

Vnitrosemestrální písemka – MIN401 – jaro 2021 – 30. 4. 2021

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovizeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (3 body)

- (i) Ukažte, že $5|(67^{41} + 2)^9 + 1$.
- (ii) Rozhodněte, zda $25|(67^{41} + 2)^9 + 1$.

2. (5 bodů)

- (i) Rozhodněte, zda existuje primitivní kořen modulo 32.
- (ii) Určete inverzní prvek k 5 modulo 32.
- (iii) Určete řád 5 modulo 32.
- (iv) Najděte nějaké $a \in \mathbb{Z}$ řádu 2 modulo 32.
- (v) Určete počet prvků v množinách

$$M_1 = \{1, 5, 5^2, 5^3, \dots\} \quad \text{a} \quad M_2 = \{-1, -5, -5^2, -5^3, \dots\}$$

modulo 32 a rozhodněte, které z těchto prvků jsou invertibilní.

- (vi) Ukažte, $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ modulo 32.
- (vii) Ukažte, že každé x splňující kongruenci

$$x^3 \equiv 25 \pmod{32}$$

je invertibilní modulo 32 a pak tuto kongruenci vyřešte.

3. (2 body) Nalezněte všechna řešení kongruence

$$3x^2 - 4x + 17 \equiv 0 \pmod{13}.$$