

Obecné otázky DM

Abychom mohli zasvěceně teoretizovat o *vyučování matematice*, musíme si ujasnit, co je vlastně předmětem současné matematiky, jaký má tato vědní disciplína jazyk, metody, systém a jak se tyto rysy matematiky historicky vyvíjely. Neustále bychom měli mít na mysli, že se M jako tvůrčí činnost „realizuje“ v různých podobách (výuka předmětu M v daném ročníku dané S Š nebo V školy, matematický výzkum na akademických pracovištích, tvorba učebnic, konzervování výsledků ve formě vědeckých článků nebo monografií, apod.) a každé z nich přísluší jiné vlastnosti (volba jazyka a metod, požadavky na přísnost apod.)

1. Matematika jako vědní disciplína

Matematika je věda o *kvantitativních vztazích a prostorových formách*. I když tyto vztahy a formy mají vykládány vysoce abstraktně, jsou odrazem vztahů a forem skutečného světa. Dokládá to skutečnost, že matematika je nástrojem a pomocníkem mnoha dalších přírodních i humanitních věd a technických i jiných oborů lidské činnosti. Tuto univerzálnost matematických aplikací bychom měli při výuce matematiky často ilustrovat.

Jako ostatní vědy vznikla M z praktických potřeb lidí (počítání předmětů, určování času, měření ploch pozemků a objemů nádob). Historicky se matematika rozvíjela ve třech obdobích:

(1) *Od starověku do počátku 17.stol*

Etapa vytváření čísel, hledání způsobu jejich pojmenování a zapisování. Měření a výpočty, délek, obsahů, úhlů a objemů. První astronomické výpočty.

Ve starém Řecku se M zásluhou Eukleida, Thalese, Pythagora a Archimeda počíná měnit z vědy *empirické* na vědu *deduktivní*. Ze souhrnu izolovaných poznatků vypozerovaných na příkladech z praxe se M mění v systém výsledků odvozovaných z několika výchozích axiomů přísně logickými postupy.

Toto první období vývoje M je pro její výuku na ZŠS nejdůležitější, protože se již tehdy rozvinuly veškeré základy budoucí matematiky, které dnes souhrnně nazýváme *Elementární matematikou*, jež je předmětem vyučování na ZŠS.

(2) *Od poč. 17. stol do pol. 19. stol*

Předmětem M se stává zkoumání změn proměnných veličin, M. přechází od studia čísel a jednotlivých geometrických útvarů ke studiu *funkcí a geometrických zobrazení*. Výsledkem této etapy rozvoje M jsou nové disciplíny: diferenciální a integrální počet, analytická geometrie a diferenciální geometrie. Mění se charakter aplikací M: například základní zákony fyziky se zapisují diferenciálními rovnicemi. Nejdůležitějším pojmem novodobé matematiky je pojem *funkce*, který se kolem roku 1920 vchází natrvalo do učiva M na SŠ.

(3) *Od pol. 19 stol do současnosti*

Veškeré matematické pojmy se převádějí na množinový základ, matematické teorie se budují výlučně axiomatically. Vztahy a formy se studují v abstraktní podobě algebraických struktur, kategorií a topologických prostorů. Tyto změny v chápání M ovlivnily výuku M především na VŠ, na ZŠS se projeví v různých modernizačních reformách, které přinesly často rozporuplné výsledky. Nesporný přínosem

je, když se žáci v rozumné míře učí množinovému jazyku (ten se však nesmí stát samoúčelem).

Matematické pojmy

Současná M více než jiné obory vyžaduje, aby všechny pojmy, se kterými se v daném oboru pracuje, byly jasně a přesně vymezeny, měly jednoznačný obsah. K tomuto vymezení dochází pomocí konstrukcí, kterým říkáme *definice*. Obvyklá definice vypadá tak, že nejprve uvedeme *rod* zaváděného pojmu a potom jeho *druhový znak*. Například: *Prvočíslo je každé přirozené číslo, které má právě dva různé dělitele: číslo 1 a sebe samo*. Rod je tedy obecnější pojem, jehož zvláštním případem je pojem definovaný, druhový znak odlišuje nový pojem od všech ostatních, v daném rodu zahrnutých.

Požadavky na definici: definice je slovní vymezení vymezení, ve kterém lze užít jen pojmu, které již byly dříve vymezeny (přirozené číslo, dělitel). Definice tedy nesmí obsahovat odkazy na nové, dosud nedefinované pojmy nebo na vlastnosti, které teprve z podané definice vyplynou.

Těmito požadavky na definice se M odlišuje od mnoha jiných vědeckých disciplín, ve kterých nové pojmy vznikají na základě uváděných příkladů a zkušeností. I v M však musíme rozlišovat přesnou definici pojmu v teorii od pojmotvorného procesu, který probíhá v hlavách žáků. Při výuce nového pojmu je proto žádoucí žáky předem motivovat příklady a přesnou definici podat teprve poté.

Při budování matematické teorie je však nutné odněkud začít: definovat veškeré pojmy není možné. Několik prvotních pojmu dané teorie proto nedefinujeme (například bod, přímka, rovina v geometrii). Jejich obsah prakticky nevymezujeme definicemi, ale jinými způsoby:

(1) *Nepřímá definice pomocí axiomů.*

Tento způsob upřednostňujeme ve vědeckém výkladu. Například místo toho, abychom řekli, co je bod a co je přímka, uvedeme několik „zřejmých“ vlastností, které tyto objekty svazují (dvěma různými body prochází jediná přímka apod.)

(2) *Nepřímá definice pomocí abstrakce.*

Obsah nového pojmu je to obecné, co je společné všem předmětům různé povahy, které zařadíme do jedné třídy podle nějakého znaku. Například přirozené číslo je to, co je společné všem konečným množinám, které jsou ekvivalentní. (Nakresli několik dvouprvkových množin.)

(3) *Nepřímá definice pomocí popisu.* „Nevědecká“, ale účinná metoda pro vyučování M na ZŠ. Žáky seznamujeme s novým pojmem odkazem na předměty, které se více nebo méně podobají (hrot jehly, napnutá tenká nit, klidná hladina kapaliny).

Matematická tvrzení

Obsahem každé vědecké disciplíny jsou výroky (soudy, tvrzení) o pojmech a jejich souvislostech, kterým přisuzujeme pravdivost. Podle způsobu, jakým byla pravdivost daného výroku dosažena, rozlišujeme v matematice *axiomy* a *věty*.

Axiom (též *postulát*) je tvrzení, které považujeme za pravdivé apriori, tedy aniž jsme je na základě jiných vět dokázali. Jak jsme již dříve uvedli, axiomy často hrají roli nepřímých definic. Axiomy zpravidla tvoří jen nepříliš početný úvodní základ budované teorie.

(Matematická) věta (též *poučka* nebo *teorém*) je tvrzení, jehož platnost je dokázána, tedy přísně logicky zdůvodněna z axiomů nebo dříve dokázaných vět. Poučka, která slouží pouze jako pomůcka k důkazu jiné poučky, se nazývá *lemma*.

Matematické axiomy a věty mají přes různá slovní vyjádření většinou strukturu složených výroků, jejichž jednotlivé části jsou spojeny obvyklými logickými spojkami (konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence a negace). Objekty, které v nich vystupují jsou často kvantifikovány (každý, existuje aspoň jeden, existuje právě jeden).

Příklad: Věta „Je-li A , pak je B .“ má tvar implikace. Stejnou platnost má tzv. obměněná věta „Není-li B , pak ani není A “. Jinou platnost má věta obrácená „Je-li B , pak je A .“

Metody poznání v M

Prvotním zdrojem lidského poznání je *pozorování* a *praktická zkušenost*. Tyto dvě metody získávání nových poznatků nazýváme souhrnně *indukcí* (inductio – návod). Mnohokrát opakovaná zkušenost vytvořila u lidí schopnost myšlenkového pozorování, tzv. *intuici*. Člověk je tedy schopen často určovat matematické pravdy jen na základě svých představ (bez pozorování vnějšími smysly), tedy svou intuicí. Pro výuku M na ZŠ je metoda indukce prvotní, pro žáky nejpřístupnější a nejpochoptelnější a lze s její pomocí dojít ke všem výsledkům elementární matematiky. (Příklad: žáci se při sestřování výšek trojúhelníku přesvědčí, že se výšky protínají „skoro“ v jednom bodě a jsou nakloněni úvaze, že analogicky to dopadne pro všechny možné trojúhelníky.)

Mezi jednotlivými induktivně nashromážděnými poznatky jsou žáci schopni objevit důležité logické souvislosti. Opíráme-li se například o poznatek, že každými dvěma různými body lze vést jedinou přímku, musíme přiznat, že nemohou existovat dvě různé přímky, které by se protínaly ve dvou bodech. Takový nový pramen získávání odvozených poznatků se nazývá *dedukce* (deductio – odvozování). Úsudek, kterým odvozujeme pravdivost nějakého tvrzení na základě pravdivosti jiných vět, se nazývá *důkaz* a ony použité věty pak jeho *předpoklady*.

Logický důkaz je pro pochopení žáky obtížnější než ověřování podle zkušenosti, ale má dvě obrovské přednosti, pro které se *deduktivní postup* historicky stal *hlavní metodou matematiky*:

- (1) závěry dedukce mají absolutní platnost (pokud platí předpoklady důkazu), jsou vyloučeny omyly pozorovatelů, chyby měřících přístrojů apod.
- (2) závěry dedukce mají všeobecnou platnost (týkají se všech objektů, které spadají pod daný pojem). Například tvrzení o průsečíku výšek platí pro všechny trojúhelníky, i takové, které nikdy nedokážeme ani přibližně narýsovat.

I když jsou matematické výsledky prezentovány ve vědeckých člancích a monografiích přísně deduktivně, vlastní matematický výzkum (objevování nových poznatků) je z metodického hlediska veden smíšenými induktivně-deduktivními postupy (počítačové experimenty, intuice, modelování příkladů apod.).

Struktura matematiky

V polovině 19. století zvítězil mezi matematiky názor, že univerzalita použití matematiky bude zaručena jedině tehdy, vyloučíme-li z M všechny ty výsledky, které nejsou deduktivně odvozeny ze všeobecně přijatých axiomů. Proto v současném pojetí tvoří každá

matematická teorie provázaný a dokonale uspořádaný systém axiomů, definic, vět a důkazů. Taková axiomatická výstavba je však pro vyučování M na ZŠ velmi nevhodná, neboť vede k nežádoucímu formalismu. Deduktivní postupy by se měly v hodinách M uplatňovat pouze částečně, vždy v rozumných mezích určených věkovou vyspělostí žáků a zaměřením dané školy.

2. Matematika jako učební předmět

Dva cíle při vyučování M ve škole: 1) vzdělávací, 2) výchovný

Ad 1. Je to získání určité zásoby poznatků a dovedností.

Tato zásoba je určena každodenními potřebami civilizovaného člověka, jeho konkrétním povoláním. Požadavky kladené na výuku M v daném ročníku školy daného typu jsou ovlivněny zaměřením školy, potřebami dalších předmětů a požadavky praxe a přijímacích zkoušek vyšších škol, kam absolventi dané školy většinou směřují. Každý učitel si proto musí jasně uvědomit, které z požadavků na matematickou přípravu svých žáků má především splnit. Tyto požadavky jsou zakotveny v *osnovách* M pro výuku na dané škole schvalovaných její předmětovou komisí. Jejich základem jsou celostátně akceptované *standards* a *učební plány* z matematiky pro daný typ školy.

Učební plány a osnovy se nutně omezují jen na krátké pokyny o okruhu otázek, které mají být probrány do větší nebo menší hloubky. Větší podrobnost je zajištěna doporučenými učebnicemi a sbírkami. Je nutné učit žáky používat matematické poznatky při řešení praktických úloh, neboť znát ještě neznamená umět.

Ad 2. Výuka M musí formovat u žáků jisté rozumové, volní a charakterové vlastnosti. Žáci získávají návyky správného logického myšlení, abstrakce a systematického uvažování, zvyšují se jejich kombinační schopnosti, tvořivost a chápavost, upevňují se jejich návyky přesnosti a pořádku a roste jejich kritičnost k sobě i k okolí.

Řešením matematických úloh se žáci učí myšlenkové soustředěnosti, pěstují si svou vůli, vytrvalost a úsilí při boji s obtížemi, svoji duševní odolnost a sebekontrolu.

Hlavní zásady při vyučování matematice:

a) *Zásada uvědomělosti*. Učitel M musí dbát na to, aby žáci jasně a plně rozuměli všemu, čemu se v M učí. (Přesný význam, obsah a smysl každého termínu, podmínky a omezení každého pravidla a poučky). Opakem uvědomělého osvojení látky je dogmatické vyučování, učení z paměti bez porozumění (biflování). Početní postupy mají být často doprovázeny otázkou „proč?“, nepřipustné jsou pobídky učitele „Dělej, jak bylo řečeno, a méně rozumuj!“.

b) *Zásada názornosti*. Výklad nové látky se má opírat o konkrétní příklady, od kterých přecházíme k abstraktním pojmům. Takto přirozeně probíhá proces poznání v hlavě každého člověka. Matematické znalosti žáků musí mít pevný základ názorných představ, jinak se jejich vědomosti stávají neplodnými a formálními. (Proč se každá kvadratická rovnice rovná nule?). Význam názorných pomůcek a modelů a rýsování. S věkem žáků rostou jejich návyky abstraktního myšlení a požadavek na názornost se snižuje.

c) *Zásada systematickosti*. Matematické poznatky je třeba žákům předkládat systematicky a postupně, aby v jejich myslích vytvořily provázaný a pevný systém, který v hlavních rysech odpovídá systému, jakým se matematika historicky utvářela.

d) *Zásada přístupnosti.* Žáci ve věku 12-19 let se od sebe velmi liší schopnostmi abstrakce, chápání, samostatné práce. Dokonce i ve skupině stejně vyspělých jedinců se objevují značné individuální odchylky. Styl vyučování matematiky je třeba podřídit vyspělosti žáků, nepřetěžovat je látkou, která je nad jejich síly. Je třeba pozorně sledovat, jak žáci vykládanou látku přijímají a včas činit nezbytné korektury v zamýšleném způsobu práce.

e) *Zásada vědeckosti.* Je to kategorický požadavek neříkat žákům nic takového, co je z hlediska současné matematiky chybné. (Aby to lépe pochopili, řeknu jim to trochu nepřesně.) Patří k umění zkušených učitelů sdělovat matematické pravdy žákům jednoduše jazykem, který odpovídá jejich věku. Vzorem mohou být opravdu dobré učebnice. (Odčítat lze jen menší číslo od většího. Iracionální čísla jsou druhé odmocniny z racionálních čísel.)

Organizace a způsoby vyučování matematice.

Práce učitele matematiky v každé třídě začíná pečlivým plánováním. V souladu s učebním plánem a výsledky minulého roku je třeba sestavit *kalendářní plán* s rozdělením látky na čtvrtletí, měsíce a týdny s přiměřeným počtem hodin pro každé téma, jeho opakováním a kontrolou. Je třeba se pečlivě seznámit s obsahem látky v učebnicích a sbírkách, které budou mít žáci k dispozici, zjistit, co je v nich vyloženo a co tam chybí, nebo co je vyloženo nedostatečně. Znat důkladně učební příručky a sbírky je pro učitele naprosto nezbytné. Kalendářní plán každého učitele pro každou třídu schvaluje předmětová komise a podepisuje ředitel školy nebo jeho zástupce.

Na každou jednotlivou vyučovací hodinu si učitel sestaví *písemnou přípravu*. Ujasní si v ní, jaký cíl bude hodina mít, sestaví si její časový plán s přibližným rozdělením času na jednotlivé části. Promyslí podrobnosti výkladu nové látky, vybere příklady a úlohy pro samostatnou práci žáků v hodině i doma. Tyto písemné přípravy by zvláště začínající učitelé měli vypracovávat velmi podrobně a ponechat při zápisu dosti volného místa na různé poznámky o tom, co se během hodiny skutečně stalo. Zkušenější učitelé používají zápisy stručnější, ale v každém případě zaznamenávají probranou látku, příklady a úlohy. Přípravu hodiny je opravdu nutné co nejdůkladněji rozmyslet a přiblížit ideálnímu stavu: celá třída každou minutu intenzívně pracuje a maximálně využívá osobního kontaktu s učitelem. Umění plánovat a řídit hodinu tak, aby byla skutečně hodnotná, vyžaduje pedagogické mistrovství učitele. Hodiny začínajícího učitele trpí obvykle dvěma nedostatky: buď v hodině nepracují všichni žáci, nebo sice pracují, ale tak, jak by mohli pracovat i bez učitele, třeba doma nad učebnicí.

Většina hodin matematiky obsahuje tyto hlavní části:

- (1) kontrola domácího úkolu
- (2) opakování staré látky
- (3) výklad nové látky
- (4) procvičení nové látky
- (5) zadávání domácího úkolu

Někdy pro oživení vkládáme méně tradiční části (například *rozcvička*).

Výklad nové látky učitelem je nejdůležitější částí hodiny. Zkušenosti ukazují, že hodnota jejího osvojení žáky se zvyšuje, jestliže se každý nový pojem a poučka uvádí učitelem tak, že je zřejmá jejich souvislost s věcmi žákům již známými a je jasná motivace a účelnost jejich zavedení. Takovému charakteru výkladu říkáme *genetický* (genesis – vývoj). Pro

žáky je nejpřesvědčivější, když nový pojem, metodu nebo poučku uvedeme odkazem na praktickou zkušenost nebo úlohu, která je jim blízká nebo které dobře rozumí.

Formy výkladu nové látky označujeme přívlastky *přednášková* a *heuristická*. Při první z nich učitel formou monologu přednáší žákům hotové poznatky, žáci jen poslouchají a dělají si poznámky. Je to forma užívaná spíše na vysokých školách, přesto by se s ní měli setkávat i žáci nejvyšších tříd středních škol. Oproti tomu při heuristické formě se výklad uskutečňuje formou živého rozhovoru, dialogu mezi učitelem a žákem, při kterém učitel nepředkládá žákům hotové poznatky, ale vede je k samostatnému objevování nových vět a pravidel (heureka – našel jsem). Předností této formy je jasnější porozumění nové látce, podpora samostatného myšlení žáků; její nevýhodou je značná časová náročnost a nemožnost zařídit věci tak, aby všichni žáci současně dospěli ke stejným závěrům. Necitlivé použití heuristické formy je krajně negativní (ztráta zájmu a sebevědomí slabších žáků, odklon úvah nežádoucím směrem).

Opakování probrané látky. Cílem opakování je upevnění vědomostí žáků a jejich zdokonalení, odstraňování mezer a zdůraznění nejpodstatnějších výsledků. Opakování v hodinách M má několik forem.

a) Bezprostřední opakování po výkladu nové látky. Tento výklad je často užitečné ukončit tím, že nové poznatky zopakujeme rozhovorem s žáky a vyzveme je, aby samostatně řešili příklady na její použití.

b) Plánované hodiny opakování. Když probereme určité téma, věnujeme opakování celou vyučovací hodinu. Zpravidla při ní zkusíme teoretické poznatky i řešíme vybrané úlohy. Za delší časový úsek (čtvrtletí) plánujeme i více opakovacích hodin za sebou. Takové opakování zpravidla ukončíme napsáním delší kontrolní práce (čtvrtletní kompozice).

c) Opakování na začátku školního roku je velmi významné zejména v nově sestavených třídách, kdy zjišťujeme a vyrovnáváme stav individuálních vědomostí žáků.

d) Opakování při přechodu k novému tematickému okruhu.

Řešení úloh v hodinách M jsou základní formou osvojení a procvičení nové látky. Jejich vhodný výběr je pro úspěch hodiny nesmírně důležitý. Úlohy pro samostatnou práci žáků v hodině nesmí být časově příliš náročné (10–15 minut), aby bylo ještě v hodině možné zkontrolovat výsledky (dva tři žáci mohou ukázat svá řešení na tabuli), objasnit případně potíže a případně dát doplňující vysvětlení. V průběhu samostatné práce žáků přinášejí velký užitek rozhovory učitele s jednotlivými žáky, které mají objasnit, jak každý postupuje. Samostatná práce žáků (alespoň po jistou dobu bez pomoci učitele) má pro rozvoj matematických dovedností žáků zásadní význam, není-li dobře organizována, přinášejí i hodiny zajímavé málo užitku.

Úlohu můžeme považovat za úplně vyřešenou jedině tehdy, je-li žákem nalezené řešení: 1. bez chyby, 2. odůvodněné, 3. úplné.

Ad 1. Žáky je nutno vychovávat k tomu, aby automaticky prováděli zkoušku (ne pouze hledali odpovědi na konci sbírky). Musíme žáky seznamovat se způsoby zkoušek (kontrola dosazením, narýsováním, výpočet jiným postupem). Užitečné je předběžné odhadování výsledků. Boj proti chybám je boj za pozornost a svědomitost žáků, zvyšování jejich odolnosti proti přehlédnutím a dopouštění se numerických chyb.

Ad 2. Je nutné učit žáky správná řešení umět odůvodnit. Nesmíme je ovšem ustavičným zdůvodňováním přetěžovat. Užitečnou formou jsou výzvy žákům, aby hledali chybné kroky

v řešení spolužáků.

Ad 3. Je-li nalezena jedna správná otázka, je třeba nalézt i ostatní správné odpovědi, nebo dokázat, že jich více není. Žáci by měli přivyknout tomu, že řešit rovnici znamená najít všechna její řešení, sestrojít trojúhelník daných vlastností znamená sestrojít všechny takové trojúhelníky.

Velkou pozornost je nutné věnovat zápisům řešení. Neustále vedeme žáky k tomu, aby jejich zápisy byly správné, čitelné a zřetelné, ať už jsou psány psány na nečisto nebo na čisto. Je třeba ovšem rozlišovat zápisy řešení na *stručné* a *úplné*. V prvním případě zaznamenáváme jen to, co si nemůžeme pamatovat a co je nezbytné, abychom mohli pokračovat v řešení úlohy. Při úplném zápisu jde o to, jak řešení zachovat i pro příští použití, aby je pochopili i jiní. I když zápis děláme většinou jen pro sebe, musí být do té míry přesný a uspořádaný, aby podle něj bylo možné určit postup, například když v něm hledáme chybu. Vzorem zápisů musí být učitelovy zápisy na tabuli.

Domácí úkoly (nikoliv pouze *úlohy*). Sebelépe organizované hodiny M nemohou samy zajistit návyky samostatné práce žáků. Proto je zapotřebí správně ukládat a pečlivě kontrolovat domácí úkoly. Ty bývají tří druhů:

a) Dokončení práce na látce probrané v hodině. Žáci si promýšlejí vše, co slyšeli v hodině, srovnávají své poznámky s textem učebnice, opravují chyby v sešitech, a tím si doplňují znalosti z látky, kterou si v hodině osvojili jen zčásti. Je zapotřebí tento stálý úkol žákům připomínat. Žáci často říkají: „Žádný úkol jsme dnes nedostali“.

b) Písemná řešení zadaných úloh. Je užitečné ukládat úkoly analogické těm, které byly řešeny ve škole. Jen postupně a opatrně dáváme úlohy odlišnější a obtížnější (nepovinné úlohy).

Pro zajímavost dodejme, že ještě v XIX. století byla běžná školní praxe, že se veškerá nová látka prostě uložila z učebnice a učitel měl v hodině jen přezkoušet to, čemu se žáci doma naučili.

Při zadávání DÚ je nutné dbát účelnosti a náležitě míry, nepřetěžovat žáka. Učitel by měl sám časovou náročnost úkolů vyzkoušet na sobě a dosažený čas vynásobit rozumným koeficientem.

DÚ ztrácí smysl, chybí-li stálá kontrola jejich plnění. Zpočátku školního roku je užitečné v několika minutách rychle prohlédnout všechny sešity, které žáci rozevrou na lavicích, později to provádět jen občas, vždy se však dotazovat, kdo úlohu nevyplnil. Občas se vyplatí několik sešitů s úkoly od žáků vybrat a pečlivě opravit, vyznačit poznámky k chybám matematickým i gramatickým. Je to účelnější, než vybírat sešity od všech žáků a jejich zápisy prohlížet jen letmo a šmahem odfajfkovat odpovědi.

Poslední rada k domácím úkolům: lze je zadávat kdykoliv v průběhu hodiny, nikdy však po zvonění!

Kontrolní písemné práce jsou důležitou součástí hodin matematiky, neboť ukazují žákovi i učiteli, jak byla osvojena probraná látka a jsou podkladem pro klasifikaci.

Písemky je třeba psát s žáky systematicky a poměrně často – aspoň jednou za dva týdny dát práci třeba jen na 15 minut. Úlohy je třeba volit opravdu pečlivě a uvážlivě, s ohledem na úroveň třídy zadávat více méně typické úlohy se správnou mírou obtížnosti (ne příliš lehké ani příliš těžké, pracností odpovídající vyměřenému času). Dnes není problém zadání úloh žákům rozdat namnožené, v různých variantách pro žáky sedící ve stejné

lavici. Případné otázky žáků připouštíme jen krátce po zadání, vyzveme je, aby si celý text pozorně přečetli. Je nepřipustné, aby učitel během práce diskutoval s jednotlivými žáky. Boj proti opisování, nápad s poslední lavicí.

Opravit písemky je nutné včas, nejlépe do příští hodiny. Oprava nemá spočívat jen v podtržení chyb a vyhodnocení známkou. Žádoucí je připsat krátké poznámky (i pochvalné) a rady. Po opravě všech prací je nutné si uvědomit opakované chyby, obecné obtíže. Tyto poučné věci je třeba s žáky v hodině prodiskutovat.

Individuální zkoušení (ústní zkoušení, řešení úloh u tabule). Zejména učitel začátečník nedovede hned správně žáky zkoušet. Individuální zkoušení v M se výrazně liší od zkoušení v jiných předmětech. I když je možné zkoušet i samotnou teorii, lépe je teoretické zkoušení spojit s řešením úloh žáky na tabuli. Takové zkoušení lze zorganizovat tak, aby bylo zajímavé pro celou třídu (žáci sledují postupu zkoušeného, sami hledají odpovědi na otázky kladené učitelem, když vědí, že mohou být též dotázáni). Každou otázku je nutno klást jasně, bez zbytečných slov, a přesvědčovat se, zda ji žák správně pochopil (doporučuje se žádat jejich opakování bez náznaku, že to je žákův nedostatek). Na odpověď je třeba dát žákům čas, dokonce požadovat, aby se vystříhali zbytečného spěchu. V žádném případě žáka nepřerušujeme, teprve až se vyjádří, vytkneme mu chyby a položíme další otázku.

Klasifikace. Povinností dobrého učitele je systematicky evidovat výsledky učební práce každého žáka, pečlivě a pravidelně hodnotit všechny jeho složky, o kterých jsme už pojednali (kontrolní písemné práce, domácí úlohy, zkoušení v lavici nebo u tabule). Učitel může žákům předem naznačit, že těmto různým složkám bude v celkové klasifikaci přisouzena různá váha. Mnozí učitelé to provedou tak, že zavedou bodový systém hodnocení, který může žáky motivovat k větší aktivitě, je-li dobře promyšlen.

Každé hodnocení známkou je velmi odpovědnou a vážnou záležitostí. Takové ocenění musí být objektivní (bez nadřezování oblíbeným či podhodnocování neoblíbených), uměřené (ani příliš přísné, kdy učitel nadměrně zdůrazňuje vedlejší podrobnosti odpovědi žáka), ani příliš shovívavé). Nepříznivá průběžná hodnocení mají být signálem a pobídkou k odstranění zanedbaného neprospěchu, v čemž by měl učitel žákům individuálně napomáhat (rozhovorem s žákem (ne před celou třídou), doplňující DÚ, repetitorská cvičení, doučování).

Žáky je však nutné vychovávat k názoru, že známkování není samoučel, že se učí ne kvůli známkám, ale proto, aby něco znali a uměli.

CHYBY učitele při vyučování matematiky

- (1) Formalismus
- (2) Chyby v plánování vyučování
- (3) Potlačování iniciativy žáků
- (4) Zaměření pozornosti na schopnější nebo slabší žáky
- (5) Nedostatečná práce s učebními texty a pomůckami
- (6) Nezájem o kulturu ústních i písemných projevů žáků

K formalismu. Vědomosti žáků jsou formální, když nejsou podloženy skutečným pochopením. Žáci projevují vnější znaky vědění, nerozumí však tomu, o čem mluví, co počítají nebo rýsují. S abstraktními pojmy nemají spojené konkrétní příklady a představy. („Umím vyřešit každou kvadratickou rovnici, jen nevím proč se každá z nich rovná nule.“)

Jakými chybami přispívá k formálním vědomostem žáků učitel? Především je to formou výkladu, kdy předkládá žákům neadekvátně jejich vyspělosti hotové pojmy a poučky, od teorie rychle spěchá řešení úlohám, kdy se soustřeďuje výlučně na několik málo šablonovitých typů úloh. Někdy dokonce učí žáky tyto šablony bez jakékoliv teorie. Při zkoušení se učitel spokojuje, když žák hbitě odříká poučky z učebnice, nežádá žáka, aby uvedl vlastní příklady, nejen ty z učebnice, neklade doplňující otázky. Je nanejvýš závažné, když formalismus práce učitele M jeho způsobem formalismem ve vědomostech jeho samotného. V tomto případě musí sám učitel bojovat o zvýšení své vlastní kvalifikace. Schopní a pozorní žáci odhalí, pro kterého učitele je výuka M pouhým „řemeslem“ (v negativním významu) a pro kterého je M živým předmětem, ve kterém se stále zdokonaluje.

Chybné plánování. Učitel začátečník někdy postupuje rychle a začíná novou látku, třeba většina žáků nezvládla látku starou. (Na obranu učitelů je však nutno dodat, že učební plány jsou mnohdy předimenzovány a schválený učební plán je nutno respektovat a případná zpoždění dohánět.)

Potlačování iniciativy. Správná řešení žáků není možno odmítat, i když jsou řešeny jinými prostředky a postupy, než bychom si s ohledem na probíranou látku přáli. Odbornou diskusi s žáky nesmíme přerušovat autoritativním způsobem. Nesmíme dopustit, aby žáci přestali sami hledat správné řešení a snažili se jen o takovou odpověď, jakou od nich očekává učitel.

Na koho ve třídě zaměřit svou pozornost? V různorodosti každé třídy pramení učitelovy pochybnosti: věnovat se těm schopnějším, kteří sami „popotáhnou“ slabší, nebo si naopak všimnout těch slabších. Nejlépe je, když se učitel zaměří na většinu, na průměr, přitom nepouští se zřetele ani ty nejslabší, kterým včas pomáhá, ani ty nejlepší, kterým v rozumné míře ukládá doplňkové úkoly, organizuje jejich pomoc slabším spolužákům, vede je k účasti v MO.

Nedostatečná práce s textem a pomůckami. Někteří učitelé nevěnují dost pozornosti práci žáků s učebnicemi, neradí, jak se z učít, jak číst s tužkou a papírem po ruce, při četbě provádět náčrtky a výpočty. („Učebnice jsou nevhodné, nepraktické.“) Učitel by měl mít učebnice dobře přečtené, znát jejich silná i slabá místa. Ve vyšších ročnících SŠ je možno ukládat kratší teoretické pasáže žákům (budoucím studentům VŠ) k samostudiu.

V hodinách matematiky učíme v rozumné míře žáky práci s kalkulačkami a rýsovacími prostředky. Nesmíme předkládat žákům praktické úlohy jen s jednoduchými číselnými údaji, nesmíme řešit pouze goniometrické rovnice s řešeními 0, 30, 45, 90 apod. stupňů.

Chyby v kultivovanosti projevu. Učitel M nesmí podceňovat jazykovou stránku projevu žáků, opravovat každý jejich prohrěšek proti spisovné češtině, gramatické chyby v písemkách. Sám jim v tomto ohledu musí být vzorným příkladem.

KONEC DOKUMENTU