

Kružnice

- Napište rovnici kružnice opsané trojúhelníku ABC: A[-1,3], B[0,2], C[1,-1].
- a) Napište rovnici tečny vedené ke kružnici $k: x^2 + y^2 + 8x + 2y - 8 = 0$ jejím bodem M[0,2].
b) Určete vzájemnou polohu kružnice k a obou os souřadnic. Určete všechny průsečíky.

Řeš.:

1. $k: x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

$$\begin{array}{r} A \in k \dots 1 + 9 - A + 3B + C = 0 \\ B \in k \dots 0 + 4 + 2B + C = 0 \\ C \in k \dots 1 + 1 + A - B + C = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1) \quad A - B + C = -2 \\ 2) \quad 2B + C = -4 \\ 3) \quad -A + 3B + C = -10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1) \quad A - B + C = -2 \\ 2) \quad 2B + C = -4 \\ 1) + 3) \quad 2B + 2C = -12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1) \quad A - B + C = -2 \\ 2) \quad 2B + C = -4 \\ 1) + 3) - 2) \quad C = -8 \rightarrow B = 2 \rightarrow A = 8 \end{array}$$

$k: x^2 + y^2 + 8x + 2y - 8 = 0$

2. a) $k: x^2 + y^2 + 8x + 2y - 8 = 0$
 $k: (x^2 + 8x + 16) + (y^2 + 2y + 1) = 8 + 16 + 1$
 $k: (x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 25$

$t: (x_0 + 4) \cdot (x + 4) + (y_0 + 1) \cdot (y + 1) = 25$
 $M[0; 2] \in t \dots (0 + 4) \cdot (x + 4) + (2 + 1) \cdot (y + 1) = 25$
 $4 \cdot (x + 4) + 3 \cdot (y + 1) = 25$
 $t: 4x + 3y - 6 = 0$

b) $P_x - ? \quad y = 0 \dots x^2 + 8x - 8 = 0$
 $x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 32}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{96}}{2} = \frac{-8 \pm 4\sqrt{6}}{2} = -4 \pm 2\sqrt{6}$
 $P_{x1}[-4 - 2\sqrt{6}; 0], \quad P_{x2}[-4 + 2\sqrt{6}; 0]$

$P_y - ? \quad x = 0 \dots y^2 + 2y - 8 = 0$
 $(y + 4) \cdot (y - 2) = 0$
 $P_{y1}[0; -4] \quad P_{y2}[0; 2]$

Známka: 10 – 9 bodů 1
 8 bodů 2
 7 – 5 bodů 3
 4 – 3 body 4