**03 Algebraické výrazy – met.**

**Stručný přehled teorie**

**Algebraický výraz:** zápis skládající se z čísel a z písmen označujících proměnné, jež jsou spojeny znaky operací, popř. obsahují závorky

**Definiční obor výrazu:** množina hodnot proměnných, pro něž má algebraický výraz smysl (neformálně „Podmínky“)

**Úprava algebraického výrazu:** spočívá v nahrazení daného algebraického výrazu jednodušším algebraickým výrazem (ve tvaru např. součinu, bez odmocnin ve jmenovateli, ...), který se původnímu výrazu rovná na jejich společném definičním oboru

**Druhy algebraických výrazů:**

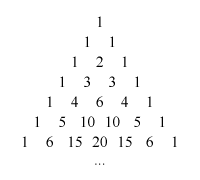
1. iracionální (obsahují odmocniny, )
2. racionální (nevyskytují se v nich odmocniny)
   * celistvé: mnohočleny ()
   * lomené: podíly mnohočlenů (jmenovatel ≠ 0, )

**Vzorce:**

pro *n* liché

 pro *n* liché i sudé

 pro *n* sudé



**Pascalův trojúhelník:**

* geometrické uspořádání [binomických koeficientů](http://cs.wikipedia.org/wiki/Binomick%C3%BD_koeficient)

do tvaru [trojúhelníku](http://cs.wikipedia.org/wiki/Troj%C3%BAheln%C3%ADk)

**Nejčastější úpravy algebraických výrazů:**

1. rozklad mnohočlenu na součin
   * vytýkání
     + - jednoduché, 
       - vícenásobné, 
   * rozklad kvadratického trojčlenu
   * pomocí vzorců
2. úpravy zlomků
   * rozšiřování  , kde b ≠ 0, c ≠ 0
   * krácení , kde b ≠ 0, c ≠ 0
   * usměrňování  b > 0

**Podmínky:** jmenovatel nesmí být roven 0, pod odmocninou nesmí být záporné číslo,….

Met.: Této kapitole je třeba co nejdříve věnovat naprosto mimořádnou pozornost. Obratnost, rychlost a jistota v provádění úprav algebraických výrazů je nutnou podmínkou pro to, aby studenti mohli v budoucnu zvládat nejen řešení nejrůznějších typů rovnic a nerovnic, nýbrž prakticky jakýchkoliv matematických úloh. Pokud má student problémy s úpravami algebraických výrazů, lze to přirovnat k situaci, kdy v hodině českého jazyka píše slohovou práci a nezná tvary některých písmen.

Některé rady pro učitele:

* nespoléhat na znalosti ze ZŠ (úroveň i obsah znalostí jsou u studentů naprosto různé);
* jasně a srozumitelně vyložit hned na začátku studentům, jaké znalosti základních typů úprav výrazů budou vyžadovány - např. a) při rozkladu mnohočlenů na součin s jistotou a bez chyb vytýkat, pracovat s kvadratickými trojčleny, používat vzorce (jasně se dohodnout, které budou vyžadovány zpaměti, nepřehánět požadavky), nebo b) při úpravách zlomků nekompromisně vyžadovat obratnost při provádění veškerých operací s jednoduchými i složenými zlomky (včetně usměrňování) a s jistotou určovat i podmínky, za kterých mají výrazy smysl;
* důkladnému procvičování úloh na úpravy výrazů věnovat dostatek času (případně i na úkor části některého z následujících témat);
* vést studenty k rozvážnému hledání cest k úpravám výrazů (např. úlohy 1) Rozložte na součin: 5a.(6x – y) – 6x + y =

nebo 2) Rozložte na součin: 16(3a + b)2 – (5a – 3b)2 = mohou studenti řešit zbrklým roznásobením (to ale ke splnění úkolu zpravidla nepovede), přičemž je třeba vést je k tomu, aby si všimli možnosti vytýkání, případně použití vhodných vzorců apod. …);

* studenti by se při probírání tohoto tématu měli co nejvíce dostávat k tabuli (ideálně v rámci hodin matematického cvičení, kdy je třída rozdělena na poloviny). Jednak u studentů u tabule učitel nejlépe vidí, co jim dělá potíže, jednak se studenti při plném soustředění u tabule nejvíc naučí;
* prověrky psát až po důkladném procvičení – postupně od zvládnutí úprav jednodušších výrazů (rozklady polynomů na součin, požití jednoduchých vzorců, rozklady kvadratických trojčlenů,…) až po úpravy složitých výrazů (např. se složenými zlomky, s nutností určovat podmínky,…);
* některé další konkrétní rady:

1. **jednoznačnost v zápisech**:

▫ učitel sám by měl u sebe velmi dbát na to, aby při zápisech používal takové tvary písmen a číslic, aby nemohlo docházet k záměnám a chybnému čtení (totéž samozřejmě musí doporučovat studentů a vyžadovat to od nich ve svém, ale i v jejich vlastním, zájmu).

Rozhodně není dobře, když studentům řekne např.: „vím, moje „zetka“ vypadají jako sedm, ale vy mi rozumíte …“, nebo „dejte si pozor, abyste moje téčko někde v rovnici nezaměnili se znaménkem plus …“ apod.

1. **vytýkání**:

▫ mnohdy si žáci nepřinesou ze základní školy dostatečnou zběhlost a vytýkání jim dělá potíže.

Pokud učitel v rámci vizualizace použije pro vysvětlení podstaty vytýkání následující „dětský“

obrázek, určitě to nebude žádná ostuda a spoustě studentů to pomůže princip vytýkání

dobře pochopit:

+

+

**Co je společné, vyndáme …**

=

**Společné prvky**

**Zbylo v prvním váčku**

**Zbylo v druhém váčku**

Př.1: ;

Př.2: . Když vytknu „všechno“, musí zbýt „stopa“ v podobě čísla 1… ověření roznásobením.

1. **určení podmínek, za kterých má daný výraz smysl**:

▫ stanovení podmínek, za kterých má daný lomený výraz smysl, je nesmírně důležité. Učitel by měl zdůraznit a nechat studenty zapsat do sešitu, že **„Jmenovatel zlomku se nikdy nesmí rovnat nule, protože NULOU DĚLIT NELZE!!!“.**

A mohl by ukázat třeba na příkladu hledání podmínek s tím, že by upozornil ve jmenovateli na **tři** činitele, z nichž žádný nesmí být nulový, aby byl **celý součin ve jmenovateli různý od nuly**: tedy

1) ;

2) ;

3) .

Studenti totiž často chybují v tom, že u zlomku typu bez rozmyslu požadují, aby každá proměnná, která se vyskytuje ve jmenovateli v jakémkoliv výrazu, byla různá od nuly. Tedy zde např. . Taková chyba se objevuje prakticky v každé třídě u velkého počtu studentů. Učitel by se měl u tohoto problému zastavit a vysvětlit, proč je to špatný požadavek. Je třeba zdůraznit studentům, že **podmínky musí být uvedeny všechny, ale žádná nesmí být uvedena navíc.**

Takže se podívejme, jestli nastane problém, když bude Zadaný zlomek pak bude vypadat takto: a bude mít samozřejmě při smysl a nulová hodnota proměnné *a* mu nevadí;

▫ dále by měl studentům doporučit, aby nedělali podmínky jako první a neurčovali je ze zadání (samozřejmě pokud není zcela jednoduché, kdy jsou z něj podmínky přímo vidět). Napřed by mělo být provedeno postupně celé řešení a pro určení podmínek vybrána ta fáze výpočtu, v níž jsou všechny jmenovatele rozložené a zapsané v podobě součinu činitelů, ale ještě se nekrátilo. Vyhnou se tak zbytečnému opakování stejných úprav jednak v řešení a jednak při určování podmínek: Např.: … podmínky určíme až z druhého, nikoliv ze zadaného, výrazu (samozřejmě s vědomím, že čitatel jeho druhého zlomku byl původně ve jmenovateli);

▫ podobný problém s určením podmínek se může objevit i u úlohy .

Tady studenti často navrhují podmínky: . Učitel musí návrh s náležitým zdůvodněním odmítnout jako nesprávný, ale měl by navíc zavést diskusi o tom, z kterého zlomku budeme podmínky určovat: - ze zadaného **NE**, ve jmenovateli jsou součty a rozdíly; - z druhého v pořadí **NE**, sice jsme částečně upravili jmenovatele, ale pořád tam zůstává rozdíl; - ze čtvrtého (výsledného) **NE**, krácením jsme z něj odstranili výrazy, které v zadaném zlomku figurují a s nimiž musíme pro hledání podmínek počítat; - ze třetího v pořadí **ANO** – jmenovatel už má tvar součinu, ale výraz je zatím úplný, žádnou jeho část jsme neodstranili krácením.

1. **optimální způsoby řešení používat přednostně**:

▫ např. v jedné třídě učitel napsal zadání: Upravte: a vyzval studenty, aby navrhli cestu k řešení. Pak akceptoval první vyslovený návrh, a to na dělení : s představou, že si takto aspoň studenti zopakují dělení mnohočlenu mnohočlenem. Tím ovšem rozsypal koncepci řešení úlohy a tabule se postupně zaplnila nepřehlednou změtí výpočtů. Správně měl učitel sice studenta pochválit, že jeho cesta k cíli zřejmě vede, ale komplikovaným způsobem. A měl vyzvat další studenty k formulaci dalších nápadů. Z nich měl vybrat ten optimální, který nepochybně vypadal takto: . Tématem hodiny byly úpravy výrazů, ale kvůli takto nešikovně voleným postupům studenti krásná a jednoduchá řešení vůbec neviděli.

Základní poznatky

* + 1. (Státní maturita 05/2016)

Zjednodušte výraz

* + 1. (Státní maturita 05/2016)

Zjednodušte výraz

* + 1. (Státní maturita 09/2016)

Zjednodušte výraz

Typové příklady standardní náročnosti

1.  
2.  
3.  
4.  
5.  
6.  
7.  
8.  

Rozšiřující cvičení

1.  
2. Nalezněte graf funkce