Vzorový příklad na analýzu kovariance

V souboru lrm-foot.txt máme k dispozici antropometrické údaje mladých dospělých lidí (převážně studentů vysokých škol z Brna a Ostravy) – viz př. 1 ze vzorových příkladů na korelační analýzu. Chceme zjistit, zda se muži a ženy liší v tělesné výšce (proměnná body.H, v mm), pokud eliminujeme vliv délky chodidla (proměnná foot.L, v mm).
Načteme datový soubor a podíváme se na jeho číselné charakteristiky:

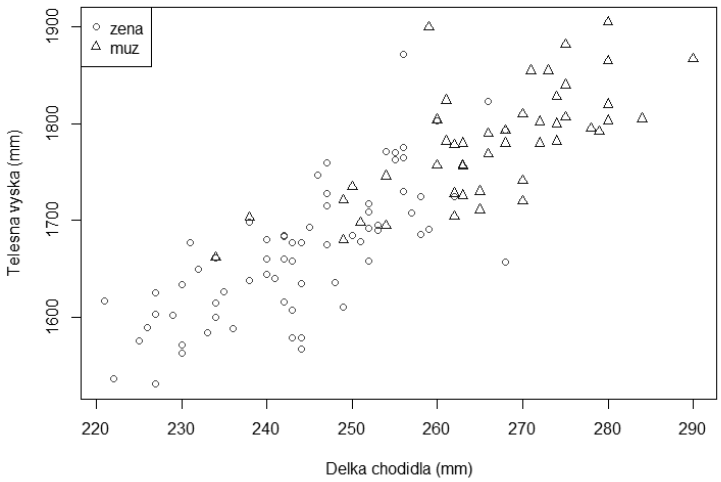
```
foot <- read.table("lrm-foot.txt",header=T)
> summary(foot)
 sex        foot.L          body.H
 f:70   Min.   :221.0   Min.   :1531
 m:47   1st Qu.:242.0   1st Qu.:1658
        Median :253.0   Median :1711
        Mean   :253.1   Mean   :1715
        3rd Qu.:265.0   3rd Qu.:1780
        Max.   :290.0   Max.   :1905
```

Zkontrolujeme, že R pracuje s proměnnou pohlaví jako s faktorem. Pokud by byla v datovém souboru kódována například pomocí 0 a 1, tak by s ní R pracovalo jako s numerickou proměnnou, nikoli kategoriální. V takovém případě bychom ji museli změnit na kategoriální pomocí funkce factor().

```
is.factor(foot$sex)
[1] TRUE
```

Vykreslíme si bodový diagram, ve kterém odlišíme muže a ženy.

```
plot(foot$foot.L, foot$body.H, xlab='Delka chodidla (mm)', ylab='Telesna
vyska (mm)', type='n')
points(foot$foot.L[foot$sex=='f'], foot$body.H[foot$sex=='f'], pch=1,
col='red')
points(foot$foot.L[foot$sex=='m'], foot$body.H[foot$sex=='m'], pch=2,
col='blue')
legend("topleft", c("zena", "muz"), pch = c(1,2), col=c('red', 'blue'))
```



Vypočítáme si rozsahy, výběrové průměry a výběrové směrodatné odchylky tělesné výšky a délky chodidla pro každé pohlaví zvlášť i pro celý datový soubor.

```
table(foot$sex)

 f  m
70 47
mean(foot$body.H[foot$sex=='f']) [1] 1670.771
sd(foot$body.H[foot$sex=='f']) [1] 71.26927

mean(foot$body.H[foot$sex=='m']) [1] 1780.064
sd(foot$body.H[foot$sex=='m']) [1] 58.38456

mean(foot$body.H) [1] 1714.675
sd(foot$body.H) [1] 85.25619

mean(foot$foot.L[foot$sex=='f']) [1] 244.3714
sd(foot$foot.L[foot$sex=='f']) [1] 11.43497

mean(foot$foot.L[foot$sex=='m']) [1] 266.2128
sd(foot$foot.L[foot$sex=='m']) [1] 11.46248

mean(foot$foot.L) [1] 253.1453
sd(foot$foot.L) [1] 15.66914
```

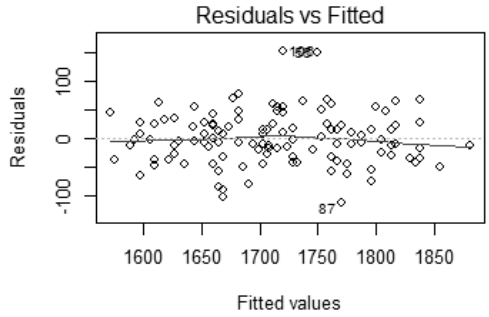
		Tělesná výška (mm)		Délka chodidla (mm)	
	rozsah	průměr	sm. odchylka	průměr	sm. odchylka
Ženy					
Muži					
Celkový					

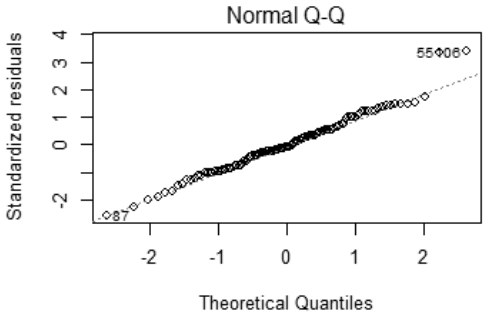
Důležitým předpokladem analýzy kovariance je rovnoběžnost přímek pro každou kategorii faktoru, v našem případě tedy musíme ověřit předpoklad, že regresní přímka modelující závislost tělesné výšky na délce chodidla pro ženy je rovnoběžná s regresní přímkou modelující závislost tělesné výšky na délce chodidla pro muže. Pro ověření rovnoběžnosti sestavíme model s interakcí (tj. model různoběžných přímek) a bez interakce (tj. model rovnoběžných přímek) a otestujeme, zda je model bez interakce dostačující.

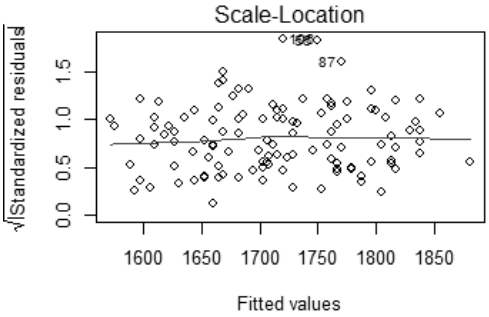
```
model.interakce <- lm(body.H ~ sex * foot.L, data=foot)
model.bez.int <- lm(body.H ~ sex + foot.L, data=foot)
anova(model.bez.int, model.interakce)
Analysis of Variance Table

Model 1: body.H ~ sex + foot.L
Model 2: body.H ~ sex * foot.L
  Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
1    114 236145
2    113 231676  1    4468.8 2.1797 0.1426
```

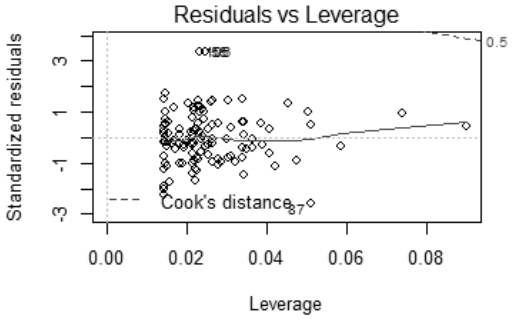
Hodnota testovací statistiky Fobs = ... p-hodnota ..... Závěr .....

Model bez interakce vychází jako dostatečný, tedy předpoklad o rovnoběžnosti regresních přímek budeme považovat za splněný.
Protože se jedná o speciální lineární regresní model, zbývající předpoklady analýzy kovariance můžeme ověřit pomocí analýzy reziduí.










```
shapiro.test(model.bez.int$residuals)
        Shapiro-Wilk normality test

data:  model.bez.int$residuals
W = 0.97883, p-value = 0.06131

t.test(model.bez.int$residuals)
        One Sample t-test

data:  model.bez.int$residuals
t = 3.7196e-16, df = 116, p-value = 1
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -8.261704  8.261704
sample estimates:
   mean of x
1.551554e-15

library(car)
durbinWatsonTest(model.bez.int)
 lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
   1     -0.03256937      2.061963   0.708
 Alternative hypothesis: rho != 0
```

Hypotézu o nulové střední hodnotě reziduí ....., protože t-test nabývá hodnoty ..... s p-hodnotou ....., z grafického posouzení také nevidíme problém. Shapirův-Wilkův test nabývá hodnoty ..... s p-hodnotou ....., v kvantil-kvantilovém grafu jsou rezidua ....., předpoklad normality tedy považujeme za .....
Předpoklad rovnosti rozptylů se na základě grafického posouzení zdá .....
Durbin-Watsonuv test nabývá hodnoty ..... s p-hodnotou ....., tedy ..... nezávislost reziduí. Předpoklady modelu jsou tedy ..... .

Vypíšeme si detaily modelu.

```
summary(model.bez.int)
Call:
lm(formula = body.H ~ sex + foot.L, data = foot)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-114.008  -33.255   -3.586   24.289  151.898

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 634.1086    90.7750   6.985 2.02e-10 ***
sexm         16.6379    11.8006   1.410    0.161
foot.L        4.2422     0.3708  11.441  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 45.51 on 114 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7199,   Adjusted R-squared:  0.715
F-statistic: 146.5 on 2 and 114 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

MNC odhady koeficientu a jejich interpretace:
β_0 = ...
β_1 = ...
β_2 = ...
Celkový F-test na hladině významnosti 0,05:
F = ...
p-hodnota = ...
závěr .....

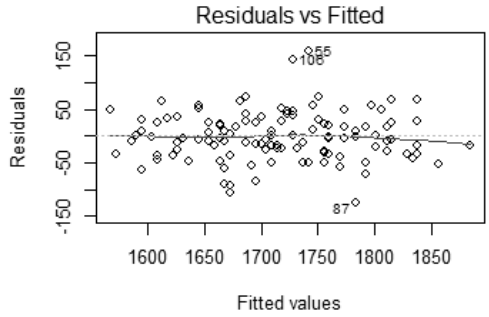
Z dílčích t-testů se zdá, že faktor pohlaví není významný. Sestavíme proto model, který ho neobsahuje, a otestujeme, zda je tento model dostatečný. Testujeme tedy shodnost regresních přímek.

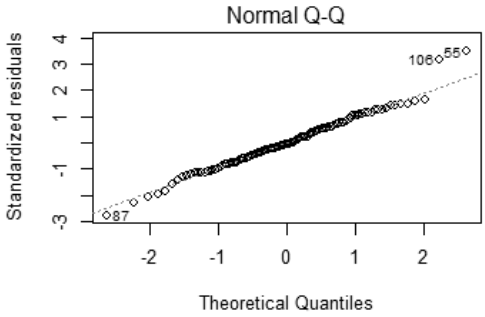
```
model.bez.int.bez.faktoru <- lm(body.H ~ foot.L, data=foot)
anova(model.bez.int.bez.faktoru, model.bez.int)
Analysis of Variance Table

Model 1: body.H ~ foot.L
Model 2: body.H ~ sex + foot.L
  Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
1    115 240262
2    114 236145  1    4117.8 1.9879 0.1613
```

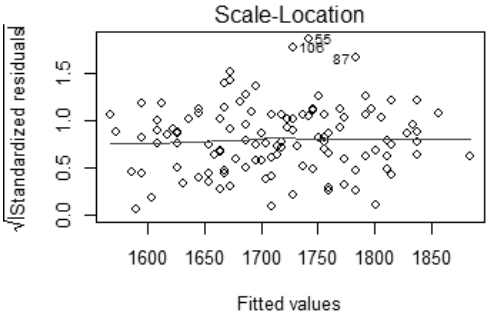
Hodnota testovací statistiky Fobs = ... p-hodnota ..... Závěr .....

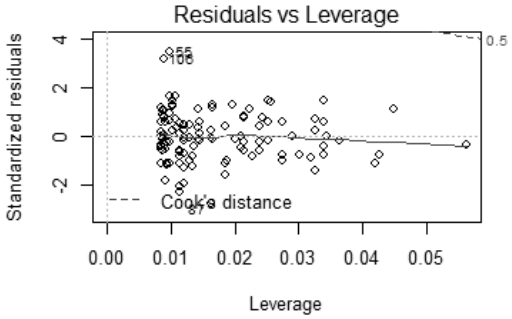
Pro pořádek si ještě ověříme, že výsledný model splňuje předpoklady regresního modelu.

```
par(mfrow=c(2,2))
> plot(model.bez.int.bez.faktoru)
```










```
summary(model.bez.int.bez.faktoru)
Call:
lm(formula = body.H ~ foot.L, data = foot)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-126.021  -28.627   -3.021   28.599  158.388

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 549.9661    68.6931   8.006 1.06e-12 ***
foot.L        4.6010     0.2708  16.987  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 45.71 on 115 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.715,    Adjusted R-squared:  0.7126
F-statistic: 288.6 on 1 and 115 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Index determinace a jeho interpretace:
ID^2 = ...

Celkový F-test na hladině významnosti 0,05:
F = ...
p-hodnota = ...
závěr .....

Dílčí t-testy
β_0
• hodnota testovací statistiky .....
• p-hodnota .....
• závěr .....

β_1
• hodnota testovací statistiky .....
• p-hodnota .....
• závěr .....

Výsledný model zakreslíme společně s pásem spolehlivosti.

```
xx <- seq(min(foot$foot.L), max(foot$foot.L), length=300)
> interval.spol <-
predict(model.bez.int.bez.faktoru,newdata=data.frame(foot.L=xx),
+                           interval='confidence')
> plot(foot$foot.L, foot$body.H, xlab='Delka chodidla (mm)', ylab='Telesna
vyska (mm)', type='n')
> points(foot$foot.L[foot$sex=='f'], foot$body.H[foot$sex=='f'], pch=1,
col='red')
> points(foot$foot.L[foot$sex=='m'], foot$body.H[foot$sex=='m'], pch=2,
col='blue')
> lines(xx,interval.spol[,1])
> lines(xx,interval.spol[,2], lty=2)
> lines(xx,interval.spol[,3], lty=2)
> legend("topleft", c("zena", "muz"), pch = c(1,2), col=c('red', 'blue'))
```