kostí z pravé strany (length.R) u mužů
length.f <- data[... , ...]      ...    -||-                                   -||-         u žen
length.m <- na.omit(...)
length.f <- na.omit(...)         } odstranění NA hodnot
```

Test normality - muži

```
# H0m:
# H1m:
lillie.test(...) nebo shapiro.test(...) ... vyberte z uvedených testů vhodnější a test proveďte. Svou volbu zdůvodněte.
# Závěr:
# Interpretace:
```

Test normality - ženy

```
# H0f:
# H1f:
lillie.test(...) nebo shapiro.test(...) ... vyberte z uvedených testů vhodnější a test proveďte. Svou volbu zdůvodněte.
# Závěr:
# Interpretace:
```

Poznámka: Grafické zhodnocení normality pomocí histogramu a Q-Q diagramu nechávám jako dobrovolný úkol pro zájemce. =)

Test o podílu rozptylů σ_1^2/σ_2^2:

Před provedením klasického t-testu bychom správně měli ověřit splnění předpokladu o shodě rozptylů obou náhodných výběrů. Test o podílu rozptylů nás čeká až ve cv. 10, proto se jím zde nebudeme zabývat podrobně, ale pouze okrajově:

Test o shodě rozptylů σ_1^2 a σ_2^2

```
# H0: σ1^2 = σ2^2
# H1: σ1^2 ≠ σ2^2
var.test(length.m, length.f)$p.value ... dvouvýběrový t-test o shodě rozptylů σ1^2 a σ2^2.
# Závěr: Protože p-hodnota = ....., H0 ... na hl. významnosti α = 0.05.
# Interpretace:
```

Ze závěru testování vidíme, že předpoklad k použití klasického dvouvýběrového t-testu je splněn. H0 ze zadání tedy můžeme otestovat všemi čtyřmi testy (1) - (4) =).

Testy o rozdílu středních hodnot $\mu_1-\mu_2$

#H0:

#H1:

Příprava hodnot

```
mu0 <- ... μ0
alpha <- ... α
m1 <- mean(...) ... x̄1
m2 <- ...... x̄2
s1 <- sd(...) ... s1
s2 <- ... s2
n1 <- length(...) ... n1
n2 <- ... n2
```

klasický dvouvýběrový t-test

S <- $\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$

sD <- $\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2} S^2}$

KO

tW.Wald <- ... hodnota test. statistiky klasického dvouvýb. t-testu

df.Wald <- ... počet stupňů volnosti -"-

W.hh.Wald ... $t_{df}(\alpha/2)$ ... horní hranice krit. oboru -"-

W.dh.Wald ... $t_{df}(1-\alpha/2)$ ... dolní hranice krit. oboru -"-

#závěr:

IS

dh.Wald <- $\bar{x}_1-\bar{x}_2-t_{df}(1-\alpha/2)\cdot S_D$ ... dolní hranice IS

hh.Wald <- $\bar{x}_1-\bar{x}_2-t_{df}(\alpha/2)\cdot S_D$ ... horní hranice IS

#závěr:

p

p.Wald <- 2·min(pt(...), 1-pt(...)) ... p-hodnota

#závěr:

dvouvýběrový t-test s Welchovou aproximací

s.D.Welch <- $\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$

KO

tW.Welch <- ... hodnota test. statistiky dvouvýb. t-testu s Welch. aproximací

df.Welch <- ... počet stupňů volnosti -"-

W.hh.Welch <- ... $t_{df}(\alpha/2)$ ... horní hranice krit. oboru

W.dh.Welch <- ... $t_{df}(1-\alpha/2)$ ... dolní hranice krit. oboru

#závěr:

IS

dh.Welch <- $\bar{x}_1-\bar{x}_2-t_{df}(1-\alpha/2)\cdot S_D$ ... dolní hranice IS

hh.Welch <- $\bar{x}_1-\bar{x}_2-t_{df}(\alpha/2)\cdot S_D$ ... horní hranice IS

#závěr:

p

p.Welch <- 2.min(pt(...), 1-pt(...)) ... p-hodnota

#závěr:

Věrohodnostní test pro neznámé, ale shodné rozptyly

n <- n_1+n_2

KO

uLR.SR <- ... hodnota test. stat. U_{LR} když σ_1^2 a σ_2^2 jsou známé a shodné

W.dh.uLR.SR <- ... $\chi_1^2(1-\alpha)$ ... dolní hranice krit. oboru.

#závěr:

Hranice 95% DIS opět chceme stanovit přesně. Použijeme tedy fci uniroot( ), která bude hledat kořen rovnice $U_{LR}-\chi_1^2(1-\alpha)=0$. Nejprve tedy vytvoříme fci ULRchisq( ), která pro zadané vektory X a Y, hodnotu μ_0 a hl. významnosti α vrátí hodnotu $U_{LR}-\chi_1^2(1-\alpha)$. Funkci si rovnou připravíme tak, abychom ji mohli použít i pro hledání hranic věroh. DIS, když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a různé (4).

Příprava fce ULRchisq() k výpočtu hranic věroh. DIS

ULRchisq <- function (mu0, X, Y, alpha = 0.05, equal = T) {

m1 <- mean(X) ... $\bar{x}_1$

m2 <- ... $\bar{x}_2$

s1 <- sd(X) ... s_1

s2 <- ... s_2

n1 <- length(X) ... n_1

n2 <- ... n_2

n <- $n_1 + n_2$ ... n

S1 <- $\sqrt{\frac{n_1-1}{n_1} s_1^2}$ ... σ_1

S2 <- $\sqrt{\frac{n_2-1}{n_2} s_2^2}$ ... σ_2

g <- $\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2}$ ... γ

s <- $\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$ ... s

sD.Wald <- ... s_D

tW.Wald <- ... test. stat klasického dvouvýb. t-testu

použijeme zde

if(equal == T) { uLR <- ... test. stat u_{LR} věroh. testu když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a shodné }

if(equal == F) { uLR <- ... test. stat u_{LR} věroh. testu když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a různé }

uLR.chisq <- uLR - qchisq(...) ... hodnota $u_{LR} - \chi_1^2(1-\alpha)$

return(...)

}

IS

dolní hranice IS

dh.uLR.SR <- uniroot(ULRchisq, c(0,17), alpha = ..., X = length.m, Y = ..., equal = T)$root

hh.uLR.SR <- uniroot(..., c(17,30), ...)$root ... horní hranice IS

#závěr:

p

p.uLR.SR <- 1 - pchisq(...) ... p-hodnota

#závěr:

Věrohodnostní test pro neznámé a různé rozptyly σ_1^2 a σ_2^2

n <- $n_1 + n_2$

S1 <- $\hat{\sigma}_1$

S2 <- $\hat{\sigma}_2$

g <- γ

KO

uLR.RR <- ... hodnota test. stat u_{LR} když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a různé

W.dh.uLR.RR <- ... dolní hranice krit. oboru

#závěr:

IS

dh.uLR.RR <- uniroot(..., equal = F)$root ... dolní hranice IS

hh.uLR.RR <- uniroot(...)$root ... horní hranice IS

#závěr:

p

p.uLR.RR <- 1 - pchisq(...) ... p-hodnota

#závěr:

tab <- data.frame(m1 = rep(m1, 4), m2 = ... ,
stat = c(tW.Wald, tW.Welch, uLR.SR, uLR.RR),
hh.W = c(..., NA, NA),
dh.W = c(...),
dh = c(...),
hh = c(...),
p = c(...),
row.names = c(...)) ... souhrnná tabulka výsledků

Interpretace výsledků: Uveďte antropologický závěr. INTERPRETACI VÝSLEDKŮ TESTOVÁNÍ! =)

Graf věrohodnostního DIS, když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a shodné

Příprava hodnot do grafu

- mu0.i <- seq(...) ... posl. μ_{0i} od 0 do 30 o délce minimálně 1000 (délka = 1000)
- tW.Wald.i <- ... vektor statistik klasického dvouvýb. t-testu pro různé μ_{0i} (1000)
- uLR.SR.i <- ... vektor statistik u_{LR} když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a shodné (1000)

Graf

- plot(mu0.i, uLR.SR.i, ylim=c(0,15),...) ...
- lines(mu0.i [mu0.i > dh.uLR.SR & mu0.i < hh.uLR.SR],
  uLR.SR.i [mu0.i > ... -II-], ...) ...
- abline(...) ... referenční čára (vodorovná, přerušovaná šedá) v hodnotě $\chi_1^2(1-\alpha)$
- mtext(expression(...),...) ... popisek 'μ_0'
- mtext(bquote(...),...) ... popisek 'IS=(...,...)'

Graf věrohodnostního DIS, když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a různé

- uLR.RR.i <- ... vektor statistik u_{LR} když σ_1^2 a σ_2^2 jsou neznámé a různé (1000)

Graf

- plot(mu0.i, uLR.RR.i, ylim=c(0,15),...) ...
- lines(...) ...
- abline(...) ... referenční horiz. šedá přerušovaná čára v hodnotě $\chi_1^2(1-\alpha)$
- mtext(...) ... popisek 'μ_0'
- mtext(...) ... popisek 'IS=(...,...)'