

Náhodný výběr  $X_1$  pochází z  $N(4, 2^2)$ , náhodný výběr  $X_2$  pochází z  $N(2.5, 2^2)$ . Rozdíl  $\mu_1 - \mu_2 = 4 - 2.5 = 1.5$ . My ale testujeme  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0 = 0$  oproti  $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ . (Analogie reálné situace, kde skutečné hodnoty  $\mu_1$  a  $\mu_2$  nemáme (mohou být klidně různé) a nemáme ani skutečné hodnoty rozptylů  $\sigma_1^2$  a  $\sigma_2^2$  (které jsou ale mátiškové v tomto případě stejné) a chceme testovat  $H_0$  o shodě středních hodnot, tj.  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ .

Za platnosti  $H_0$ :  $T_W = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_D} \overset{H_0}{\sim} t_{n_1+n_2-2}$

Pokud  $H_0$  neplatí:  $T_W = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_D} \sim t_{n_1+n_2-2, \lambda} \dots$  (necentrální) Studentovo rozdělení s **parametrem necentrality**  $\lambda = \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ .  $\delta = \mu_1 - \mu_2 - \mu_0$

$S_D^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$   
 $S_1^2 = \frac{1}{n_1-1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2$   
 $S_2^2 = \frac{1}{n_2-1} \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$       $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$   
 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$       $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

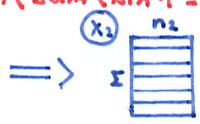
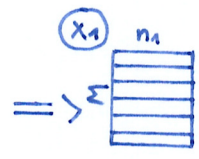
1. Vyvoříme funkci rozdělení  $T_W$  ( ), která pro danou sadu parametrů vrátí jeden graf s histogramem  $M=2000$  test. statistik  $T_W$ , hustotu hustoty  $t_{n_1+n_2-2}$  a hustotu hustoty  $t_{n_1+n_2-2, \lambda}$ . Funkci naprogramujeme tak, aby vykreslovala správně graf v situaci, kdy  $X_1$  a  $X_2$  jsou náhodné výběry pocházející ze směsi s různými parametry rozptylů i středních hodnot, tj. rozdílné parametry budou:  $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \rho_1, \mu_{21}, \mu_{22}, \sigma_{21}, \sigma_{22}, \rho_2, n_1, n_2, M$ , a  $\alpha$ .

rozdělení  $T_W$  ← function (mu0, mu1 = .4, mu12 = mu1, sigma11 = ..., sigma12 = sigma11, p1 = 0.8, mu2 = ..., mu22 = mu2, sigma21 = ..., sigma22 = sigma21, p2 = 0.8, n1 = 50, n2 = 50, M = ..., alpha = ...) {

Generování dat

```

X1 <- matrix(NA, M, n1) ... příprava prázdné matice pro M=2000 náhodných výběrů X1
X2 <- matrix(..., M, n2) ... příprava prázdné matice pro M=2000 náh. výběrů X2
for (i in 1:M) {
  bin1 <- rbinom(n1, 1, p1)
  bin2 <- ...
  X1[i, ][bin1==1] <- rnorm(sum(bin1==1), mu1, sigma11)
  X1[i, ][bin1==0] <- rnorm(sum(bin1==0), mu12, sigma12)
  X2[i, ][bin2==1] <- ...
  X2[i, ][bin2==0] <- ...
}
    
```



k vykreslení grafu

```

m1 <- apply(X1, 1, mean) ... vektor M=2000 nřb. průměrů X1 z M=2000 náh. výběrů X1 (délka = 2000)
m2 <- apply(..., 1, mean) ... vektor M=2000 -11- -11- X2 -11- náh. výběrů X2 (2000)
s1 <- apply(..., 1, var) ... vektor M=2000 nřb. sm. odchylek z M=2000 náh. výběrů X1 (2000)
s2 <- apply(..., 1, var) ... -11- -11- -11- náh. výběrů X2 (2000)
S <- sqrt(((n1-1)S1^2 + (n2-1)S2^2) / (n1+n2-2)) ... vektor M=2000 S (délka = 2000)
SD <- sqrt((n1+n2)S^2 / (n1*n2)) ... vektor M=2000 SD (délka = 2000)
df <- n1 + n2 - 1 ... počet stupňů volnosti (číslo, délka = 1)
tW <- (m1 - m2 - mu0) / SD ... vektor M=2000 test. statistik TW (2000)
p <- 2*apply(cbind(pt(abs(tW), df), 1-pt(abs(tW), df)), 1, min) ... vektor M=2000 p-hodnot (2000)
sila.emp <- sum(p < alpha) / M ... empirická síla (počet namírných H0 dělený počtem simulací M)
    
```

Příprava podkladů

delta <- mu1 - mu2 - mu0 ... minimální dekovatelna vzdálenost delta (číslo, délka=1)

lambda <-  $\frac{\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$  ... parametr necentrality lambda (číslo, délka=1)

xfit <- seq(...) ... pole prvků od -10 do 10 s délkou minimální 1000

yfit <- dt(...) ... hodnoty hustoty rozdělení k\_{n1+n2-2} nad pol. xfit

zfit <- dt(...) ... hodnoty hustoty rozdělení k\_{n1+n2-2} nad pol. xfit

Vykreslení grafu

par(...)  $\begin{matrix} \uparrow \\ \text{vy x a y se menějí} \\ \downarrow \end{matrix}$   $\begin{matrix} \uparrow \\ \text{histogram des. statistik TW} \end{matrix}$

axis(1, seq(-10, 10, by=2)) ... osa x bude rovny stejna od -10 do 10 po kroku 2

axis(2, ...) ... osa y

mtext(expression(...), ..., line=2.2) ... popis k 'bw'

mtext(bquote(paste(... mu[1] - mu[2] == .(mu1 - mu2)...), ..., line=3.3)

mtext(bquote(paste(... == .(round(sila, 6)...), ..., line=4.7)

lines(xfit, yfit, ...) ... křivka hustoty centr. Studentova rozdělení k\_{n1+n2-2} 

lines(...) ... křivka hustoty necentrálního Sb. rozdělení k\_{n1+n2-2, lambda} 

legend(...) ... legenda

automaticky se mění popis k n=..., mu1-mu2=...

automaticky se mění popis k 1-Beta1=...

- Vytvoříme animaci, která v rámcích má měnit se vzdálenosti mu1 - mu2 (při prvním mu1 a měnicím se mu2) ukáže změnu v polohu histogramu statistik TW a křivky hustoty k\_{n1+n2-2, lambda} vzhledem ke křivce hustoty k\_{n1+n2-2}, a to pro (a)  $X_1 \sim N(4, 2^2)$ ,  $X_2 \sim N(2.5, 2^2)$ ,  $n_1 = n_2 = 50$  ;  
 (b)  $X_1 \sim pN(4, 2^2) + (1-p)N(4, 6^2)$ ,  $p = 0.9$ ,  $X_2 \sim N(2.5, 2^2)$ ,  $n_1 = n_2 = 50$ .

mu2 <- seq(...) ... pole od 6 do 2 po kroku -0.5 (by=-0.5)

for(...) {

par(...)  $\square \square$

rozdeleni Tw2(mu0=0, mu1=4, mu2=mu2[i], ...) ... graf pro (a)

rozdeleni Tw2(mu0=0, mu1=4, mu2=mu2[i], sigma12=6, ...) ... graf pro (b; omís)

}

V tomto příkladě máme porovnat pět pokrytí čtyř typů DIS pro rozdíl  $\mu_1 - \mu_2$  dvou máhodných výběrů  $X_1$  a  $X_2$ . A skuteční pět pokrytí 1- $\hat{\alpha}$  počítáme jako počet situací, kdy  $H_0$  nevzamítáme ku celkovému počtu simulací  $M=2000$ . Rozhodnutí  $\alpha$   $H_0$  stanovíme na základě kritického oboru. Tento postup je vhodný pro všechny 4 typy DIS. K vypočítání pět pokrytí nám tedy stačí znát pouze historických statistik a jejich rozdělení.

(1) Klasický dvouvýběrový t-test:

$$T_W = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_D} \stackrel{H_0}{\sim} t_{df}, \quad df = n_1 + n_2 - 2, \quad S_D^2 = \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} S^2$$

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

(2) Dvouvýběrový t-test s Welchovou aproximací stupně volnosti:

$$T_W = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_D} \stackrel{H_0}{\sim} t_{df}, \quad df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}, \quad S_D^2 = \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2$$

(3) Věrohodnostní test za předp., že  $\sigma_1^2$  a  $\sigma_2^2$  jsou rovné a shodné:

$$U_{LR} = n \ln \left(1 + \frac{T_W^2}{n-2}\right) \stackrel{H_0}{\sim} \chi_1^2, \quad n = n_1 + n_2$$

(4) Věrohodnostní test za předp., že  $\sigma_1^2$  a  $\sigma_2^2$  jsou rovné a různé:

$$U_{LR} = 2 \cdot \underbrace{\frac{n_1 n_2 (\bar{X}_2 - \bar{X}_1)^2}{2(n_1 + \gamma n_2)^2} \left( \frac{\gamma^2 n_2}{\hat{\sigma}_1^2} + \frac{n_1}{\hat{\sigma}_2^2} \right)}_{-\ln(\lambda(x_1, x_2))} \stackrel{H_0}{\sim} \chi_1^2, \quad \gamma = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2}$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2$$

$$\begin{aligned} \text{A skuteční pět. pokrytí } 1 - \hat{\alpha} &= \frac{\sum_{m=1}^M \mathbf{I}(|t_{w_1}| < t_{df})}{M} && \text{pro (1), (2)} \\ &= \frac{\sum_{m=1}^M \mathbf{I}(U_{LR} < \chi_1^2)}{M} && \text{pro (3), (4)} \end{aligned}$$

1. Vytvoříme funkci `Pokryti2Vybery()`, která pro zadání hodnoty parametrů vrátí vektor čtyř pět pokrytí (1 pět x 4 situace). Funkci si rovnou přepíšeme tak, aby uměla spočítat pět pokrytí i za předpokladu, že  $X_1$ , resp.  $X_2$  budou pocházet ze smíšeného rozdělení. Vstupními parametry tedy budou  $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{22}, p_1, p_2, n_1, n_2, M$  a d.

`Pokryti2Vybery` ← function( $\mu_0, \mu_1 = 2.0, \mu_2 = \mu_1, \sigma_{11} = \dots, \sigma_{12} = \sigma_{11}, \sigma_{21} = \dots, \sigma_{22} = \sigma_{21}, p_1 = \dots, p_2 = \dots, n_1 = \dots, n_2 = n_1, M = \dots, \alpha = \dots$ ) {

$X_1 \leftarrow \text{matrix}(\dots)$  ... příprava předné matice pro  $M=2000$  máhodných výběrů  $X_1$

$X_2 \leftarrow \text{matrix}(\dots)$  -||- -||- -||-  $X_2$

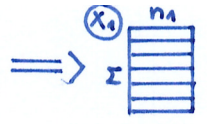
for(i in 1:M){

bin1 ← rbinom( $n_1, 1, p_1$ )

bin2 ← ...

```

X1[i, ][bin1==1] <- rnorm(sum(bin1==1), mu1, sigma1)
X1[i, ][bin1==0] <- rnorm(sum(bin1==0), mu1, sigma1)
X2[i, ][bin2==1] <- rnorm(sum(bin2==1), mu2, sigma2)
X2[i, ][bin2==0] <- rnorm(sum(bin2==0), mu2, sigma2)
    
```



```

m1 <- apply(X1, MARGIN=2, FUN=rnorm, MEAN=mu1, SD=sigma1)
m2 <- apply(X2, MARGIN=2, FUN=rnorm, MEAN=mu2, SD=sigma2)
S1 <- apply(m1, MARGIN=2, FUN=var)
S2 <- apply(m2, MARGIN=2, FUN=var)
    
```

```

S <- sqrt(((n1-1)*S1 + (n2-1)*S2) / (n1+n2-2))
SD <- sqrt((n1+n2) / (n1*n2) * S^2)
    
```

```

tW.Wald <- (x1_bar - x2_bar - mu0) / SD
df.Wald <- n1 + n2 - 2
pokryti.Wald <- sum(abs(tW.Wald) < qt(1-alpha/2, df.Wald)) / M
    
```

```

SD <- sqrt(S1^2/n1 + S2^2/n2)
tW.Welch <- (x1_bar - x2_bar - mu0) / SD
    
```

```

df.Welch <- ((S1^2/n1 + S2^2/n2) / ((S1^2/n1)^2 + (S2^2/n2)^2)) * (n1+n2-2)
pokryti.Welch <- sum(abs(tW.Welch) < qt(1-alpha/2, df.Welch)) / M
    
```

```

n <- n1 + n2
ULR.SR <- n * log(1 + TW^2 / (n-2))
pokryti.ULR.SR <- sum(ULR.SR < chi2(1-alpha, n-2)) / M
    
```

```

S1 <- sqrt((n1-1) * S1^2)
S2 <- sqrt((n2-1) * S2^2)
g <- S1^2 / S2^2
ULR.RR <- 2 * (n1 * n2 * (x2_bar - x1_bar)^2) / (2 * (n1 + g * n2)^2) * (g^2 * n2 / S1^2 + n1 / S2^2)
pokryti.ULR.RR <- sum(ULR.RR < chi2(1-alpha, n)) / M
    
```

```

return(c(pokryti.Wald, pokryti.Welch, pokryti.ULR.SR, pokryti.ULR.RR))
    
```

2. Pomocí fce Pokryti2Vybery() vypočítáme pod pokrytí pro volby parametrů (a) - (d) a pro rozsahy máh. výběrů (i) - (iii) a vytvoříme finální souhrnnou tabulku výsledků.

```

p.a5 <- Pokryti2Vybery(mu0=0, sigma1=9, n1=5)
p.a50 <- Pokryti2Vybery(mu0=0, sigma1=9, n1=50)
p.a100 <- Pokryti2Vybery(mu0=0, sigma1=9, n1=100)
    
```

p.d100 ← Pokryti 2 Vybery ( $\mu_0=0$ ,  $\sigma_1=12$ ,  $\sigma_2=18$ ,  $\sigma_3=22$ ,  $n=100$ )

pst.pokryti ← rbind(p.a5, p.a50, p.a100, p.b5, p.b50, p.b100, p.c5, p.c50, p.c100, p.d5, p.d50, p.d100) ... tabulka psti pokryti (12 x 4)

tab ← data.frame(mu1 = rep(20,12), mu2 = -11, sigma11 = ..., sigma12 = ..., sigma21 = c(rep(NA,6), rep(18,6)), sigma22 = ..., n1 = rep(c(5, 50, 100), 4), n2 = -11-

pst.pokryti) ... finalni souhrnna tabulka vzajemnych psti pokryti typu DIS(1)-(4) pri zadanych sadach parametru (a)-(d) pro rozsahy nah. ruznosti (i)-(iii).

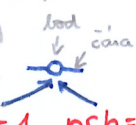
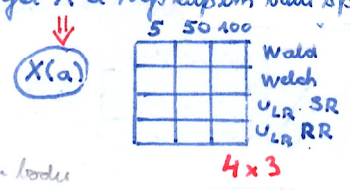
3. Vykroime funkci PokrytiPlot(), jejimz vstupem bude matice psti pokryti X a vyps kuzem bude spojity diagram.

PokrytiPlot(X, position = 'bottomright')

par(...), plot(X[1, ], type = 'o', xlim = c(0.5, 3.5), pch = 21, col = ..., bg = ..., ylim = c(min(x), 1), axes = F, ...)

box(...), axis(1, 1:3, labels = c(5, 50, 100)), axis(2, ...)

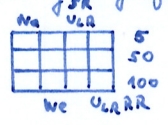
mtext(...), lines(X[2, ], type = 'o', pch = 21, col = ..., bg = ...), lines(X[3, ], ...), lines(...), abline(...), legend(position, lty = 1, pch = 21, col = c(...), pt.bg = c(...), legend = c(...), bty = 'n')



}

4. Pomoci fee PokrytiPlot() vykreslime postupne vřechny 4 grafy pro sady parametru (a), (b), (c), (d):

Xa ← rbind(p.a5, p.a50, p.a100) →



Xa ← t(Xa) →



PokrytiPlot(Xa) ... spojity diagram pro (a)
PokrytiPlot(t(rbind(p.b5, p.b50, p.b100))) ... spojity diagram pro (b)
PokrytiPlot(-11-) ... spojity diagram pro (c)
PokrytiPlot(-11-) ... -11- pro (d)

V rámci tohoto příkladu si vyzkoušíme aplikaci klasického dvouvýběrového  $t$ -testu,  $t$ -testu s Welchovou aproximací, <sup>(1)</sup> <sup>(2)</sup> <sup>(3)</sup> <sup>(4)</sup> <sup>(5)</sup> <sup>(6)</sup> <sup>(7)</sup> <sup>(8)</sup> <sup>(9)</sup> <sup>(10)</sup> <sup>(11)</sup> <sup>(12)</sup> <sup>(13)</sup> <sup>(14)</sup> <sup>(15)</sup> <sup>(16)</sup> <sup>(17)</sup> <sup>(18)</sup> <sup>(19)</sup> <sup>(20)</sup> <sup>(21)</sup> <sup>(22)</sup> <sup>(23)</sup> <sup>(24)</sup> <sup>(25)</sup> <sup>(26)</sup> <sup>(27)</sup> <sup>(28)</sup> <sup>(29)</sup> <sup>(30)</sup> <sup>(31)</sup> <sup>(32)</sup> <sup>(33)</sup> <sup>(34)</sup> <sup>(35)</sup> <sup>(36)</sup> <sup>(37)</sup> <sup>(38)</sup> <sup>(39)</sup> <sup>(40)</sup> <sup>(41)</sup> <sup>(42)</sup> <sup>(43)</sup> <sup>(44)</sup> <sup>(45)</sup> <sup>(46)</sup> <sup>(47)</sup> <sup>(48)</sup> <sup>(49)</sup> <sup>(50)</sup> <sup>(51)</sup> <sup>(52)</sup> <sup>(53)</sup> <sup>(54)</sup> <sup>(55)</sup> <sup>(56)</sup> <sup>(57)</sup> <sup>(58)</sup> <sup>(59)</sup> <sup>(60)</sup> <sup>(61)</sup> <sup>(62)</sup> <sup>(63)</sup> <sup>(64)</sup> <sup>(65)</sup> <sup>(66)</sup> <sup>(67)</sup> <sup>(68)</sup> <sup>(69)</sup> <sup>(70)</sup> <sup>(71)</sup> <sup>(72)</sup> <sup>(73)</sup> <sup>(74)</sup> <sup>(75)</sup> <sup>(76)</sup> <sup>(77)</sup> <sup>(78)</sup> <sup>(79)</sup> <sup>(80)</sup> <sup>(81)</sup> <sup>(82)</sup> <sup>(83)</sup> <sup>(84)</sup> <sup>(85)</sup> <sup>(86)</sup> <sup>(87)</sup> <sup>(88)</sup> <sup>(89)</sup> <sup>(90)</sup> <sup>(91)</sup> <sup>(92)</sup> <sup>(93)</sup> <sup>(94)</sup> <sup>(95)</sup> <sup>(96)</sup> <sup>(97)</sup> <sup>(98)</sup> <sup>(99)</sup> <sup>(100)</sup> <sup>(101)</sup> <sup>(102)</sup> <sup>(103)</sup> <sup>(104)</sup> <sup>(105)</sup> <sup>(106)</sup> <sup>(107)</sup> <sup>(108)</sup> <sup>(109)</sup> <sup>(110)</sup> <sup>(111)</sup> <sup>(112)</sup> <sup>(113)</sup> <sup>(114)</sup> <sup>(115)</sup> <sup>(116)</sup> <sup>(117)</sup> <sup>(118)</sup> <sup>(119)</sup> <sup>(120)</sup> <sup>(121)</sup> <sup>(122)</sup> <sup>(123)</sup> <sup>(124)</sup> <sup>(125)</sup> <sup>(126)</sup> <sup>(127)</sup> <sup>(128)</sup> <sup>(129)</sup> <sup>(130)</sup> <sup>(131)</sup> <sup>(132)</sup> <sup>(133)</sup> <sup>(134)</sup> <sup>(135)</sup> <sup>(136)</sup> <sup>(137)</sup> <sup>(138)</sup> <sup>(139)</sup> <sup>(140)</sup> <sup>(141)</sup> <sup>(142)</sup> <sup>(143)</sup> <sup>(144)</sup> <sup>(145)</sup> <sup>(146)</sup> <sup>(147)</sup> <sup>(148)</sup> <sup>(149)</sup> <sup>(150)</sup> <sup>(151)</sup> <sup>(152)</sup> <sup>(153)</sup> <sup>(154)</sup> <sup>(155)</sup> <sup>(156)</sup> <sup>(157)</sup> <sup>(158)</sup> <sup>(159)</sup> <sup>(160)</sup> <sup>(161)</sup> <sup>(162)</sup> <sup>(163)</sup> <sup>(164)</sup> <sup>(165)</sup> <sup>(166)</sup> <sup>(167)</sup> <sup>(168)</sup> <sup>(169)</sup> <sup>(170)</sup> <sup>(171)</sup> <sup>(172)</sup> <sup>(173)</sup> <sup>(174)</sup> <sup>(175)</sup> <sup>(176)</sup> <sup>(177)</sup> <sup>(178)</sup> <sup>(179)</sup> <sup>(180)</sup> <sup>(181)</sup> <sup>(182)</sup> <sup>(183)</sup> <sup>(184)</sup> <sup>(185)</sup> <sup>(186)</sup> <sup>(187)</sup> <sup>(188)</sup> <sup>(189)</sup> <sup>(190)</sup> <sup>(191)</sup> <sup>(192)</sup> <sup>(193)</sup> <sup>(194)</sup> <sup>(195)</sup> <sup>(196)</sup> <sup>(197)</sup> <sup>(198)</sup> <sup>(199)</sup> <sup>(200)</sup> <sup>(201)</sup> <sup>(202)</sup> <sup>(203)</sup> <sup>(204)</sup> <sup>(205)</sup> <sup>(206)</sup> <sup>(207)</sup> <sup>(208)</sup> <sup>(209)</sup> <sup>(210)</sup> <sup>(211)</sup> <sup>(212)</sup> <sup>(213)</sup> <sup>(214)</sup> <sup>(215)</sup> <sup>(216)</sup> <sup>(217)</sup> <sup>(218)</sup> <sup>(219)</sup> <sup>(220)</sup> <sup>(221)</sup> <sup>(222)</sup> <sup>(223)</sup> <sup>(224)</sup> <sup>(225)</sup> <sup>(226)</sup> <sup>(227)</sup> <sup>(228)</sup> <sup>(229)</sup> <sup>(230)</sup> <sup>(231)</sup> <sup>(232)</sup> <sup>(233)</sup> <sup>(234)</sup> <sup>(235)</sup> <sup>(236)</sup> <sup>(237)</sup> <sup>(238)</sup> <sup>(239)</sup> <sup>(240)</sup> <sup>(241)</sup> <sup>(242)</sup> <sup>(243)</sup> <sup>(244)</sup> <sup>(245)</sup> <sup>(246)</sup> <sup>(247)</sup> <sup>(248)</sup> <sup>(249)</sup> <sup>(250)</sup> <sup>(251)</sup> <sup>(252)</sup> <sup>(253)</sup> <sup>(254)</sup> <sup>(255)</sup> <sup>(256)</sup> <sup>(257)</sup> <sup>(258)</sup> <sup>(259)</sup> <sup>(260)</sup> <sup>(261)</sup> <sup>(262)</sup> <sup>(263)</sup> <sup>(264)</sup> <sup>(265)</sup> <sup>(266)</sup> <sup>(267)</sup> <sup>(268)</sup> <sup>(269)</sup> <sup>(270)</sup> <sup>(271)</sup> <sup>(272)</sup> <sup>(273)</sup> <sup>(274)</sup> <sup>(275)</sup> <sup>(276)</sup> <sup>(277)</sup> <sup>(278)</sup> <sup>(279)</sup> <sup>(280)</sup> <sup>(281)</sup> <sup>(282)</sup> <sup>(283)</sup> <sup>(284)</sup> <sup>(285)</sup> <sup>(286)</sup> <sup>(287)</sup> <sup>(288)</sup> <sup>(289)</sup> <sup>(290)</sup> <sup>(291)</sup> <sup>(292)</sup> <sup>(293)</sup> <sup>(294)</sup> <sup>(295)</sup> <sup>(296)</sup> <sup>(297)</sup> <sup>(298)</sup> <sup>(299)</sup> <sup>(300)</sup> <sup>(301)</sup> <sup>(302)</sup> <sup>(303)</sup> <sup>(304)</sup> <sup>(305)</sup> <sup>(306)</sup> <sup>(307)</sup> <sup>(308)</sup> <sup>(309)</sup> <sup>(310)</sup> <sup>(311)</sup> <sup>(312)</sup> <sup>(313)</sup> <sup>(314)</sup> <sup>(315)</sup> <sup>(316)</sup> <sup>(317)</sup> <sup>(318)</sup> <sup>(319)</sup> <sup>(320)</sup> <sup>(321)</sup> <sup>(322)</sup> <sup>(323)</sup> <sup>(324)</sup> <sup>(325)</sup> <sup>(326)</sup> <sup>(327)</sup> <sup>(328)</sup> <sup>(329)</sup> <sup>(330)</sup> <sup>(331)</sup> <sup>(332)</sup> <sup>(333)</sup> <sup>(334)</sup> <sup>(335)</sup> <sup>(336)</sup> <sup>(337)</sup> <sup>(338)</sup> <sup>(339)</sup> <sup>(340)</sup> <sup>(341)</sup> <sup>(342)</sup> <sup>(343)</sup> <sup>(344)</sup> <sup>(345)</sup> <sup>(346)</sup> <sup>(347)</sup> <sup>(348)</sup> <sup>(349)</sup> <sup>(350)</sup> <sup>(351)</sup> <sup>(352)</sup> <sup>(353)</sup> <sup>(354)</sup> <sup>(355)</sup> <sup>(356)</sup> <sup>(357)</sup> <sup>(358)</sup> <sup>(359)</sup> <sup>(360)</sup> <sup>(361)</sup> <sup>(362)</sup> <sup>(363)</sup> <sup>(364)</sup> <sup>(365)</sup> <sup>(366)</sup> <sup>(367)</sup> <sup>(368)</sup> <sup>(369)</sup> <sup>(370)</sup> <sup>(371)</sup> <sup>(372)</sup> <sup>(373)</sup> <sup>(374)</sup> <sup>(375)</sup> <sup>(376)</sup> <sup>(377)</sup> <sup>(378)</sup> <sup>(379)</sup> <sup>(380)</sup> <sup>(381)</sup> <sup>(382)</sup> <sup>(383)</sup> <sup>(384)</sup> <sup>(385)</sup> <sup>(386)</sup> <sup>(387)</sup> <sup>(388)</sup> <sup>(389)</sup> <sup>(390)</sup> <sup>(391)</sup> <sup>(392)</sup> <sup>(393)</sup> <sup>(394)</sup> <sup>(395)</sup> <sup>(396)</sup> <sup>(397)</sup> <sup>(398)</sup> <sup>(399)</sup> <sup>(400)</sup> <sup>(401)</sup> <sup>(402)</sup> <sup>(403)</sup> <sup>(404)</sup> <sup>(405)</sup> <sup>(406)</sup> <sup>(407)</sup> <sup>(408)</sup> <sup>(409)</sup> <sup>(410)</sup> <sup>(411)</sup> <sup>(412)</sup> <sup>(413)</sup> <sup>(414)</sup> <sup>(415)</sup> <sup>(416)</sup> <sup>(417)</sup> <sup>(418)</sup> <sup>(419)</sup> <sup>(420)</sup> <sup>(421)</sup> <sup>(422)</sup> <sup>(423)</sup> <sup>(424)</sup> <sup>(425)</sup> <sup>(426)</sup> <sup>(427)</sup> <sup>(428)</sup> <sup>(429)</sup> <sup>(430)</sup> <sup>(431)</sup> <sup>(432)</sup> <sup>(433)</sup> <sup>(434)</sup> <sup>(435)</sup> <sup>(436)</sup> <sup>(437)</sup> <sup>(438)</sup> <sup>(439)</sup> <sup>(440)</sup> <sup>(441)</sup> <sup>(442)</sup> <sup>(443)</sup> <sup>(444)</sup> <sup>(445)</sup> <sup>(446)</sup> <sup>(447)</sup> <sup>(448)</sup> <sup>(449)</sup> <sup>(450)</sup> <sup>(451)</sup> <sup>(452)</sup> <sup>(453)</sup> <sup>(454)</sup> <sup>(455)</sup> <sup>(456)</sup> <sup>(457)</sup> <sup>(458)</sup> <sup>(459)</sup> <sup>(460)</sup> <sup>(461)</sup> <sup>(462)</sup> <sup>(463)</sup> <sup>(464)</sup> <sup>(465)</sup> <sup>(466)</sup> <sup>(467)</sup> <sup>(468)</sup> <sup>(469)</sup> <sup>(470)</sup> <sup>(471)</sup> <sup>(472)</sup> <sup>(473)</sup> <sup>(474)</sup> <sup>(475)</sup> <sup>(476)</sup> <sup>(477)</sup> <sup>(478)</sup> <sup>(479)</sup> <sup>(480)</sup> <sup>(481)</sup> <sup>(482)</sup> <sup>(483)</sup> <sup>(484)</sup> <sup>(485)</sup> <sup>(486)</sup> <sup>(487)</sup> <sup>(488)</sup> <sup>(489)</sup> <sup>(490)</sup> <sup>(491)</sup> <sup>(492)</sup> <sup>(493)</sup> <sup>(494)</sup> <sup>(495)</sup> <sup>(496)</sup> <sup>(497)</sup> <sup>(498)</sup> <sup>(499)</sup> <sup>(500)</sup> <sup>(501)</sup> <sup>(502)</sup> <sup>(503)</sup> <sup>(504)</sup> <sup>(505)</sup> <sup>(506)</sup> <sup>(507)</sup> <sup>(508)</sup> <sup>(509)</sup> <sup>(510)</sup> <sup>(511)</sup> <sup>(512)</sup> <sup>(513)</sup> <sup>(514)</sup> <sup>(515)</sup> <sup>(516)</sup> <sup>(517)</sup> <sup>(518)</sup> <sup>(519)</sup> <sup>(520)</sup> <sup>(521)</sup> <sup>(522)</sup> <sup>(523)</sup> <sup>(524)</sup> <sup>(525)</sup> <sup>(526)</sup> <sup>(527)</sup> <sup>(528)</sup> <sup>(529)</sup> <sup>(530)</sup> <sup>(531)</sup> <sup>(532)</sup> <sup>(533)</sup> <sup>(534)</sup> <sup>(535)</sup> <sup>(536)</sup> <sup>(537)</sup> <sup>(538)</sup> <sup>(539)</sup> <sup>(540)</sup> <sup>(541)</sup> <sup>(542)</sup> <sup>(543)</sup> <sup>(544)</sup> <sup>(545)</sup> <sup>(546)</sup> <sup>(547)</sup> <sup>(548)</sup> <sup>(549)</sup> <sup>(550)</sup> <sup>(551)</sup> <sup>(552)</sup> <sup>(553)</sup> <sup>(554)</sup> <sup>(555)</sup> <sup>(556)</sup> <sup>(557)</sup> <sup>(558)</sup> <sup>(559)</sup> <sup>(560)</sup> <sup>(561)</sup> <sup>(562)</sup> <sup>(563)</sup> <sup>(564)</sup> <sup>(565)</sup> <sup>(566)</sup> <sup>(567)</sup> <sup>(568)</sup> <sup>(569)</sup> <sup>(570)</sup> <sup>(571)</sup> <sup>(572)</sup> <sup>(573)</sup> <sup>(574)</sup> <sup>(575)</sup> <sup>(576)</sup> <sup>(577)</sup> <sup>(578)</sup> <sup>(579)</sup> <sup>(580)</sup> <sup>(581)</sup> <sup>(582)</sup> <sup>(583)</sup> <sup>(584)</sup> <sup>(585)</sup> <sup>(586)</sup> <sup>(587)</sup> <sup>(588)</sup> <sup>(589)</sup> <sup>(590)</sup> <sup>(591)</sup> <sup>(592)</sup> <sup>(593)</sup> <sup>(594)</sup> <sup>(595)</sup> <sup>(596)</sup> <sup>(597)</sup> <sup>(598)</sup> <sup>(599)</sup> <sup>(600)</sup> <sup>(601)</sup> <sup>(602)</sup> <sup>(603)</sup> <sup>(604)</sup> <sup>(605)</sup> <sup>(606)</sup> <sup>(607)</sup> <sup>(608)</sup> <sup>(609)</sup> <sup>(610)</sup> <sup>(611)</sup> <sup>(612)</sup> <sup>(613)</sup> <sup>(614)</sup> <sup>(615)</sup> <sup>(616)</sup> <sup>(617)</sup> <sup>(618)</sup> <sup>(619)</sup> <sup>(620)</sup> <sup>(621)</sup> <sup>(622)</sup> <sup>(623)</sup> <sup>(624)</sup> <sup>(625)</sup> <sup>(626)</sup> <sup>(627)</sup> <sup>(628)</sup> <sup>(629)</sup> <sup>(630)</sup> <sup>(631)</sup> <sup>(632)</sup> <sup>(633)</sup> <sup>(634)</sup> <sup>(635)</sup> <sup>(636)</sup> <sup>(637)</sup> <sup>(638)</sup> <sup>(639)</sup> <sup>(640)</sup> <sup>(641)</sup> <sup>(642)</sup> <sup>(643)</sup> <sup>(644)</sup> <sup>(645)</sup> <sup>(646)</sup> <sup>(647)</sup> <sup>(648)</sup> <sup>(649)</sup> <sup>(650)</sup> <sup>(651)</sup> <sup>(652)</sup> <sup>(653)</sup> <sup>(654)</sup> <sup>(655)</sup> <sup>(656)</sup> <sup>(657)</sup> <sup>(658)</sup> <sup>(659)</sup> <sup>(660)</sup> <sup>(661)</sup> <sup>(662)</sup> <sup>(663)</sup> <sup>(664)</sup> <sup>(665)</sup> <sup>(666)</sup> <sup>(667)</sup> <sup>(668)</sup> <sup>(669)</sup> <sup>(670)</sup> <sup>(671)</sup> <sup>(672)</sup> <sup>(673)</sup> <sup>(674)</sup> <sup>(675)</sup> <sup>(676)</sup> <sup>(677)</sup> <sup>(678)</sup> <sup>(679)</sup> <sup>(680)</sup> <sup>(681)</sup> <sup>(682)</sup> <sup>(683)</sup> <sup>(684)</sup> <sup>(685)</sup> <sup>(686)</sup> <sup>(687)</sup> <sup>(688)</sup> <sup>(689)</sup> <sup>(690)</sup> <sup>(691)</sup> <sup>(692)</sup> <sup>(693)</sup> <sup>(694)</sup> <sup>(695)</sup> <sup>(696)</sup> <sup>(697)</sup> <sup>(698)</sup> <sup>(699)</sup> <sup>(700)</sup> <sup>(701)</sup> <sup>(702)</sup> <sup>(703)</sup> <sup>(704)</sup> <sup>(705)</sup> <sup>(706)</sup> <sup>(707)</sup> <sup>(708)</sup> <sup>(709)</sup> <sup>(710)</sup> <sup>(711)</sup> <sup>(712)</sup> <sup>(713)</sup> <sup>(714)</sup> <sup>(715)</sup> <sup>(716)</sup> <sup>(717)</sup> <sup>(718)</sup> <sup>(719)</sup> <sup>(720)</sup> <sup>(721)</sup> <sup>(722)</sup> <sup>(723)</sup> <sup>(724)</sup> <sup>(725)</sup> <sup>(726)</sup> <sup>(727)</sup> <sup>(728)</sup> <sup>(729)</sup> <sup>(730)</sup> <sup>(731)</sup> <sup>(732)</sup> <sup>(733)</sup> <sup>(734)</sup> <sup>(735)</sup> <sup>(736)</sup> <sup>(737)</sup> <sup>(738)</sup> <sup>(739)</sup> <sup>(740)</sup> <sup>(741)</sup> <sup>(742)</sup> <sup>(743)</sup> <sup>(744)</sup> <sup>(745)</sup> <sup>(746)</sup> <sup>(747)</sup> <sup>(748)</sup> <sup>(749)</sup> <sup>(750)</sup> <sup>(751)</sup> <sup>(752)</sup> <sup>(753)</sup> <sup>(754)</sup> <sup>(755)</sup> <sup>(756)</sup> <sup>(757)</sup> <sup>(758)</sup> <sup>(759)</sup> <sup>(760)</sup> <sup>(761)</sup> <sup>(762)</sup> <sup>(763)</sup> <sup>(764)</sup> <sup>(765)</sup> <sup>(766)</sup> <sup>(767)</sup> <sup>(768)</sup> <sup>(769)</sup> <sup>(770)</sup> <sup>(771)</sup> <sup>(772)</sup> <sup>(773)</sup> <sup>(774)</sup> <sup>(775)</sup> <sup>(776)</sup> <sup>(777)</sup> <sup>(778)</sup> <sup>(779)</sup> <sup>(780)</sup> <sup>(781)</sup> <sup>(782)</sup> <sup>(783)</sup> <sup>(784)</sup> <sup>(785)</sup> <sup>(786)</sup> <sup>(787)</sup> <sup>(788)</sup> <sup>(789)</sup> <sup>(790)</sup> <sup>(791)</sup> <sup>(792)</sup> <sup>(793)</sup> <sup>(794)</sup> <sup>(795)</sup> <sup>(796)</sup> <sup>(797)</sup> <sup>(798)</sup> <sup>(799)</sup> <sup>(800)</sup> <sup>(801)</sup> <sup>(802)</sup> <sup>(803)</sup> <sup>(804)</sup> <sup>(805)</sup> <sup>(806)</sup> <sup>(807)</sup> <sup>(808)</sup> <sup>(809)</sup> <sup>(810)</sup> <sup>(811)</sup> <sup>(812)</sup> <sup>(813)</sup> <sup>(814)</sup> <sup>(815)</sup> <sup>(816)</sup> <sup>(817)</sup> <sup>(818)</sup> <sup>(819)</sup> <sup>(820)</sup> <sup>(821)</sup> <sup>(822)</sup> <sup>(823)</sup> <sup>(824)</sup> <sup>(825)</sup> <sup>(826)</sup> <sup>(827)</sup> <sup>(828)</sup> <sup>(829)</sup> <sup>(830)</sup> <sup>(831)</sup> <sup>(832)</sup> <sup>(833)</sup> <sup>(834)</sup> <sup>(835)</sup> <sup>(836)</sup> <sup>(837)</sup> <sup>(838)</sup> <sup>(839)</sup> <sup>(840)</sup> <sup>(841)</sup> <sup>(842)</sup> <sup>(843)</sup> <sup>(844)</sup> <sup>(845)</sup> <sup>(846)</sup> <sup>(847)</sup> <sup>(848)</sup> <sup>(849)</sup> <sup>(850)</sup> <sup>(851)</sup> <sup>(852)</sup> <sup>(853)</sup> <sup>(854)</sup> <sup>(855)</sup> <sup>(856)</sup> <sup>(857)</sup> <sup>(858)</sup> <sup>(859)</sup> <sup>(860)</sup> <sup>(861)</sup> <sup>(862)</sup> <sup>(863)</sup> <sup>(864)</sup> <sup>(865)</sup> <sup>(866)</sup> <sup>(867)</sup> <sup>(868)</sup> <sup>(869)</sup> <sup>(870)</sup> <sup>(871)</sup> <sup>(872)</sup> <sup>(873)</sup> <sup>(874)</sup> <sup>(875)</sup> <sup>(876)</sup> <sup>(877)</sup> <sup>(878)</sup> <sup>(879)</sup> <sup>(880)</sup> <sup>(881)</sup> <sup>(882)</sup> <sup>(883)</sup> <sup>(884)</sup> <sup>(885)</sup> <sup>(886)</sup> <sup>(887)</sup> <sup>(888)</sup> <sup>(889)</sup> <sup>(890)</sup> <sup>(891)</sup> <sup>(892)</sup> <sup>(893)</sup> <sup>(894)</sup> <sup>(895)</sup> <sup>(896)</sup> <sup>(897)</sup> <sup>(898)</sup> <sup>(899)</sup> <sup>(900)</sup> <sup>(901)</sup> <sup>(902)</sup> <sup>(903)</sup> <sup>(904)</sup> <sup>(905)</sup> <sup>(906)</sup> <sup>(907)</sup> <sup>(908)</sup> <sup>(909)</sup> <sup>(910)</sup> <sup>(911)</sup> <sup>(912)</sup> <sup>(913)</sup> <sup>(914)</sup> <sup>(915)</sup> <sup>(916)</sup> <sup>(917)</sup> <sup>(918)</sup> <sup>(919)</sup> <sup>(920)</sup> <sup>(921)</sup> <sup>(922)</sup> <sup>(923)</sup> <sup>(924)</sup> <sup>(925)</sup> <sup>(926)</sup> <sup>(927)</sup> <sup>(928)</sup> <sup>(929)</sup> <sup>(930)</sup> <sup>(931)</sup> <sup>(932)</sup> <sup>(933)</sup> <sup>(934)</sup> <sup>(935)</sup> <sup>(936)</sup> <sup>(937)</sup> <sup>(938)</sup> <sup>(939)</sup> <sup>(940)</sup> <sup>(941)</sup> <sup>(942)</sup> <sup>(943)</sup> <sup>(944)</sup> <sup>(945)</sup> <sup>(946)</sup> <sup>(947)</sup> <sup>(948)</sup> <sup>(949)</sup> <sup>(950)</sup> <sup>(951)</sup> <sup>(952)</sup> <sup>(953)</sup> <sup>(954)</sup> <sup>(955)</sup> <sup>(956)</sup> <sup>(957)</sup> <sup>(958)</sup> <sup>(959)</sup> <sup>(960)</sup> <sup>(961)</sup> <sup>(962)</sup> <sup>(963)</sup> <sup>(964)</sup> <sup>(965)</sup> <sup>(966)</sup> <sup>(967)</sup> <sup>(968)</sup> <sup>(969)</sup> <sup>(970)</sup> <sup>(971)</sup> <sup>(972)</sup> <sup>(973)</sup> <sup>(974)</sup> <sup>(975)</sup> <sup>(976)</sup> <sup>(977)</sup> <sup>(978)</sup> <sup>(979)</sup> <sup>(980)</sup> <sup>(981)</sup> <sup>(982)</sup> <sup>(983)</sup> <sup>(984)</sup> <sup>(985)</sup> <sup>(986)</sup> <sup>(987)</sup> <sup>(988)</sup> <sup>(989)</sup> <sup>(990)</sup> <sup>(991)</sup> <sup>(992)</sup> <sup>(993)</sup> <sup>(994)</sup> <sup>(995)</sup> <sup>(996)</sup> <sup>(997)</sup> <sup>(998)</sup> <sup>(999)</sup> <sup>(1000)</sup> <sup>(1001)</sup> <sup>(1002)</sup> <sup>(1003)</sup> <sup>(1004)</sup> <sup>(1005)</sup> <sup>(1006)</sup> <sup>(1007)</sup> <sup>(1008)</sup> <sup>(1009)</sup> <sup>(1010)</sup> <sup>(1011)</sup> <sup>(1012)</sup> <sup>(1013)</sup> <sup>(1014)</sup> <sup>(1015)</sup> <sup>(1016)</sup> <sup>(1017)</sup> <sup>(1018)</sup> <sup>(1019)</sup> <sup>(1020)</sup> <sup>(1021)</sup> <sup>(1022)</sup> <sup>(1023)</sup> <sup>(1024)</sup> <sup>(1025)</sup> <sup>(1026)</sup> <sup>(1027)</sup> <sup>(1028)</sup> <sup>(1029)</sup> <sup>(1030)</sup> <sup>(1031)</sup> <sup>(1032)</sup> <sup>(1033)</sup> <sup>(1034)</sup> <sup>(1035)</sup> <sup>(1036)</sup> <sup>(1037)</sup> <sup>(1038)</sup> <sup>(1039)</sup> <sup>(1040)</sup> <sup>(1041)</sup> <sup>(1042)</sup> <sup>(1043)</sup> <sup>(1044)</sup> <sup>(1045)</sup> <sup>(1046)</sup> <sup>(1047)</sup> <sup>(1048)</sup> <sup>(1049)</sup> <sup>(1050)</sup> <sup>(1051)</sup> <sup>(1052)</sup> <sup>(1053)</sup> <sup>(1054)</sup> <sup>(1055)</sup> <sup>(1056)</sup> <sup>(1057)</sup> <sup>(1058)</sup> <sup>(1059)</sup> <sup>(1060)</sup> <sup>(1061)</sup> <sup>(1062)</sup> <sup>(1063)</sup> <sup>(1064)</sup> <sup>(1065)</sup> <sup>(1066)</sup> <sup>(1067)</sup> <sup>(1068)</sup> <sup>(1069)</sup> <sup>(1070)</sup> <sup>(1071)</sup> <sup>(1072)</sup> <sup>(1073)</sup> <sup>(1074)</sup> <sup>(1075)</sup> <sup>(1076)</sup> <sup>(1077)</sup> <sup>(1078)</sup> <sup>(1079)</sup> <sup>(1080)</sup> <sup>(1081)</sup> <sup>(1082)</sup> <sup>(1083)</sup> <sup>(1084)</sup> <sup>(1085)</sup> <sup>(1086)</sup> <sup>(1087)</sup> <sup>(1088)</sup> <sup>(1089)</sup> <sup>(1090)</sup> <sup>(1091)</sup> <sup>(1092)</sup> <sup>(1093)</sup> <sup>(1094)</sup> <sup>(1095)</sup> <sup>(1096)</sup> <sup>(1097)</sup> <sup>(1098)</sup> <sup>(1099)</sup> <sup>(1100)</sup> <sup>(1101)</sup> <sup>(1102)</sup> <sup>(1103)</sup> <sup>(1104)</sup> <sup>(1105)</sup> <sup>(1106)</sup> <sup>(1107)</sup> <sup>(1108)</sup> <sup>(1109)</sup> <sup>(1110)</sup> <sup>(1111)</sup> <sup>(1112)</sup> <sup>(1113)</sup> <sup>(1114)</sup> <sup>(1115)</sup> <sup>(1116)</sup> <sup>(1117)</sup> <sup>(1118)</sup> <sup>(1119)</sup> <sup>(1120)</sup> <sup>(1121)</sup> <sup>(1122)</sup> <sup>(1123)</sup> <sup>(1124)</sup> <sup>(1125)</sup> <sup>(1126)</sup> <sup>(1127)</sup> <sup>(1128)</sup> <sup>(1129)</sup> <sup>(1130)</sup> <sup>(1131)</sup> <sup>(1132)</sup> <sup>(1133)</sup> <sup>(1134)</sup> <sup>(1135)</sup> <sup>(1136)</sup> <sup>(1137)</sup> <sup>(1138)</sup> <sup>(1139)</sup> <sup>(1140)</sup> <sup>(1141)</sup> <sup>(1142)</sup> <sup>(1143)</sup> <sup>(1144)</sup> <sup>(1145)</sup> <sup>(1146)</sup> <sup>(1147)</sup> <sup>(1148)</sup> <sup>(1149)</sup> <sup>(1150)</sup> <sup>(1151)</sup> <sup>(1152)</sup> <sup>(1153)</sup> <sup>(1154)</sup> <sup>(1155)</sup> <sup>(1156)</sup> <sup>(1157)</sup> <sup>(1158)</sup> <sup>(1159)</sup> <sup>(1160)</sup> <sup>(1161)</sup> <sup>(1162)</sup> <sup>(1163)</sup> <sup>(1164)</sup> <sup>(1165)</sup> <sup>(1166)</sup> <sup>(1167)</sup> <sup>(1168)</sup> <sup>(1169)</sup> <sup>(1170)</sup> <sup>(1171)</sup> <sup>(1172)</sup> <sup>(1173)</sup> <sup>(1174)</sup> <sup>(1175)</sup> <sup>(1176)</sup> <sup>(1177)</sup> <sup>(1178)</sup> <sup>(1179)</sup> <sup>(1180)</sup> <sup>(1181)</sup> <sup>(1182)</sup> <sup>(1183)</sup> <sup>(1184)</sup> <sup>(1185)</sup> <sup>(1186)</sup> <sup>(1187)</sup> <sup>(1188)</sup> <sup>(1189)</sup> <sup>(1190)</sup> <sup>(1191)</sup> <sup>(1192)</sup> <sup>(1193)</sup> <sup>(1194)</sup> <sup>(1195)</sup> <sup>(1196)</sup> <sup>(1197)</sup> <sup>(1198)</sup> <sup>(1199)</sup> <sup>(1200)</sup> <sup>(1201)</sup> <sup>(1202)</sup> <sup>(1203)</sup> <sup>(1204)</sup> <sup>(1205)</sup> <sup>(1206)</sup> <sup>(1207)</sup> <sup>(1208)</sup> <sup>(1209)</sup> <sup>(1210)</sup> <sup>(1211)</sup> <sup>(1212)</sup> <sup>(1213)</sup> <sup>(1214)</sup> <sup>(1215)</sup> <sup>(1216)</sup> <sup>(1217)</sup> <sup>(1218)</sup> <sup>(1219)</sup> <sup>(1220)</sup> <sup>(1221)</sup> <sup>(1222)</sup> <sup>(1223)</sup> <sup>(1224)</sup> <sup>(1225)</sup> <sup>(1226)</sup> <sup>(1227)</sup> <sup>(1228)</sup> <sup>(1229)</sup> <sup>(1230)</sup> <sup>(1231)</sup> <sup>(1232)</sup> <sup>(1233)</sup> <sup>(1234)</sup> <sup>(1235)</sup> <sup>(1236)</sup> <sup>(1237)</sup> <sup>(1238)</sup> <sup>(1239)</sup> <sup>(1240)</sup> <sup>(1241)</sup> <sup>(1242)</sup> <sup>(1243)</sup> <sup>(1244)</sup> <sup>(1245)</sup> <sup>(1246)</sup> <sup>(1247)</sup> <sup>(1248)</sup> <sup>(1249)</sup> <sup>(1250)</sup> <sup>(1251)</sup> <sup>(1252)</sup> <sup>(1253)</sup> <sup>(1254)</sup> <sup>(1255)</sup> <sup>(1256)</sup> <sup>(1257)</sup> <sup>(1258)</sup> <sup>(1259)</sup> <sup>(1260)</sup> <sup>(1261)</sup> <sup>(1262)</sup> <sup>(1263)</sup> <sup>(1264)</sup> <sup>(1265)</sup> <sup>(1266)</sup> <sup>(1267)</sup> <sup>(1268)</sup> <sup>(1269)</sup> <sup>(1270)</sup> <sup>(1271)</sup> <sup>(1272)</sup> <sup>(1273)</sup> <sup>(1274)</sup> <sup>(1275)</sup> <sup>(1276)</sup> <sup>(1277)</sup> <sup>(1278)</sup> <sup>(1279)</sup> <sup>(1280)</sup> <sup>(1281)</sup> <sup>(1282)</sup> <sup>(1283)</sup> <sup>(1284)</sup> <sup>(1285)</sup> <sup>(1286)</sup> <sup>(1287)</sup> <sup>(1288)</sup> <sup>(1289)</sup> <sup>(1290)</sup> <sup>(1291)</sup> <sup>(1292)</sup> <sup>(1293)</sup> <sup>(1294)</sup> <sup>(1295)</sup> <sup>(1296)</sup> <sup>(1297)</sup> <sup>(1298)</sup> <sup>(1299)</sup> <sup>(1300)</sup> <sup>(1301)</sup> <sup>(1302)</sup> <sup>(1303)</sup> <sup>(1304)</sup> <sup>(1305)</sup> <sup>(1306)</sup> <sup>(1307)</sup> <sup>(1308)</sup> <sup>(1309)</sup> <sup>(1310)</sup> <sup>(1311)</sup> <sup>(1312)</sup> <sup>(1313)</sup> <sup>(1314)</sup> <sup>(1315)</sup> <sup>(1316)</sup> <sup>(1317)</sup> <sup>(1318)</sup> <sup>(1319)</sup> <sup>(1320)</sup> <sup>(1321)</sup> <sup>(1322)</sup> <sup>(1323)</sup> <sup>(1324)</sup> <sup>(1325)</sup> <sup>(1326)</sup> <sup>(1327)</sup> <sup>(1328)</sup> <sup>(1329)</sup> <sup>(1330)</sup> <sup>(1331)</sup> <sup>(1332)</sup> <sup>(1333)</sup> <sup>(1334)</sup> <sup>(1335)</sup> <sup>(1336)</</sup>

# Testy o rozdílu středních hodnot $\mu_1 - \mu_2$

#H0:

#H1:

Příprava hodnot

- $\mu_0 \leftarrow \dots \mu_0$
- $\alpha \leftarrow \dots \alpha$
- $m_1 \leftarrow \text{mean}(\dots) \dots \bar{x}_1$
- $m_2 \leftarrow \dots \bar{x}_2$
- $s_1 \leftarrow \text{sd}(\dots) \dots s_1$
- $s_2 \leftarrow \dots s_2$
- $n_1 \leftarrow \text{length}(\dots) \dots n_1$
- $n_2 \leftarrow \dots n_2$

## klasický dvouvýběrový t-test

$$S \leftarrow \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

$$SD \leftarrow \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2}} S^2$$

KO

- $t_{W.Wald} \leftarrow \dots$  hodnota test. statistiky klasického dvouvýb. t-testu
- $df.Wald \leftarrow \dots$  počet stupňů volnosti - 11-
- $W.hh.Wald \dots$   $t_{df}(\alpha/2) \dots$  horní hranice krit. oboru - 11-
- $W.dh.Wald \dots$   $t_{df}(1-\alpha/2) \dots$  dolní hranice krit. oboru - 11-

IS

- # závěr:
- $dh.Wald \leftarrow \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{df}(1-\alpha/2) \cdot SD \dots$  dolní hranice IS
- $hh.Wald \leftarrow \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{df}(\alpha/2) \cdot SD \dots$  horní hranice IS

P

- # závěr:
- $p.Wald \leftarrow 2 \cdot \min(pt(\dots), 1-pt(\dots)) \dots$  p-hodnota

## dvouvýběrový t-test s Welchovou aproximací

$$s.D.Welch \leftarrow \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

KO

- $t_{W.Welch} \leftarrow \dots$  hodnota test. statistiky dvouvýb. t-testu s Welch. aproximací
- $df.Welch \leftarrow \dots$  počet stupňů volnosti - 11-
- $W.hh.Welch \leftarrow \dots$   $t_{df}(\alpha/2) \dots$  horní hranice krit. oboru
- $W.dh.Welch \leftarrow \dots$   $t_{df}(1-\alpha/2) \dots$  dolní hranice krit. oboru

IS

- # závěr:
- $dh.Welch \leftarrow \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{df}(1-\alpha/2) \cdot SD \dots$  dolní hranice IS
- $hh.Welch \leftarrow \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{df}(\alpha/2) \cdot SD \dots$  horní hranice IS

P

- # závěr:
- $p.Welch \leftarrow 2 \cdot \min(pt(\dots), 1-pt(\dots)) \dots$  p-hodnota

## Věrohodnostní test pro neznámé, ale shodné rozptyly

$$n \leftarrow n_1 + n_2$$

KO

$ULR.SR \leftarrow \dots$  hodnota test. stat.  $ULR$  když  $\sigma_1^2$  a  $\sigma_2^2$  jsou rovné a shodné

$W.dh.ULR.SR \leftarrow \dots$   $\chi_1^2(1-\alpha) \dots$  dolní hranice krit. oboru.

# závěr:

Hranice 95%. DIS opět chceme stanovit průmě. Použijeme tedy fci  $uniroot()$ , která bude hledat kořen rovnice  $ULR - \chi_1^2(1-\alpha) = 0$ . Nejprve tedy vytvoříme fci  $ULRchisq()$ , která pro dané vektory X a Y, hodnotu  $\mu_0$  a hl. významnosti  $\alpha$  vrátí hodnotu  $ULR - \chi_1^2(1-\alpha)$ . Funkci si rovnou připravíme tak, abychom ji mohli použít i pro hledání hranic věroh. DIS, když  $\sigma_1^2$  a  $\sigma_2^2$  jsou rovné (4).

Příprava fce ULRchisq() k výpočtu hranic věroh. DIS

ULRchisq ← function (mu0, X, Y, alpha = 0.05, equal = T) {

```

m1 ← mean(X) ... x̄₁
m2 ← ... x̄₂
s1 ← sd(X) ... s₁
s2 ← ... s₂
n1 ← length(X) ... n₁
n2 ← ... n₂
n ← n₁ + n₂ ... n
S1 ← √((n₁-1)S₁² / n₁) ... σ₁
S2 ← √((n₂-1)S₂² / n₂) ... σ₂
g ← (σ₁² / σ₂²) ... γ
S ← √((n₁-1)S₁² + (n₂-1)S₂² / (n₁+n₂-2)) ... S
SD.Wald ← ... SD
tW.Wald ← ... test. stat. klasického dvannýř. t-testu
                    použíjeme zde
if(equal == T) { uLR ← ... test. stat. uLR věroh. testu když σ₁² a σ₂² jsou rovné a shodné }
if(equal == F) { uLR ← ... test. stat. uLR věroh. testu když σ₁² a σ₂² jsou nerovné a různé }
uLR.chisq ← uLR - qchisq(...) ... hodnota uLR - χ²(1-α)
return(...)
}

```

dolní hranice IS

IS P KO IS P

```

dh.uLR.SR ← uniroot(ULRchisq, c(0,17), alpha=..., X=length.m, Y=..., equal=T)$root
hh.uLR.SR ← uniroot(..., c(17,30),...)$root ... horní hranice IS
# závěr:
p.uLR.SR ← 1 - pchisq(...) ... p-hodnota
# závěr:

```

Věrohodnostní test pro neznámé a různé rozptyly σ₁² a σ₂²

```

n ← n₁ + n₂
S1 ← σ̂₁
S2 ← σ̂₂
g ← γ

```

```

uLR.RR ← ... hodnota test. stat. uLR když σ₁² a σ₂² jsou nerovné a různé
W.dh.uLR.RR ← ... dolní hranice krit. oboru
# závěr:
dh.uLR.RR ← uniroot(..., equal=F)$root ... dolní hranice IS
hh.uLR.RR ← uniroot(...) $root ... horní hranice IS
# závěr:
p.uLR.RR ← 1 - pchisq(...) ... p-hodnota
# závěr:

```

```

tab ← data.frame(m1 = rep(m1, 4), m2 = ...,
                 stat = c(tW.Wald, tW.Welch, uLR.SR, uLR.RR),
                 hh.W = c(..., NA, NA),
                 dh.W = c(...),
                 dh = c(...),
                 hh = c(...),
                 p = c(...),
                 row.names = c(...)) ... souhrnná tabulka výsledků

```

# Interpretace výsledků: Uveďte antropologický název. INTERPRETACI VÝSLEDKŮ TESTOVÁNÍ! =>



### Graf věrohodnostního DIS, když $\sigma_1^2$ a $\sigma_2^2$ jsou neznámé a shodné

Příprava hodnot  
do grafu

```
mu0.i <- seq(...) ... posl.  $\mu_{0i}$  od 0 do 30 s dílkou minimálně 1000 (délka = 1000)
tW.Wald.i <- ... vektor statistik klasického dvouvýb. t-testu pro různé  $\mu_{0i}$  (1000)
ULR.SR.i <- ... vektor statistik ULR když  $\sigma_1^2$  a  $\sigma_2^2$  jsou neznámé a shodné (1000)
```

Graf

```
plot(mu0.i, ULR.SR.i, ylim=c(0,15),...) ... √
lines(mu0.i [mu0.i > dh.ULR.SR & mu0.i < hh.ULR.SR],
      ULR.SR.i [mu0.i > ... -||-], ...) ... √
abline(...) ... referenční čára (vodorovná, přerušovaná šedá) v hodnotě  $\chi^2_{1-d}$ 
mtext(expression(...),...) ... popisek ' $\mu_0$ '
mtext(bquote(...),...) ... popisek ' $IS=(\dots, \dots)$ '
```

### Graf věrohodnostního DIS, když $\sigma_1^2$ a $\sigma_2^2$ jsou neznámé a různé

Graf

```
ULR.RR.i <- ... vektor statistik ULR když  $\sigma_1^2$  a  $\sigma_2^2$  jsou neznámé a různé (1000)
plot(mu0.i, ULR.RR.i, ylim=c(0,15),...) ... √
lines(...) ... √
abline(...) ... referenční horiz. šedá přerušovaná čára v hodnotě  $\chi^2_{1-d}$ 
mtext(...) ... popisek ' $\mu_0$ '
mtext(...) ... popisek ' $IS=(\dots, \dots)$ '
```