

## Parabola – základní příklady:

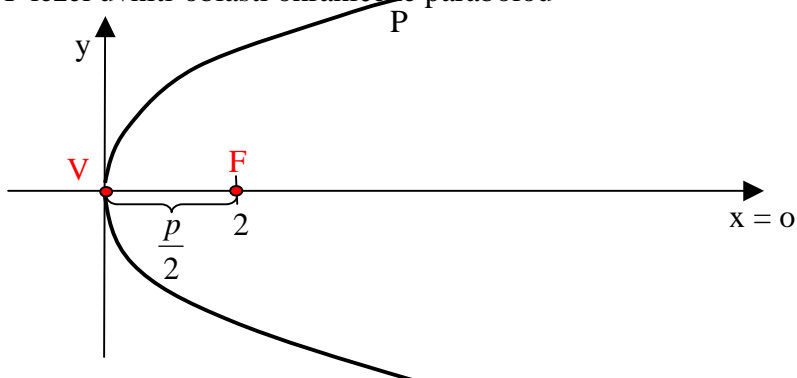
SÚM Petáková:

Př. 1 Str. 127/př. 58

Napište rovnici paraboly, která má vrchol v počátku a ohnisko

a)  $F[2; 0]$

Řeš.: 1. krok – náčrt – v soustavě souřadnic vyznačíme **zadané** prvky (**vyznačeny červeně**) - vrchol **V** a ohnisko **F** a načrtne parabolu **P** tak, aby osa paraboly ležela v přímce  $\leftrightarrow VF$  a bod **F** ležel uvnitř oblasti ohraničené parabolou



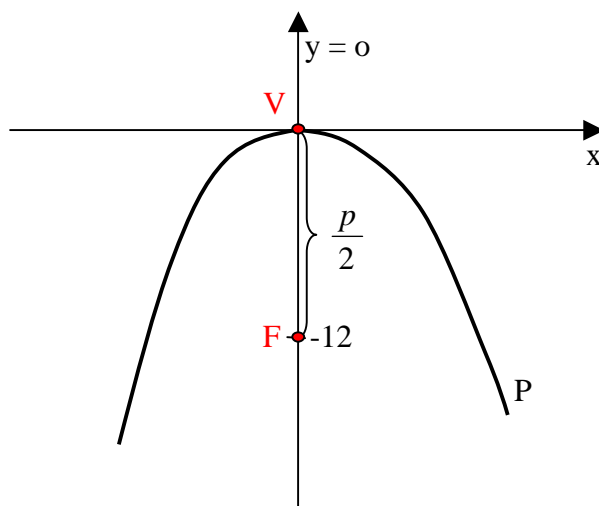
2. krok – výběr typu rovnice podle polohy paraboly v soustavě souřadnic:

$$P: y^2 = 2px \quad \frac{p}{2} = 2 \dots \text{viz náčrt} \implies 2p = 8$$

3. krok – závěr:  $P: y^2 = 8x$

c)  $F[0; -12]$

Řeš.: 1. krok – náčrt - ...



2. krok – výběr typu rovnice podle polohy paraboly v soustavě souřadnic:

$$P: x^2 = -2py \quad \frac{p}{2} = 12 \dots \text{viz náčrt} \implies 2p = 48$$

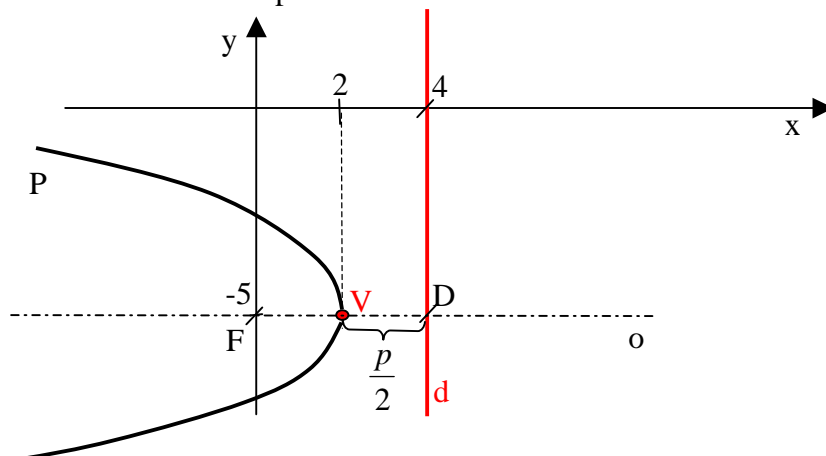
3. krok – závěr:  $P: x^2 = -48y$

**Př. 2** Str. 127/př. 60

Napište rovnici paraboly, která má vrchol  $V[2; -5]$  a řídicí přímku

a)  $d: x = 4$

Řeš.: **1. krok – načrt** – v soustavě souřadnic vyznačíme zadané prvky - vrchol  $V$  a řídicí přímku  $d$  a načrtne parabolu  $P$  tak, aby osa paraboly procházela zadaným vrcholem  $V$  kolmo k řídicí přímce  $d$



**2. krok – výběr typu rovnice** podle polohy paraboly v soustavě souřadnic:

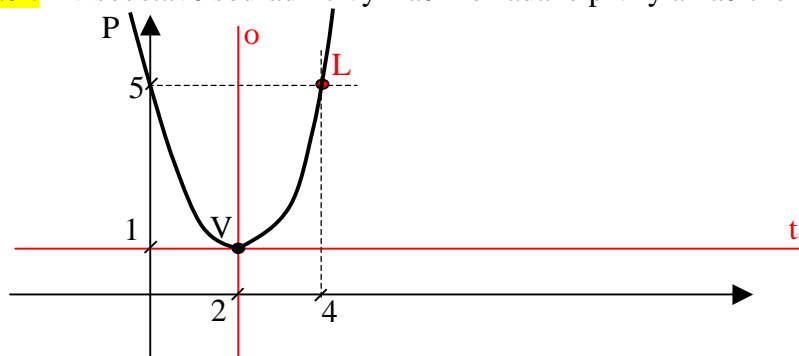
$$P: (y - n)^2 = -2p(x - m), \quad \frac{p}{2} = 2 \dots \text{viz načrt} \implies 2p = 8$$

**3. krok – závěr:**  $P: (y + 5)^2 = -8(x - 2)$

**Př. 3** Str. 127/př. 65

Napište rovnici paraboly, která prochází bodem  $L[4; 5]$ , její osa má rovnici  $o: x - 2 = 0$  a tečna ve vrcholu (vrcholová tečna) má rovnici  $t_v: y - 1 = 0$ .

Řeš.: **1. krok – načrt** – v soustavě souřadnic vyznačíme zadané prvky a načrtne parabolu:



**2. krok – výběr typu rovnice** podle polohy paraboly v soustavě souřadnic:

$$P: (x - m)^2 = 2p(y - n)$$

$$V[2; 1], L[4; 5] \in P \implies P: (4 - 2)^2 = 2p(5 - 1)$$

$$2^2 = 2p \cdot 4 \implies 2p = 1$$

**3. krok – závěr:**  $P: (x - 2)^2 = 1(y - 1)$  neboli  $P: (x - 2)^2 = y - 1$

**Př. 4** Str. 128/př. 72

Napište rovnici paraboly, která prochází danými body  $K[-5; 3]$ ,  $L[1; -3]$ ,  $M[-9; -13]$ . Její osa je rovnoběžná s osou  $y$ .

Řeš.: **1. krok** – výběr typu rovnice, přičemž při tomto typu zadání pracujeme raději s obecnou rovnicí paraboly:

$$o \parallel \text{osa } y \implies P: x^2 + Ay + Bx + C = 0$$

**2. krok** – zadané body mají ležet na parabole  $\implies$  jejich souřadnice musí rovnici paraboly vyhovovat:

$K \in P \dots (-5)^2 + A \cdot 3 + B \cdot (-5) + C = 0$	}	soustava tří rovníc o třech neznámých
$L \in P \dots 1^2 + A \cdot (-3) + B \cdot 1 + C = 0$		
$M \in P \dots (-9)^2 + A \cdot (-13) + B \cdot (-9) + C = 0$		

$$\begin{array}{r} 3A - 5B + C = -25 \\ -3A + B + C = -1 \\ \hline -13A - 9B + C = -81 \\ \hline \Downarrow \\ A = 2, \quad B = 6, \quad C = -1 \end{array}$$

**3. krok** – závěr:  $P: x^2 + 2y + 6x - 1 = 0$

**Př. 5** Str. 128/př. 77

Úpravou na vrcholový tvar rovnice určete souřadnice vrcholu a ohniska a určete rovnici řídicí přímky paraboly:

**m) P:  $y^2 + 12x - 2y - 23 = 0$**  (moje zadání)

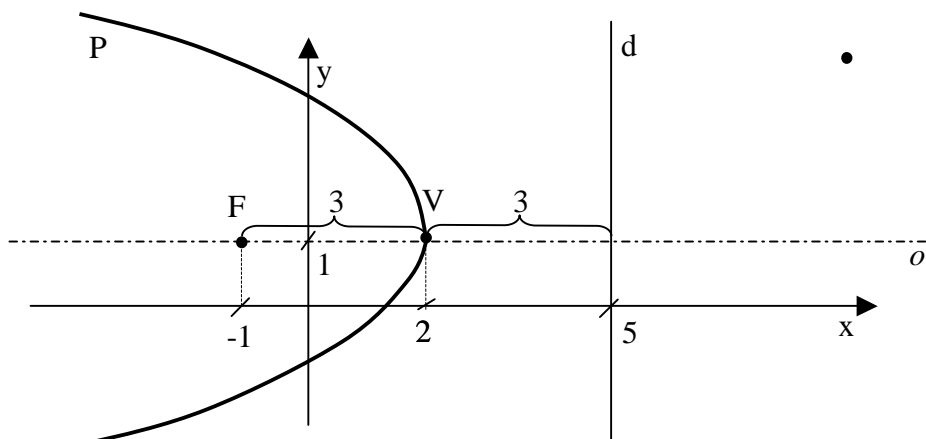
Řeš.: **1. krok** – převod rovnice paraboly z obecného do vrcholového tvaru

$$P: (y^2 - 2y + 1) = -12x + 23 + 1$$

$$P: (y - 1)^2 = -12x + 24$$

$$P: (y - 1)^2 = -12 \cdot (x - 2) \implies V[2; 1], \quad 2p = 12 \implies \frac{p}{2} = |VF| = 3$$

**2. krok** – načrt – v soustavě souřadnic načrtne parabolu (poloha paraboly je dána typem vrcholové rovnice):



**3. krok** – závěr:  $V[2; 1]$ ,  $F[-1; 1]$ ,  $d: x = 5$

**f)** P:  $2x^2 - 6x - 10y - 3 = 0$

Řeš.: 1. krok – převod rovnice paraboly z obecného do vrcholového tvaru

P:  $2x^2 - 6x - 10y - 3 = 0 \quad /: 2$

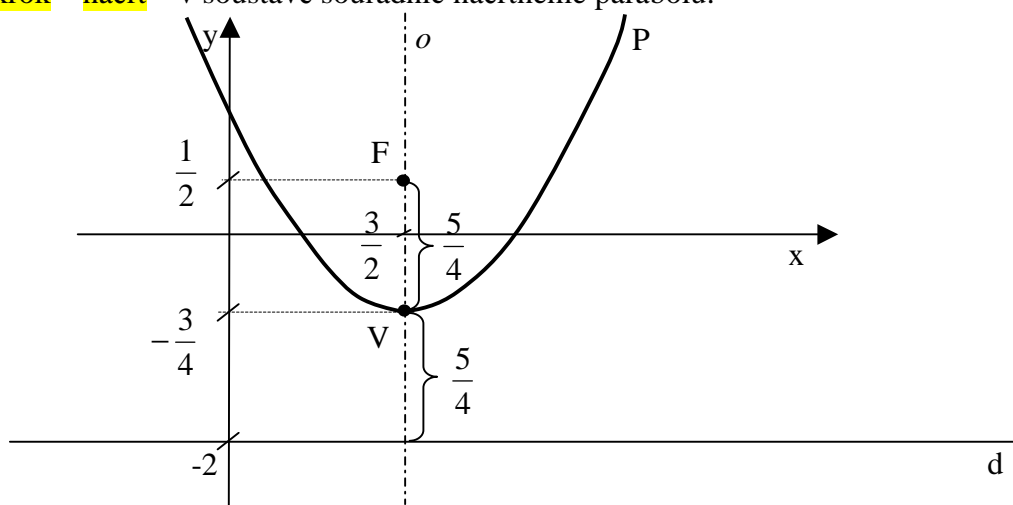
P:  $x^2 - 3x - 5y - \frac{3}{2} = 0$

P:  $\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) = 5y + \left(\frac{3}{2} + \frac{9}{4}\right)$

P:  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 5y + \frac{15}{4}$

P:  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 5 \cdot \left(y + \frac{3}{4}\right) \implies V\left[\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}\right], \quad 2p = 5 \implies \frac{p}{2} = |VF| = \frac{5}{4}$

2. krok – načrt – v soustavě souřadnic načrtneme parabolu:



3. krok – závěr:

$V\left[\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}\right], \quad F\left[\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right], \quad d: y = -2$

**Př. 6** Str. 129/př. 81

Vyšetřete vzájemnou polohu přímky p a paraboly P:

**c)** P:  $y^2 - 2x + 3 = 0$ , p:  $x - y - 1 = 0$

Řeš.: 1. krok – o vzájemné poloze rozhoduje počet společných bodů. Řešíme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých:

$$\begin{aligned} &P: y^2 - 2x + 3 = 0 \\ &p: x - y - 1 = 0 \rightarrow x = y + 1 \\ &x = y + 1 \\ &\rightarrow y^2 - 2(y + 1) + 3 = 0 \\ &y^2 - 2y - 2 + 3 = 0 \\ &y^2 - 2y + 1 = 0 \\ &(y - 1)^2 = 0 \iff y = 1 \rightarrow x = 2 \\ &\text{jediné řešení} \end{aligned}$$

2. krok – rozhodnutí o vzájemné poloze – jediný společný bod má přímka s parabolou ve dvou případech: — je-li přímka rovnoběžná s osou paraboly (to evidentně nenastalo, neboť osa  $o \parallel$  osa  $x$ )

— je-li přímka tečnou

3. krok – závěr: p je tečna paraboly, bod dotyku je T[2; 1]

Ověřte, že bod T leží na dané parabole. Potom napište rovnici tečny paraboly v jejím bodě T:

a)  $T[2; 0]$ ,  $P: 2x^2 - 3x + y - 2 = 0$

Řeš.: 1. krok – ověření, že bod T leží na parabole P

$$l(x, y) = 2x^2 - 3x + y - 2$$

$$l(x_T, y_T) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 0 - 2 = 8 - 6 + 0 - 2 = 0 \iff T \in P$$

2. krok – převod rovnice paraboly z obecného do vrcholového tvaru

$$P: 2x^2 - 3x + y - 2 = 0 \quad / : 2$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y - 1 = 0$$

$$\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}\right) = -\frac{1}{2}y + 1 + \frac{9}{16}$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2}y + \frac{25}{16}$$

$$P: \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} \cdot \left(y - \frac{25}{8}\right)$$

3. krok – rovnice tečny paraboly:

$$t: \left(x_0 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4} \cdot \left(y_0 + y - 2 \cdot \frac{25}{8}\right) \quad \left(2p = \frac{1}{2} \Rightarrow p = \frac{1}{4}\right)$$

$$T \in t \dots \left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4} \cdot \left(0 + y - \frac{25}{4}\right)$$

4. krok – závěr – úprava rovnice tečny

$$\frac{5}{4} \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4} \cdot \left(y - \frac{25}{4}\right)$$

$$\frac{5}{4}x - \frac{15}{16} = -\frac{1}{4}y + \frac{25}{16} \quad / \cdot 16$$

$$20x - 15 = -4y + 25$$

$$20x + 4y - 40 = 0 \quad / : 4$$

$$t: 5x + y - 10 = 0$$