2. Homogenita meteorologických pozorování

2.1 Homogenita klimatologických řad

Conrad, W., Pollak, L. W. (1950):
Klimatologickou řadu vyjadřující kolísání klimatologického prvku označíme za homogenní, jestliže její kolísání jsou zapříčiněna jen kolísáním počasí a podnebí.

Narušení homogenity řad
Souvisí s měřením a pozorováním na meteorologických stanicích (metadata) – přemístění stanice, změna termínů a přístroj, atd.

2.1.1 Relativní homogenita

Conrad, W., Pollak, L. W. (1950):
Klimatologická řada je relativně homogenní vzhledem k synchronní řadě jiného místa (homogenní), jestliže diference (teplota vzduchu), popř. podíly (srážky) odpovídajících si dvojic hodnot tvoří řadu náhodných čísel, která vyhovuje zákonu chyb.

2.2 Homogenizace klimatologických řad

- výběr referenční řady
- zjištění nehomogenit (testy relativní homogenity)
- homogenizace a doplnění chybějících hodnot

2.2.1 Výběr referenční řady

- dostatečný stupeň podobnosti mezi referenční a testovanou řadou ($r_{xy} > 0,70$)
- referenční řada:

a) řada jedné homogenní stanice
b) prostorový průměr (např. výběr stanic podle vzdálenosti, korelačního koeficientu, územní jednotka)

2.2.2 Testy relativní homogenity

Obecný postup testování:

- podmínky aplikovatelnosti testu (nezávislost hodnot, normální rozdělení atd.)
- nulová a alternativní hypotéza (H0, H1)
- výpočet testovacího kritéria s určitým teoretickým rozdělením (μ, σ)
- nalezení kritické hodnoty
- porovnání testovacího kritéria a kritické hodnoty – přijetí nebo zamítnutí H0 (H1)

- **testování náhodnosti hodnot řady diferencí (kvocientů)**

Helmert´s criterion:

S - number of sequences ++ or --

C - number of sequences -+ or +-

$$-\sqrt{n-1} \leqq S - C \leqq \sqrt{n-1}$$

Abbe´s criterion:

$$A = \sum_{i=1}^{n} d_i'^2 \qquad B = \sum_{i=1}^{n} (d_i' - d_{i+1}')^2 \qquad d_i' = d_i - \bar{d}$$

$$1 - \sqrt{\frac{1}{n}} \leqq 2A/B \leqq 1 + \sqrt{\frac{1}{n}}$$

- testování náhodnosti hodnot řady diferencí (podílů), majících přibližně normální rozdělení

Autocorrelation coefficient $r_x(1)$:

$r_x(1) > r(p)$ - non-randomness

$$r(p) = \frac{-1 + z(p)\sqrt{n-2}}{n-1}$$

The von Neumann ratio:

$V > V(p)$ - randomness

$$V = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (d_i - d_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} d_i\right)^2}$$

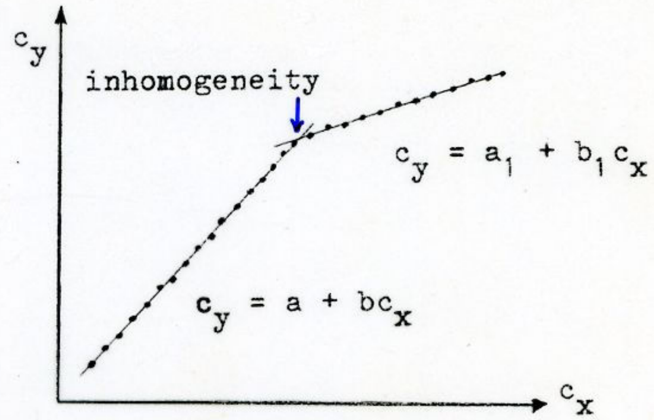
$$V(p) = \frac{2n \pm 2z(p)\sqrt{n-2}}{n-1}$$

Metoda dvojné součtové čary (double-mass analysis)

$$c_{x_k} = \sum_{k=1}^{n} x_k$$

$$c_{y_k} = \sum_{k=1}^{n} y_k$$

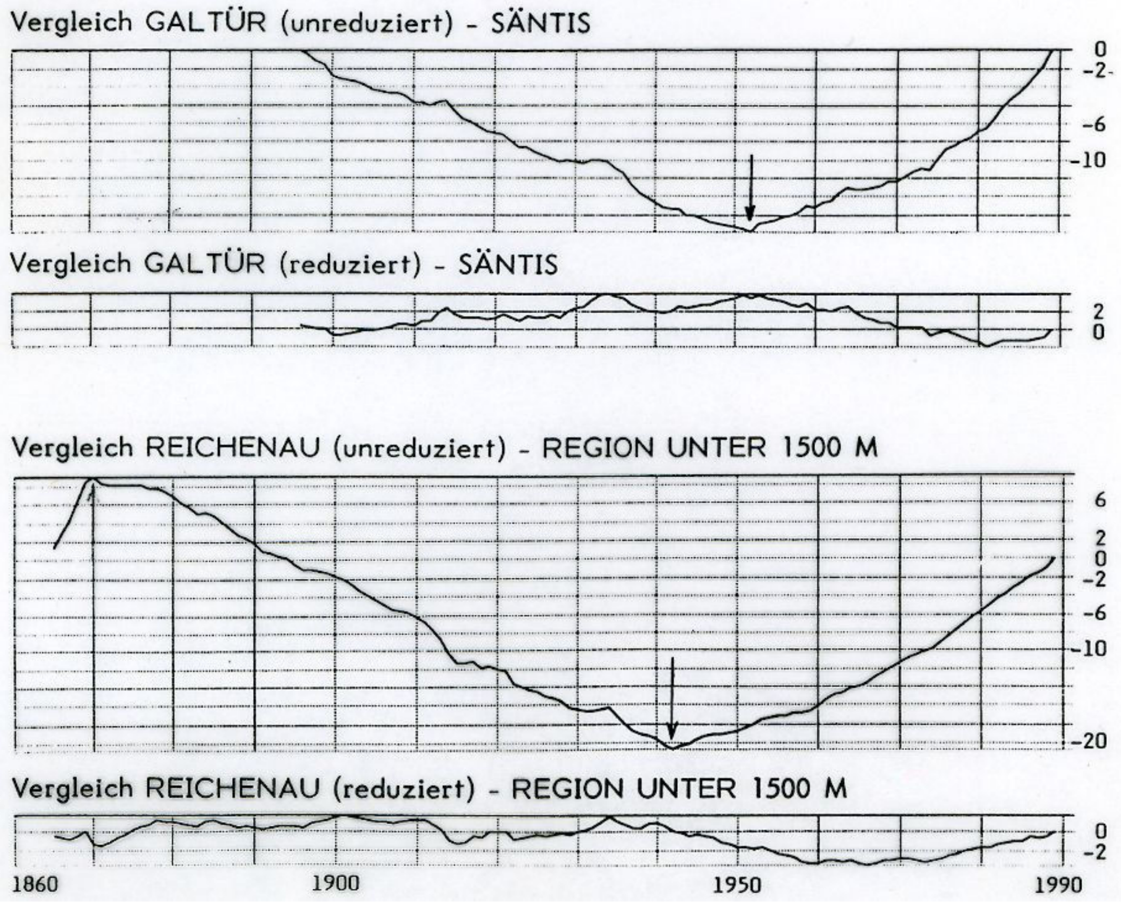
$$k = 1, 2, \ldots, n$$



Craddockův test

cumulative deviations $s_k = d_1 + d_2 + \ldots + d_k$, $k = 1, 2, \ldots,$

$$d_k = \sum_{i=1}^{k} (c x_i - y_i) \qquad c = \bar{y}/\bar{x}$$

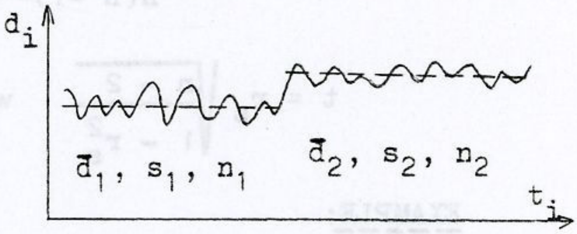


Studentův t-test (testování statistické významnosti průměrů)
- náhlá změna se znalostí roku nehomogenity

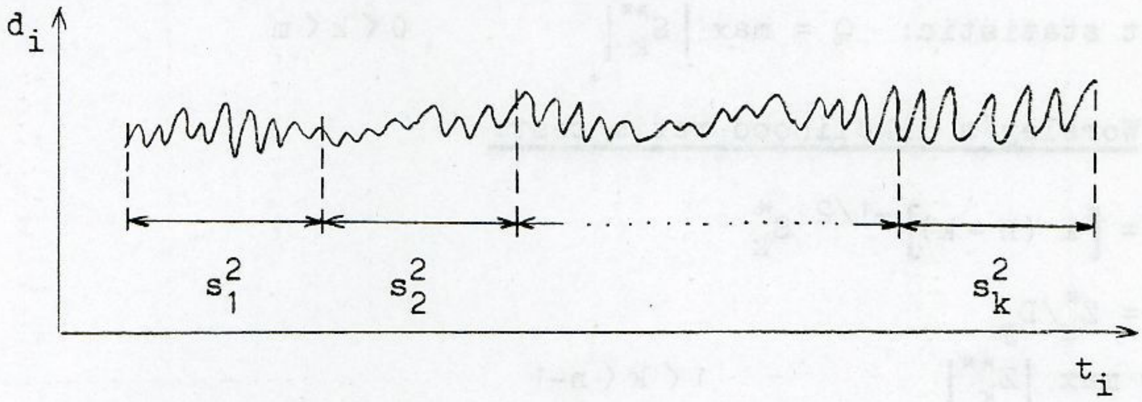
$$t_d = \frac{\bar{d}_1 - \bar{d}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\left[\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right]^{1/2}}$$

with t-distribution and $\nu = n_1 + n_2 - 2$

$$n_1 s_1^2 = \sum_{i=1}^{n_1} d_i^2 - \frac{1}{n_1}\left(\sum_{i=1}^{n_1} d_i\right)^2$$



Bartlettův test – testování homogenity řady v rozptylu



$$s_k^2 = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} d_i\right)^2\right]$$

Poměr smax2 / smin2 se porovnává s tabelovanými kritickými hodnotami.

Testy náhodnosti vzhledem k trendu

Mann-Kendallův test

- diference di jsou nahrazeny jejich pořadím ki (i = 1, 2, …, n)
- pořadí ki se porovnává s následujícími pořadími ki+1, …, kn
- počítá se počet následných pořadí ni, jejichž hodnota přesahuje ki

$$\tau = \frac{4P}{n(n-1)} - 1 \qquad P = \sum_{i=1}^{n-1} n_i$$

$$\tau(p) = 0 \pm z(p)\sqrt{\frac{4n+10}{9n(n-1)}}$$

EXAMPLE:

Year	i	d_i	k_i	n_i	$c_i = k_i - i$
1935	1	-0.4	6	13	5
	2	1.1	15	5	13
	3	1.9	17	3	14
	4	-1.2	2	15	-2
	5	-1.0	3	14	-2
1940	6	1.0	14	4	8
	7	2.0	18	2	11
	8	0.6	9	7	1
	9	0.2	8	7	-1
	10	-0.9	4	9	-6
1945	11	-0.8	5	8	-6
	12	0.9	12.5	3.5	0.5
	13	0.1	7	6	-6
	14	0.9	12.5	3	-1.5
	15	0.8	11	3	-4
1950	16	2.1	19	1	3
	17	1.2	16	1	-1
	18	0.7	10	1	-8
	19	2.8	20	0	1
1954	20 = N	-1.4	1	-	-19

P=105.5

$$\tau = \frac{4 \cdot 105.5}{20 \cdot 19} - 1 = +0.111$$

$$\tau(p) = 0 \pm 1.96\sqrt{\frac{80+10}{180 \cdot 19}} = \pm 0.318$$

$0.111 \in (-0.318;\ 0.318)$ differences d_i are random

Spearmanův test pořadové statistiky

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} c_i^2}{n(n^2-1)} \qquad c_i = k_i - i$$

$$t = r_s \sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} \quad \text{with t-distribution and } \nu = n - 2$$

EXAMPLE:

$$r_s = 1 - \frac{6 \ . \ 1147.5}{20 \ . \ 399} = +0.137$$

$$t = 0.137 \sqrt{\frac{18}{1-(0.137)^2}} = +0.587$$

$0.587 \in \langle -2.101;\ 2.101 \rangle$ differences d_i are random

Testy skokové změny v průměru

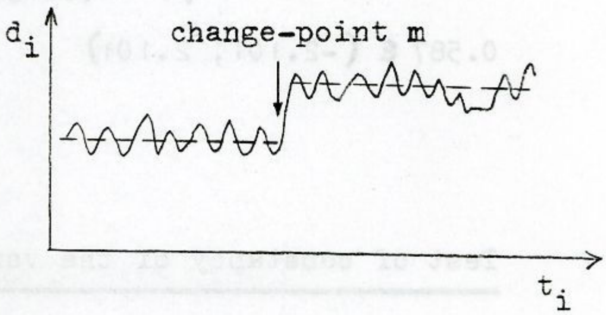
Buishandův test kumulativních odchylek

$$S_0^* = 0, \quad S_k^* = \sum_{i=1}^{k} (d_i - \bar{d})$$

$$k = 1, 2, \ldots, n$$

$$D_y^2 = \sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2 / n$$

$$S_k^{**} = S_k^* / D_y, \quad k = 0, 1, \ldots, n$$



Test statistic: $Q = \max \left| S_k^{**} \right| \qquad 0 < k < m$

Worsleyho test pravděpodobnostního poměru

$$Z_k^* = \left[k\,(n-k)\right]^{-1/2} S_k^*$$

$$Z_k^{**} = Z_k^*/D_y$$

$$V = \max \left|Z_k^{**}\right| \qquad 1 < k < n-1$$

Test statistic:

$$w = \frac{V\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-V^2}}$$

Poloha maxim $\left|S_k^{**}\right|$ nebo $\left|Z_k^{**}\right|$ odpovídá bodu změny m

Test Maronny a Yohaie pro detekci posunu v průměru

H_0: $\{x_i, y_i\}$ – the same bivariate normal distribution $N\{\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \varrho\}$

H_1: $\{x_i, y_i\}$ – for $i \leq i_0$ $(0 < i_0 < n)$ normal distribution $N\{\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \varrho\}$

– for $i > i_0$ $(0 < i_0 < n)$ normal distribution $N\{\mu_x, \mu_y + d, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \varrho\}$, $d \neq 0$

$$X_i = 1/i \sum_{j=1}^{i} x_j \qquad X_n = \bar{x}$$

$$Y_i = 1/i \sum_{j=1}^{i} y_j \qquad Y_n = \bar{y}$$

$$S_x = \sum_{j=1}^{n} (x_j - \bar{x})^2 \qquad S_y = \sum_{j=1}^{n} (y_j - \bar{y})^2$$

$$S_{xy} = \sum_{j=1}^{n} (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})$$

$$F_i = S_x - (X_i - \bar{x})^2 \; ni/(n - i) \qquad i < n$$

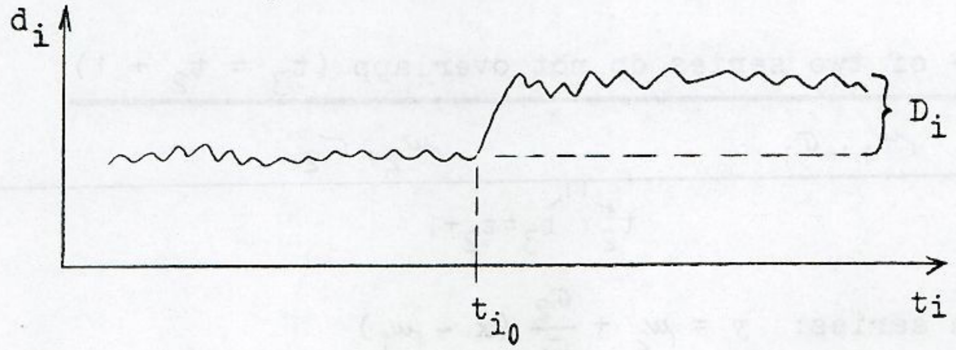
$$D_i = \left[S_x (\bar{y} - Y_i) - S_{xy} (\bar{x} - X_i)\right] n/(n - i)F_i$$

$$T_i = \left[i(n - i) \; D_i^2 F_i\right]/(S_x S_y - S_{xy}^2)$$

The test statistic:

$$T_0 = \max_{i < m} \{T_i\}$$

H_0 is reject when T_0 is larger than constant k (tabulated)



*Tab. 2 Kritické hodnoty **k** pro statistiku T_0, pro rozsah řady **n** a hladinu významnosti 0,05 [15].*

n	10	15	20	30	40	70	100
k	6.8	7.4	7.8	8.2	8.7	9.3	9.3

Alexanderssonův text homogenity pro jednoduchý zlom (Standard Normal Homogeneity Test)

Nejprve se vytvoří řada poměrů (v případě srážek) nebo differencí (v případě teplot vzduchu) mezi testovanou a referenční řadou (možný způsob konstrukce referenční řady udává např. [1, 2]). Tato řada $\{q_i\}$ je následně standardizována:

$$z_i = \frac{(q_i - \bar{q})}{s_q}$$

kde $\bar{q}$ je hodnota aritmetického průměru poměrů nebo diferencí $\{q_i\}$, s_q je směrodatná odchylka této řady (s váhou n-1, což ovlivňuje hodnotu testovacího kritéria a hladinu významnosti).

Nulová hypotéza je definovaná následovně [2]:

$$H_0 : z_i \in N(0,1),\ i \in \{1,\dots n\}.$$

Alternativní hypotéza:

$$H_1 : z_i \in N(\mu_1,1),\ i \in \{1,\dots a\}.$$

$$z_i \in N(\mu_2,1),\ i \in \{a+1,\dots n\}.$$

kde $1 \le a < n$ a $\mu_1 \ne \mu_2$, $z_i \in N(0,1)$ značí, že řada z_i má normální rozdělení s nulovým průměrem a jednotkovou směrodatnou odchylkou.

Testovací kritérium T_0 se získá ze vztahu:

$$T_0 = \max_{1 \le a < n-1} \{T_a\} = \max_{1 \le a < n-1} \{a\bar{z}_1^2 + (n-a)\bar{z}_2^2\}$$

kde:
$$\bar{z}_1 = \frac{1}{a}\sum_{i=1}^{a} z_i\ ,\ (\bar{z}_1 \approx \mu_1)$$

$$\bar{z}_2 = \frac{1}{n-a}\sum_{i=a+1}^{n} z_i\ ,\ (\bar{z}_2 \approx \mu_2).$$

Hodnota a určuje rok, ve kterém s největší pravděpodobností došlo ke zlomu. Přesněji řečeno, je to poslední rok s prvním průměrem μ_1.

Jestliže hodnota T_0 je větší než určitá kritická hodnota (tab. 1), řadu hodnotíme jako nehomogenní na dané hladině významnosti. Hodnoty T_a můžeme dále vynést do grafu a podle nich potom soudit na charakter řady $\{q_i\}$.

Poměr $\bar{q}_2 / \bar{q}_1$, resp. rozdíl $\bar{q}_2 - \bar{q}_1$, kde $\bar{q}_1$, $\bar{q}_2$ jsou průměrné hodnoty řady poměrů (diferencí) před a po možném zlomu, udávají hodnotu opravy testované řady.

Nevýhodou testu je, že rok nejpravděpodobnější změny má tendenci se vyskytovat blízko začátku a konce řady. V testu není ani specifikováno rozdělení samotných řad. Prostě se předpokládá, že poměry (rozdíly) mají alespoň přibližně normální rozdělení. Je proto dobré řady, které nemají normální rozdělení, na toto rozdělení transformovat.

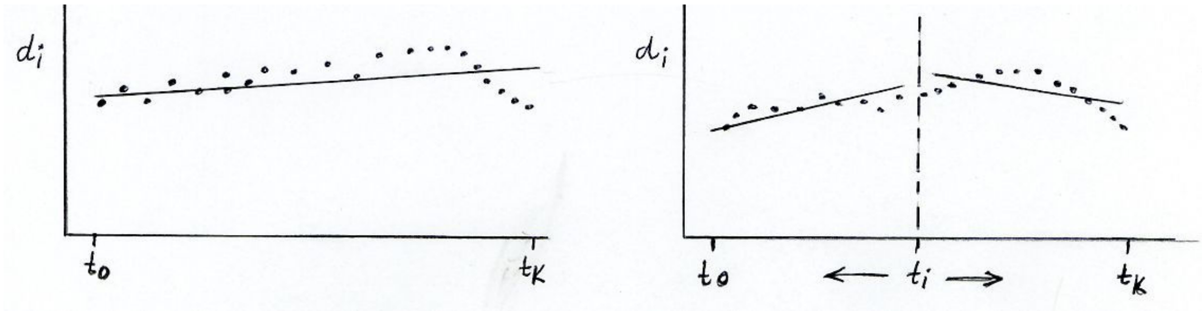
Uvedený test může být aplikován pouze na jednoduchý zlom (posun v průměru).

*Tab. 1 Kritické hodnoty **k** Alexanderssonova testu pro rozsah řady **n** a hladinu významnosti 0,05 [1].*

n	10	20	40	60	80	100	150	200
k	5.7	7.0	8.1	8.7	9.0	9.2	9.4	9.6

Test Easterlinga a Petersona

Suma čtverců RSS1 Suma čtverců RSS2



místo s nejmenší hodnotou RSS2 – možná nehomogenita
testovací kritérium:

U = [(RSS1 – RSS2) / 3] / [RSS2 / (n – 4)]

má F rozdělení s 3 a n – 4 stupni volnosti

Pomocí t-testu se zjišťuje, zda je statisticky významný rozdíl v průměrech dané části řady před a po možné nehomogenitě

2.2.3 Homogenizace a doplnění chybějících hodnot

- homogenizace řady se provádí na současné období měření (do minulosti)
- opravují se statisticky významné nehomogenity vysvětlitelné metadaty, popř. tzv. nezpochybnitelné nehomogenity (projevující se ve větším počtu období a logicky ukazující na stejnou příčinu)
- nehomogenní hodnoty testované řady se opravují podle průměrných diferencí (kvocientů), odvozených ze společného období testované a referenční stanice
- chybějící hodnoty se doplňují podle referenční řady se zřetelem na příslušnou opravu mezi referenční a testovanou řadou

Poznámka: chybějící hodnoty v řadě mohou být doplněny různými technikami před homogenizací (např. regresní analýzou, metodou diferenci či kvocientů).

Doporučená literatura:

Alexandersson, A. (1986): A homogeneity test applied to precipitation data. Journal of Climatology, 6, č. 6, s. 661–675.

Brázdil, R., Štěpánek, P. (1998): Kolísání teploty vzduchu v Brně v období 1891–1995. Geografie – Sborník České geografické společnosti, 103, č. 1, s. 13-30.

Peterson, T. C. (1998): Homogeneity adjustments of in situ atmospheric climatic data: A review. International Journal of Climatology, 18, s. 1493–1517.

Štěpánek, P. (2004): Homogenizace teploty vzduchu na území České republiky v období přístrojových pozorování. Práce a studie, seš. 32. Český hydrometeorologický ústav, Praha, 56 s.