

Zkouška 2. termín – MIN201 – jaro 2021 – 30. 6. 2021

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovizeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (8 bodů) Vypočtete uvedené integrály:

$$\int \left(\frac{x^2 + 3}{x^3 + x^2 + x} \right) dx \quad \text{a} \quad \int_0^{\pi/2} \sin^2(x) \cos(x) dx.$$

2. (4 body) Plošný útvar U se skládá z obdélníku, k jehož jedné straně je připojený půlkruh. Označme p a q délky stran obdélníku, přičemž půlkruh je polovina kruhu o průměru p (a je tedy připojen ke straně a délce p).

Určete p a q tak, aby U měl minimální obvod za předpokladu, že obsah U je roven $\frac{1}{2} \text{ m}^2$. (Připomeňme, že obsah kruhu o poloměru r je πr^2 a jeho obvod je $2\pi r$.)

3. (4 body) Uvažme plochu mezi grafem funkce $h(x) = x - 2$ a osou x na intervalu $x \in [0, 2]$. Rotací této plochy kolem osy x vznikne těleso T . Určete objem a povrch tohoto tělesa. (Připomeňme, že část povrchu je kruh.)

4. (4 body) Určete konvoluci funkcí $f_1 * f_2$, kde

$$f_1(x) = e^{-|x|} \quad \text{a} \quad f_2(x) = \begin{cases} 1 & \text{pro } x \geq 0 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$