Úlohy s parametry

Písmena a, b, p, q značí reálné parametry.

(1) V oboru $\mathbb{R}$ řešte

a) rovnici $\dfrac{x+p}{x-q} + \dfrac{x+q}{x-p} = 2$, b) nerovnici $\dfrac{x-3p}{x-p-3} < 0$.

(2) Pro která a je aspoň jedno řešení nerovnice $2x - 3 > a$ rovněž řešením nerovnice $x - a < 3$?

(3) V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici $|2x+3| + |2x-3| = ax + 6$.

(4) Rovnici $|x - p| = |x| - 1$ řešte grafickou metodou.

(5) Řešte soustavu s neznámými x, y ($a \neq 0$):

$$\frac{x}{a} + ay = a, \quad ax + \frac{y}{a} = 1.$$

(6) Určete, pro která a, b mají obě soustavy rovnic

$$\begin{cases} ax + 2y = b + 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + y = a^2 + 2 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$$

stejné množiny řešení.

(7) Zjistěte, pro která p má rovnice $p(x^2+1) - 3 = x \cdot (x - 2p)$ v oboru $\mathbb{R}$ dva různé kořeny. Pro které z nalezených hodnot p jsou oba tyto kořeny a) kladné, b) záporné, c) opačných znamének?

(8) V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici $\dfrac{x^2}{a^3} + \dfrac{b^3}{x^2} = \dfrac{b}{a} + \dfrac{b^2}{a^2}$, kde $a, b \neq 0$.

(9) Pro která p má rovnice $|px^2 - x| = 1$ právě tři řešení?

(10) V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici $|x^2 - p| = (p-1)x$.

(11) V oboru $\mathbb{R}$ řešte nerovnici $|x^2 + 2px + 1| > 1$ v případech a) $p > \sqrt{2}$, b) $p \in (0, 1)$.

(12) V oboru $\mathbb{R}$ řešte nerovnici $\dfrac{ax^2}{x-1} \leq (a+1)^2$, kde $a \geq 0$.

(13) Řešte rovnici $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-a+2} = 1$.