

PÍSEMNÁ ČÁST SZZ Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

15. února 2021

1. V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici $|9^x - 4| \leq |3^x - 1| + 3$. (5b)
2. V pytlíku máme bílé a černé kuličky, černých je o 10 více než bílých. Vytáhneme-li z pytlíku náhodně dvě kuličky, budou mít stejnou barvu s pravděpodobností 1 : 2. Určete, kolik je v pytlíku kuliček bílých a kolik černých. (5b)
3. Najděte obecnou rovnici přímky a , která prochází bodem $A[0, 4]$, a obecnou rovnici přímky b , která prochází bodem $B[5, 0]$, je-li přímka $o: 2x - 2y + 1 = 0$ osou dvou ze čtyř úhlů, které přímky a , b svírají. [Návod: Nejprve určete obrazy bodů A a B v osově souměrnosti podle přímky o .] (5b)
4. V oboru $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnici $2 \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$. [Návod: Levou stranu rovnice zapište jako $\sin u + \sin v$ pro vhodná u a v .] (5b)
5. Do daného ostroúhlého trojúhelníku ABC vepište trojúhelník KLM tak, aby platilo $K \in AB$, $L \in BC$, $M \in AC$ a zároveň $KL \perp BC$, $LM \perp AC$, $KM \perp AB$. Zapište jen rozbor a popis konstrukce. Nakonec zdůvodněte, proč oba trojúhelníky (daný a jemu vepsaný) jsou navzájem podobné. (5b)
6. Vypočtete první člen a kvocient nekonečné geometrické řady se součtem rovným číslu 49, rovná-li se součet jejích prvních dvou členů číslu 48. (5b)

Postupy řešení, rozborů a případné diskuse objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající slovní komentář). Popis konstrukce u příkladu 5 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte.

Čas vypracování: 3 hodiny

Nejsou povoleny programovatelné kalkulačky s grafikou, středoškolské tabulky ani žádná jiná literatura. Zadání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.