1) Rozhodněte, zda je f základní afinita

$x' = -x + 2y + 1$
$y' = -4x + 5y + 2$

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$, $|A| = -5 + 8 = 3 \neq$ afinita

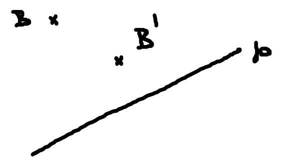
$[x,y] \to [x,y]$

$x = -x + 2y + 1 \rightarrow -2x + 2y + 1 = 0$
$y = -4x + 5y + 2 \quad\;\; -4x + 4y + 2 = 0$

$B = [1,0]$, $B \notin p$
$B' = [0,-2]$ $B' \in p$

$\vec{BB'} = (-1,-2) \nparallel p$

$p:$ $\boxed{2x - 2y - 1 = 0}$
$\vec{n} = (2,-2)$
$\vec{s} = (2,2)$



2) Určete rovnice af. zobrazení s nadrovinou samodružných bodů

$\rho: x + 2y - z - 2 = 0$, které zobrazí $A[-1,1,0] \longrightarrow A' = [-2,0,-1]$.

$A' \notin \rho$, $\vec{AA'} = (-1,-1,-1)$ není v zaměření roviny, není to elace

$x' = x + \lambda_1 (x + 2y - z - 2)$ $\qquad -2 = -1 + \lambda_1(-1 + 2 - 0 - 2) = -1 - \lambda_1$
$y' = y + \lambda_2 (x + 2y - z - 2)$ $\qquad 0 = 1 + \lambda_2 (-1)$
$z' = z + \lambda_3 (x + 2y - z - 2)$ $\qquad -1 = 0 + \lambda_3 (-1)$

$\lambda_1 = 1$
$\lambda_2 = 1$
$\lambda_3 = 1$

$x' = x + (x + 2y - z - 2)$
$y' = y + (x + 2y - z - 2)$
$z' = z + (x + 2y - z - 2)$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= 2x + 2y - z - 2 \\ y' &= x + 3y - z - 2 \\ z' &= x + 2y \quad\;\; - 2 \end{aligned}}$$

2. řešení $\rho: x + 2y - z - 2 = 0$, $A = [-1,1,0] \to A' = [-2,0,-1]$
$B = [0,0,-2] \to [0,0,-2]$
$C = [2,0,0] \to [2,0,0]$
$D = [0,1,0] \to [0,1,0]$

$$\left(\begin{array}{cccc|c|c|c} -1 & 1 & 0 & 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & -2 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ +1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$x' = 2x + 2y - z - 2$
$y' = x + 3y - z - 2$
$z' = x + 2y \quad\;\; - 2$

3) Rozložte afinitu $f: A_2 \to A_2$ na základní afinity, je-li dáno:

$A=[1,-1] \to A'=[0,0]$, $B=[0,1] \to B'=[1,2]$, $C=[-1,0] \to C'=[0,1]$

f_1: $p_1: x-2=0$

$$x' = x+\lambda_1(x-2)$$
$$y' = y+\lambda_2(x-2)$$

$A \to A'$:
$$0 = 1 + \lambda_1(1-2)$$
$$0 = -1 + \lambda_2(1-2)$$
$\to$ $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$

f_1:
$$x' = 2x-2$$
$$y' = -x+y+2$$

$B_1' = [-2,3]$, $C_1' = [-4,3]$

f_2: $p_2: x+y=0$

$$x' = x+\lambda_1(x+y)$$
$$y' = y+\lambda_2(x+y)$$

$B_1' \to B'$

$[-2,3] \to [1,2]$

$$1 = -2+\lambda_1(-2+3)$$
$$2 = 3+\lambda_2(-2+3)$$
$\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = -1$

f_2:
$$x' = x+3(x+y)$$
$$y' = y-1(x+y)$$
$\to$ f_2:
$$x' = 4x+3y$$
$$y' = -x$$

$C_2' = [-7,4]$

f_3: p_3 je určena A', B'; $A'=[0,0]$, $B'=[1,2]$, $\vec{s} = \overrightarrow{A'B'} = (1,2)$

$x = t$, $y = 2t$, $y = 2x$

$y = 2x$, $2x-y=0$

$$x' = x+\lambda_1(2x-y)$$
$$y' = y+\lambda_2(2x-y)$$

$C_2' \to C'$

$[-7,4] \to [0,1]$

$$0 = -7+\lambda_1(-14-4)$$
$$1 = 4+\lambda_2(-14-4)$$
$\lambda_1 = -\frac{7}{18}$, $\lambda_2 = \frac{1}{6}$

f_3:
$$x' = x-\frac{7}{18}(2x-y)$$
$$y' = y+\frac{1}{6}(2x-y)$$

f_3:
$$x' = \frac{2}{9}x+\frac{7}{18}y$$
$$y' = \frac{1}{3}x+\frac{5}{6}y$$

$f = f_3 \circ f_2 \circ f_1$

$f_2 \circ f_1$:
$$x' = 4(2x-2)+3(-x+y+2)$$
$$y' = -(2x-2)$$

$$x' = 5x+3y-2$$
$$y' = -2x+2$$

$f_3 \circ (f_2 \circ f_1)$:
$$x' = \frac{2}{9}(5x+3y-2)+\frac{7}{18}(-2x+2)$$
$$y' = \frac{1}{3}(5x+3y-2)+\frac{5}{6}(-2x+2)$$

f:
$$x' = \frac{1}{3}x+\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}$$
$$y' = y+1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{array}\right)$$

$$\begin{matrix} x' = \\ y' = \end{matrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

4) Je dána rovina ϱ: $2x+y-z+2=0$ a vektor $\vec{u}=(-2,0,1)$. Určete rovnice zobrazení f tak, aby promítalo body A_3 ve směru vektoru $\vec{u}$ do roviny ϱ. (Rovnoběžná projekce do roviny) 2.6.1.

$X=[x,y,z]$ $X'=X+t\vec{u}$

$$x'=x-2t \qquad y'=y+0t \qquad z'=z+t \qquad X'\in\varrho$$

$$2(x-2t)+y-(z+t)+2=0 \rightarrow t=\frac{1}{5}(2x+y-z+2)$$

$$x'=x-\frac{2}{5}(2x+y-z+2)$$
$$y'=y$$
$$z'=z+\frac{1}{5}(2x+y-z+2)$$

$\rightarrow$

$$x'=\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}y+\frac{2}{5}z-\frac{4}{5}$$
$$y'=y$$
$$z'=\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}y+\frac{4}{5}z+\frac{2}{5}$$

Na procvičení:

1) Jsou dány dvě afinity v A_2

f: s osou $y=1$, $A=[0,0]\rightarrow A'=[2,2]$

g: s osou $y=1$, $B=[0,0]\rightarrow B'=[2,2]$

Určete $h=g\circ f$, samodružné body h, o jakou afinitu se jedná

základní af. s char.

$x'=x-4y+8$
$y'=-3y+8$

2) Ukažte, že jde o stejnolehlost, určete střed a koeficient

a) $x'=3x-8$, $y'=3y$, $z'=3z+12$

$S=[4,0,-6]$, $k=3$

b) $x'=4x+7$, $y'=4y-3$, $z'=4z+1$

$S=[-\frac{7}{3},1,-\frac{1}{3}]$, $k=4$

3) Napište rovnice posunutí v A_3, kde $A=[-3,2,1]\longrightarrow A'=[-1,1,4]$

$x'=x+2$
$y'=y-1$
$z'=z+3$

4) Určete p tak, aby existovala stejnolehlost se středem $S=[3,2]$, která bod $[1,4]$ zobrazí na $[2,p]$.

$p=3$

5) Napište rovnice rovnoběžné projekce prostoru A_3 do roviny $\varrho: x-y-z-1=0$, ve směru vektoru $\vec{s}=(1,1,1)$.

$$x' = 2x-y-z-1$$
$$y' = x-z-1$$
$$z' = x-y-1$$

6) Napište rovnice základní afinity v A_3, je-li dána rovina samodružných bodů $\varrho: 2x-y+z+1=0$, která $P=[-1,1,1] \longrightarrow P'=[-2,-4,4]$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 10 & -4 & 5 \\ -6 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$