

Software ve výuce matematiky – rady, postřehy, komentáře

- **obecné výhody, rizika a nevýhody**
 - zefektivnění práce
 - snadnější zadání práce
 - lepší možnosti kontroly
 - větší dostupnost studijních materiálů
 - výhodnější nástroje
 - do výuky lze zařadit nové možnosti a prvky
 - někdy mnoho nových informací pro žáky najednou
 - je-li vše připraveno, učitel nemusí odhadnout správné tempo pro studenty, studenti (zejména slabší) mívají problém s vedením si vlastních poznámek
 - žáci se někdy nesoustředí na to pro výuku důležité („ohromení“ z efektů, uniká jim to podstatné)
 - nebezpečí ztráty některých dovedností (používání kalkulaček na rutinní výpočty – ztráta početních návyků, zručnosti; rýsování do připravených šablon – ztráta schopnosti sestavit příslušné těleso dle zásad volného rovnoběžného promítání)
 - finanční či technické problémy
 - nekompatibilita systémů
 - náročnost příprav pro učitele, studium vlastností příslušného software
 - nízká motivace učitele k obohacení své výuky
 - časová náročnost v samotné hodině – příprava techniky nějaký čas trvá
 - neočekávané problémy (výpadek proudu či internetu, něco nefunguje,...)
- **základní postřehy a pravidla**
 - software není nutné (často ani možné) využívat v každé hodině
 - software je třeba užívat promyšleně a být k tomu náležitě připraven (není obvykle vhodné začít výukový materiál tvořit před studenty v hodině)
 - výuka s využitím „moderních“ metod nemusí být kvalitnější než výuka bez nich
 - některé učivo se více hodí probírat s využitím některého software (např. řada geometrických úvah) než jiné (např. učivo o rovnicích) – uvedené příklady však nelze brát absolutně
 - křída, tabule, sešit a učebnice mají stále ve výuce matematiky své místo a nemáme na tyto prostředky rezignovat
 - není to povinné (učitele lze k takové aktivitě těžko nutit) x „kvalita“ učitele a jeho výuky
 - software může být „v pozadí“ – příprava úloh do hodiny či písemné práce a v samotné hodině vůbec nemusí „být vidět“
 - používané materiály je vhodné zpřístupnit studentům (Moodle, facebook, e-mail,...)
 - je dobré připravovat materiály zejména pro ty partie, které dostatečně nepokrývají učebnice (není třeba učebnice přepisovat x doplnění, obohacení zdrojů pro studenty)
 - možnost práce s internetem
 - doplnění informací, přesah, „doložení učitelových informací“, obohacení výuky
 - podnícení zájmu u studentů,

- upozornění na historické souvislosti, zajímavé matematické problémy přesahující SŠ učivo, jejichž podstata je však SŠ studentům dostupná a pochopitelná,
- odkazy na stránky s kvalitním matematickým obsahem, úložiště úloh (např. novamaturita.cz)
- ukázky ilustrací, dokreslení problémů (např. typicky vhodné téma: Zlatý řez + Fibonacciho posloupnost)
- často jde o průběžnou práci učitele na řadu let, která vyžaduje jeho chuť a odhodlání, o postupné vytváření a přidávání dalších materiálů
- není přitom potřeba veškeré materiály „vyrábět nově a samostatně“
 - spolupráce s kolegy – vzájemné poskytování si materiálů
 - hledání hotových materiálů na internetu
 - s nimi je ovšem třeba se před vlastní výukou seznámit
 - pozor – lze narazit na materiály různé kvality
- příklady materiálů
 - *výukové materiály*
 - teoretické přehledy, důležité definice, vlastnosti studovaných objektů, vzorce (typicky vztahy mezi goniometrickými funkcemi, vzorce pro derivování, integrování, ...)
 - soubory úloh, pracovní listy (vhodné je jejich zpracování včetně výsledků, ideálně i návodů u obtížnějších úloh)
 - materiály k celkům „volajícím“ po využití informačních technologií
 - funkce – vlastnosti, grafy, rovnice, nerovnice
 - geometrické učivo - planimetrie, stereometrie, analytická geometrie
 - dílčí části některých dalších celků – např.
 - komplexní čísla (úlohy v Gaussově rovině – propojení s geometrickými partiemi)
 - matematická analýza – průběh funkce, přibližné vyjádření funkce
 - někteří učitelé ukládají zápisy z hodiny na interaktivní tabuli, které následně poskytují studentům k domácí přípravě
 - *materiály pro písemné či ústní zkoušení*
 - pečlivá formulace zadání úloh (napsat na počítači x rukou)
 - příprava numerické stránky úloh (variantní zadání, rychlá kontrola výsledků)
 - uchování materiálů k dalšímu využití
 - pohodlná a přehledná archivace
 - někdy může sloužit jako podklad pro jednání s rodiči
 - snadnější příprava podobného zadání
 - opravení překlepů či nevhodných formulací zadání
 - úprava bodového hodnocení, časové náročnosti
 - výhodné k výběru některých úloh do jiných písemných prací
 - možnost „předrýsovat“ některá zadání
 - jednoznačné zadání polohové úlohy
 - časová úspora – např. nemusíme studenty nechat vždy rýsovat příslušné těleso ve volném rovnoběžném promítání

- „vychytání“ nechtěných skutečností – např.
 - rys se nevejde do vymezeného místa
 - řez se zobrazí „téměř do úsečky“
 - při drobné nepřesnosti bod „vyjde na jiné hraně tělesa“
 - materiály k rozborům písemných prací
 - grafy
 - obrázky ke geometrickým úlohám
 - následná snadná a rychlá kontrola nejen výsledků (scany autorských řešení)
- **k promyšlení při přípravě učitele – několik upozornění do začátku**
 - různý účel využití (vzorový příklad x úloha do pracovního listu x úloha ke zkoušení x kontrola výsledků pro studenty) může znamenat různý způsob zpracování
 - stačí jen výsledky úloh x je potřebný i postup řešení
 - rozsah, velikost písma, barva, tloušťka čar – jinak to vypadá na monitoru, jinak při promítání
 - využití efektů – zdůraznění něčeho x rušení pozornosti posluchačů
 - jaký software využiji
 - kvalita
 - matematická
 - didaktická
 - dostupnost na škole, pro studenty
 - kompatibilita materiálů – např. problémy různých interaktivních tabulí – řada druhů, jiné firmy, „nespolupracují spolu“
 - ? využití tabletů ve výuce ?
 - ? interaktivní učebnice ?
 - způsob vedení si poznámek ze strany studentů ve vztahu k materiálům
 - ? jakou (v jakém rozsahu) mám možnost na škole materiály tisknout ?
 - ? časová náročnost přípravy techniky v učebně na hodinu ? – raději si vyzkoušet předem
- **příklady konkrétních druhů software, možnosti jejich využití, ukázky některých materiálů**
 - co se v nich dá hlavně dělat
 - při jakých příležitostech a jakým způsobem je lze využívat ve výuce
 - hlavní výhody a nevýhody
 - inspirace pro výuku
 - nezaměřujeme se zde na způsob (výuku) práce s daným software – viz jiná výuka na MU
 - dále konkrétní software
 - Graph
 - Cabri geometrie
 - Geogebra
 - Derive
 - Wolfram Alpha

- Graph
 - je zdarma
 - je jednoduchý
 - ovládání je intuitivní
 - komunikuje i česky
 - má přehlednou a srozumitelnou nápovědu rovněž i česky
 - využití ke kreslení grafů funkcí
 - základní možnosti užití
 - vykreslení grafu funkce zadané předpisem
 - volba měřítka os, velikosti dílku, tloušťky a barvy čáry
 - více grafů v jednom obrázku
 - lze si v něm připravit podporu pro výuku o vlastnostech a grafech elementárních funkcí (přesná poloha, důležité body, průsečíky se souřadnicovými osami, prvky symetrie, asymptoty), průběhu funkce, ...
 - domovská stránka <http://www.padowan.dk/> (zde lze stáhnout a pak si nainstalovat do počítače)
 - ve výuce:
 - grafy funkcí (přehled grafů základních elementárních funkcí)
 - grafy posunutých funkcí (prvky symetrie, důležité body, průsečíky se souřadnicovými osami, asymptoty), role koeficientů a jejich geometrický význam
 - studium vlastností funkcí (definiční obor, obor hodnot, parita, důležité body, intervaly monotonie, extrémy, zakřivení, asymptoty – průběh funkce)
 - vzájemná poloha více grafů
 - grafické řešení rovnic a nerovnic
 - problematika inverzních funkcí
 - diferenciální počet
 - tečny a normály funkcí
 - průběh funkce – komplexní úlohy
 - v pokročilejších skupinách – přibližné vyjádření funkce – aproximace Taylorovými polynomy – role rostoucího stupně polynomu
- Cabri geometrie
 - je licencovaná
 - je poměrně jednoduchá
 - komunikuje i česky
 - ovládání je intuitivní
 - nápověda při konstrukci může být zobrazována v okně na okraji pracovního pole (je rovněž i česky)
 - využití k geometrickým konstrukcím, měřením délek a úhlů, výpočtům, posouzením vzájemné polohy útvarů
 - je dynamická – snadná změna polohy či rozměrů uvažovaných útvarů a s tím spojené překreslení konstrukce
 - vytvořené obrázky lze exportovat např. do Wordu (pokles kvality, ztráta dynamičnosti) – vytvoření výukových materiálů pro studenty
 - základní možnosti užití

- volba typů čar, tloušťky, barvy, možnost označení útvaru, lze provádět euklidovské i neeuklidovské konstrukce, studium metrických vlastností útvarů se kterými pracujeme, možnost vkládání textů s rozborů, vysvětlujícími komentáři
- obrázky pro podporu teoretického výkladu (např. mocnost bodu ke kružnici – ilustrace toho, že nezáleží na poloze sečny procházející pevným bodem)
- provádění konstrukčních úloh – ideální zejména při diskusi o počtu řešení dané úlohy
- přehledné konstrukce ve stereometrii, možnost připravení šablon těles, ve kterých stereometrické úvahy provádíme – příprava zadání pracovních listů, písemných prací včetně jejich rozborů
- vytváření stopy pohybujícího se objektu – např. „zahradnická“ konstrukce elipsy
- zkoumání vlastností zobrazení – možnost vykreslovat polohy bodu, které jsou určeny pohybem jiného bodu
- pomocník při důkazových úlohách
 - možnost pozorování vlastností jistých objektů při změně polohy
 - podpoření či vyvrácení hypotéz
 - možnost ověření, zda jistý bod leží na jiném objektu či v průsečíku jistých útvarů
- Derive
 - placený software (avšak výrazně levnější než např. Maple či Mathematica), který je na řadě škol dostupný
 - dříve velká propagace (školení pedagogů, články o využití), dnes se už příliš nezmiňuje
 - spíše ukázka toho, že ne vše co je drahé, musí být kvalitní
 - má nemálo chyb a nedostatků, s řadou jen trochu složitějších výpočtů si neporadí
 - slušně zvládá problematiku polynomů, algebraických a některých dalších typů rovnic v oboru reálných i komplexních čísel (algebraické i numerické řešení), úpravy vhodných typů výrazů, derivace a jednodušší integrály, výpočty s komplexními čísly (absolutní hodnota, Moivreova věta, úvahy v Gaussově rovině)
 - obsahuje nástroj krokování výpočtů
 - základní možnosti užití
 - jako nástroj pro přípravu
 - do hodin
 - písemných prací
 - pracovních listů
 - lze pomocí něj rozmyslet numerickou obtížnost úloh
 - najít vhodné číselné hodnoty do zadání tak, aby úloha např. „pěkně vycházela“
 - připravit variantní zadání úloh srovnatelné obtížnosti (např. do písemné práce)
 - přípravy lze uložit a kdykoliv se k nim vrátit, pokračovat, tvořit podobné úlohy – zásobárna úloh, archiv

- ukázky chyb tohoto software studentům, jejich diskuse, poučení že ne vždy lze softwaru nekriticky věřit a že nemáme rezignovat na svůj úsudek
- C.a.R. (Compass and ruler)
 - Freeware využívající Javy a nyní již není aktualizován, http://car.rene-grothmann.de/doc_en/index.html
 - zvládá funkce v rámci geometrie jako Cabri Geometrie nebo Geogebra, prostředí je stejně intuitivní (možná i jednodušší pro studenty, ale v angličtině)
 - velkou výhodou je využití C.a.R. pro zadávání domácích úkolů přes web (pokud se odstraní problémy s Javou v prohlížeči nebo přes nainstalovaný program)
 - Student vidí výsledný objekt hnědou barvou a musí konstruovat řešení, po překrytí výsledného objektu je student pochválen (nestačí jen obkreslit hnědé čáry)
 - Zadání úkolu otevřete pod odkazem Special → Test this Assignment (ctrl-F1)
- Geogebra
 - volný software, <https://www.geogebra.org/>
 - zvládá všechny funkce jako Cabri Geometrie a další
 - Geometrie – podobná Cabri geometrii, tato verze je podobná aplikaci na mobil
 - Lze sestavit šablony těles pro stereometrii a provádět řezy, metrické úlohy, euklidovská geometrie, shodná a podobná zobrazení
 - Grafická kalkulačka – vhodná pro grafy funkcí, obdobná verze i pro mobil
 - Kromě grafů funkcí a grafického řešení rovnic a nerovnic, lze využít nástroje pro extrémy funkcí, kořeny, lineární regrese a propojení s tabulkou
 - Lze zde využít podobné nástroje jako v Geometrii (zobrazení, dokreslování útvarů...)
 - 3D grafy – vzniklá 3D tělesa lze různě otáčet, využít průniků rovin, tvorby sítě tělesa
 - Ve stereometrii je vhodné doplnit 3D grafy i geometrií v rovině. 3D objekty jsou pro studenty zajímavé a mohou jim různé pohledy pomoci s pochopením, ale s konstrukcí do sešitu jim nepomohou a hodně to zpomaluje výuku
-> rýsovat v 2D a poté si ukázat výsledek v 3D
 - Pravděpodobnost – zde naleznete pokročilejší nástroje než jsou potřeba k výuce na SŠ (Normální rozdělení, binomické...), různé testy a odhady
 - Tabulka – prostředí se chová jako MS Excel nebo Google tabulky, lze konstruovat grafy, pracovat s daty a propojit s prostředím Pravděpodobnost
 - Geogebra klasik – balíček obsahující všechny předchozí aplikace
 - Geogebra nabízí i Poznámky nebo Vědeckou kalkulačku

- velkou výhodou jsou sdílené materiály (nejen do matematiky, ale i fyziky, zeměpisu) na webu <https://www.geogebra.org/materials>
- studenti mohou mít aplikaci na mobilním telefonu a v hodině si s tím celkem vystačí
- Kahoot
 - základní verze zdarma <https://kahoot.com/>
 - nástroj na elektronické testování a soutěžení ve třídě
 - Učitel si připraví nebo najde „kahoot“ na create.kahoot.it. Přes dataprojektor pak zobrazuje zadání a žáci si na svých mobilech (tabletech, pc) odpovídají - stačí mít prohlížeč a jít na adresu kahoot.it a zadat pin.
 - Studenty soutěžení dost baví a jsou rádi, když se objeví na stupni vítězů – mohou si vytvářet různé přezdívky, které dodávají větší zábavnost
 - tři typy „kahootů“ první je Quiz – klasický test, asi nejčastější. Jumble – seřazovačky a Survey – dotazník.
 - Prostředí testových úloh není moc přístupné matematice, ale lze to zvládnout i pomocí obrázky
 - Zde je pár mých testů z hodiny – studenti soutěží a v průběhu si rozebíráme výsledky
 - Nerovnice a logika: <https://create.kahoot.it/details/098fdef5-ff36-4643-8c0c-5178f01ff60b>
 - Pravděpodobnost: <https://create.kahoot.it/details/63e6a9e7-2d62-4cc3-a648-52be641dd7b1>
 - Goniometrické rovnice: <https://create.kahoot.it/details/goniometricke-rovnice/1dc728d4-9054-4dd3-92f4-6c1f43e7a158>
- Quizizz
 - Podobná aplikace jako Kahoot <https://quizizz.com/>
 - Možnost vyhledávání testů a jejich snadné kopírování do vlastního účtu
 - Vytváření vlastních her a jejich jednoduchá editace
 - Kvíz přímo ve třídě nebo tzv. „Domácí“ úkol – nastavení časovače
 - Možnost individuálního postupu žáků
 - Přehled učitele, Reporty, přidání do Google Classroom
 - Více o aplikaci zde <https://www.guruveskole.cz/course/quizizz/>