

# Fyzika pro chemiky II

## Elektromagnetické vlny a optika Fyzika mikrosvětla Fyzika pevných látek

**Petr Mikulík**

*Ústav fyziky kondenzovaných látek  
Přírodovědecká fakulta  
Masarykova univerzita, Brno*

### III. Základy fyziky pevných (tuhých, kondenzovaných) látek

- III. Úvod – krystalografie, rentgenová transmise, odrazivost, difrakce
- III.1. Vazby v pevných látkách
- III.2. Elektrony v kovu
- III.3. Pásová teorie
- III.4. Polovodičové prvky, výroba polovodičových součástek
- III.5. Magnetické vlastnosti pevných látek
- III.6. Supravodivost

**Hlavní motivace: elektrony**

#### Literatura

D. Halliday, R. Resnik, J. Walker, Fyzika, VUTIUM Brno 2000 a 2014

**Na základě přednášek Fyzika pro chemiky II – Václav Holý**

## Obsah předmětu

### I. Elektromagnetické vlny a optika

- I.1. Elektromagnetické vlny
- I.2. Polarizace vlnění
- I.3. Odraz a lom světla
- I.4. Optické zobrazení – zrcadla
- I.5. Optické zobrazení – čočky
- I.6. Soustavy dvou čoček a optické přístroje
- I.7. Základy fyzikální optiky – interference vlnění
- I.8. Interference vln na tenké vrstvě
- I.9. Difrakce na otvoru
- I.10. Difrakce na mřížce

### II. Úvod do fyziky mikrosvětla – Elementy kvantové fyziky

- II.1. Kvantový popis světla
- II.2. Bohrov model atomu
- II.3. De Broglieho vlny
- II.4. Základy kvantové mechaniky v 1 dimenzi
- II.5. Základy kvantové mechaniky ve 3 dimenzích
- II.6. Základy formální kvantové teorie
- II.7. Atomy

### Požadavky na ukončení předmětu:

- K zápočtu ze cvičení F2091:  
docházka,  
odpovědníky,  
obvykle dvě zápočtové písemky  
od 2020: případná kombinace s odevzdávací
- Ke zkoušce F2090:  
zápočet ze cvičení,  
zkouška: test a písemka.

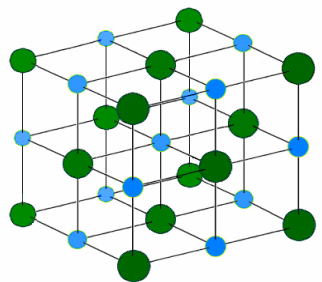
*Studenti chodí na americké univerzity, aby mohli chodit na přednášky.  
Studenti chodí na české univerzity, aby nemuseli chodit na přednášky :-)*

## Motivace pro pochopení principů a podstaty jevů

5

### Tradiční chemik

Tradiční pokusy  
Pochopení základních principů  
Moderní vybavení

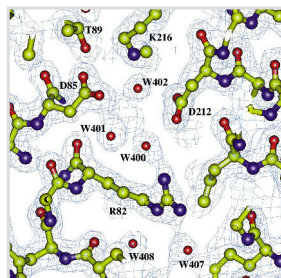


Krystalová struktura (NaCl)

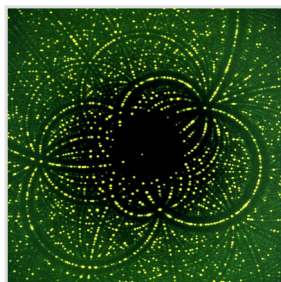
vs.

### Kvantový chemik

Nákladné pokusy  
Drahé chemikálie  
Kvantové výpočty  
Dlouhé simulace



Elektronová hustota

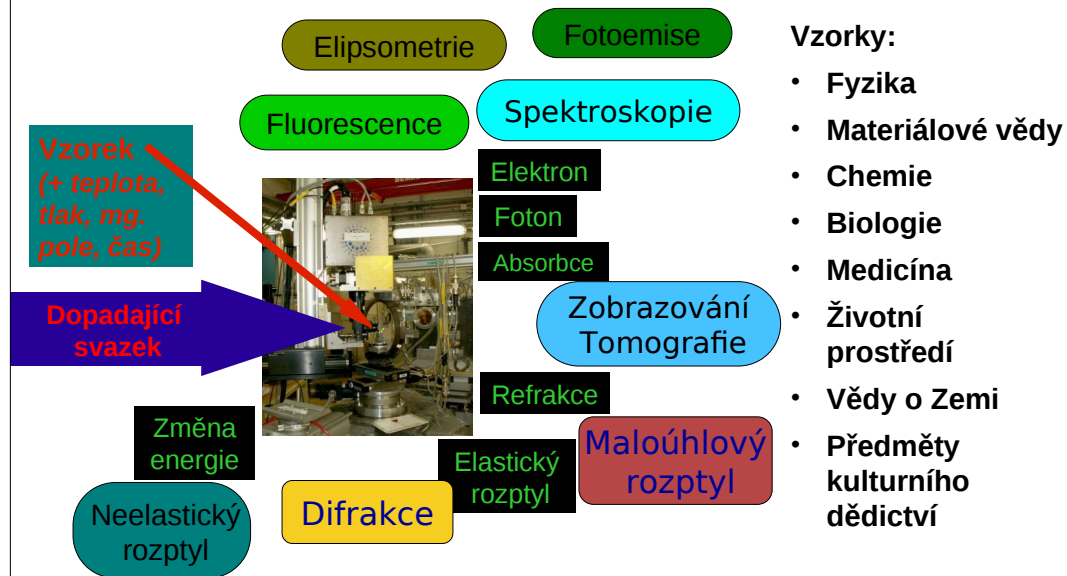


Difrakční obrazec

Ve fyzice: materiálový výzkum, ...

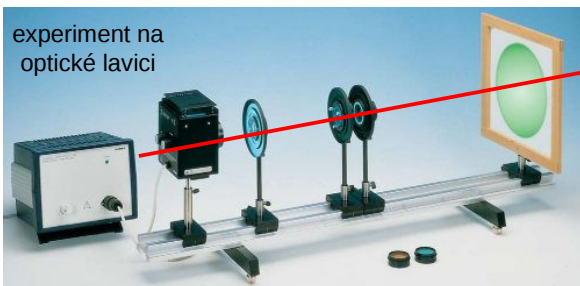
## Jak zkoumat chemické látky a materiály: Interakce látky a záření

6



## Princip uspořádání optických přístrojů: zdroj, optické prvky, optická lavice / optická osa, vzorek, detektor, ...

7



mikroskop



rtg. difraktometr



spektrometr



elektronový mikroskop

## Světlo



8

Světlo: „viditelné“ a „neviditelné“ (člověk vs přístroje – a naopak).

### Poznátky o světle známé z pozorování – Geometrická optika:

- světlo se šíří přímočaře
- paprsky jsou nezávislé a neovlivňují se navzájem
- paprsky se odrazí na rozhraní různých prostředí pod stejným úhlem
- při průchodu paprsků do jiného prostředí dochází k lomu
- chod paprsků je možno zaměnit

### Vlnová teorie světla – Christiaan Huygens (1690)

Světlo je vlnění a šíří se ve vlnoplochách.

### Korpuskulární teorie světla

Vlnově částicový přístup (přelomová období r. 1800 a r. 1900)

### Korpuskulární teorie světla – Isaac Newton (1704)

Částice o různých velikostech (barvy) se šíří velkou rychlostí, větší rychlost částic v hustším prostředí – Newtonovo vysvětlení lomu (nesprávné)

Fotoefekt (Heinrich Hertz, Albert Einstein)

# I. ELEKTROMAGNETICKÉ VLNY A OPTIKA

$E(r,t)$  a  $D(r,t)$ : elektrická intenzita, elektrická indukce  
 $H(r,t)$  a  $B(r,t)$ : magnetická intenzita, magnetická indukce

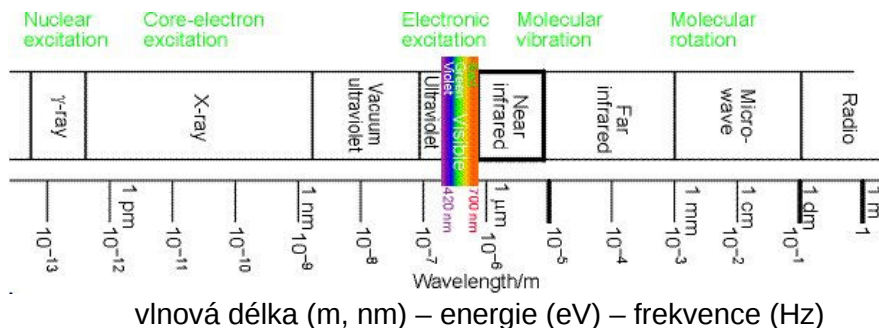
## I.1. Elektromagnetické vlny

Historie: Teorie elektromagnetismu (J.C. Maxwell): světlo je elektromagnetické vlnění, elektromagnetické vlnění má vlastnosti analogické světlu – odraz elektromagnetického vlnění, lom na rozhraní atd.

1887: Experimentální ověření existence elektromagnetických vln šířících se rychlostí světla, jejich odrazu a lomu, tedy první bezdrátový přenos: Heinrich Hertz (1857–1894)

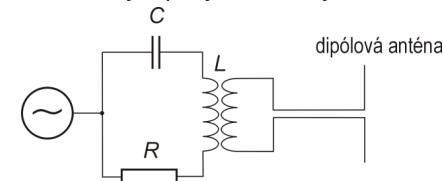


James Clerk Maxwell  
1831–1879



## Postupná elektromagnetická vlna

Elektromagnetická vlna vzniká nerovnoměrným pohybem nabitých částic, např. elektronů v anténě:



Elektrické a magnetické pole se šíří současně; změna elektrického pole vyvolává pole magnetické a naopak.

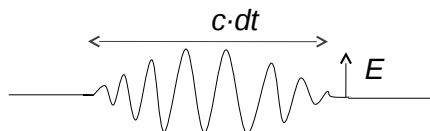
### Zdroje:

- svíčka ... k excitaci atomů dochází chemickým procesem při slučování
- žárovka ... excitují se atomy tvořící krystalovou mřížku vlivem tepelného pohybu
- výbojka ... k excitaci dochází srážkami iontů urychlených elektrickým polem
- světelná dioda (LED) ... excitují se příměsí polovodiče průchodem el. proudy přes p-n přechod
- monitor ... excitace se děje dopadem iontů nebo elektronů – luminescence (různé druhy luminescence) – CRT cathode ray tube, LCD liquid crystal display a plazmové monitory
- fluorescence ... deexcitace elektronů v atomech,  $10^{-9}$  ...  $10^{-7}$  s
- fosforescence ... emise světla s menší intenzitou, ale s delší odezvou (patří do I)
- laser ... excitace elektronů v atomech postupující vlnou
- synchrotron ... záření urychlených částic

## Elektromagnetické vlnění

Světlo je vlnění elektromagnetického pole, které je charakterizováno elektrickou  $E$  a  $D$  a magnetickou  $B$  a  $H$  složkou elektromagnetické vlny. Tyto složky jsou na sobě závislé (Maxwellovy rovnice) a pro popis optických jevů je podstatná elektrická složka  $E$ , která souvisí s většinou optických jevů v látkách (lom, rozptyl, luminescence, ...).

Foton je **vlnové klubko** – puls elektromagnetického vlnění, který je omezen v prostoru a čase.



### Spektrální čáry rtuti:

Šířka čáry vs doba života ( $\delta E \cdot \delta t > \hbar/2$  viz QM), Lorentzova křivka profilu spektrální čáry, ...



## Maxwellovy rovnice a materiálové vztahy

Elektrické a magnetické pole se šíří současně; změna elektrického pole vyvolává pole magnetické a naopak.

$E, H$  ... vektory elektrické a magnetické intenzity  
 $D, B$  ... vektory elektrické a magnetické indukce

Závislost na poloze v prostoru a čase:

Závislost na poloze v prostoru:

$$E = E(r, t)$$

$$\epsilon = \epsilon(r)$$

Řešení pro izotropní či homogenní prostor, pro šíření v prostředí, ...

### Maxwellovy rovnice:

$$\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\text{div } D = \rho$$

$$\text{rot } H = j + \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\text{div } B = 0$$

### Materiálové vztahy:

$$D = \epsilon E \quad \text{elektrická permitivita}$$

$$B = \mu H \quad \text{magnetická permeabilita}$$

$$j = \sigma E \quad \text{elektrická vodivost}$$

hustota volných nábojů  $\rho$   
 plošná hustota proudu  $j$

Z Maxwellových rovnic pro **vakuum** ( $\mathbf{j}=0, \rho=0$ ) plyne **vlňová rovnice** pro elektromagnetické vlnění:

$$\Delta \mathbf{E} \equiv \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

**Fázová rychlost elektromagnetického vlnění**  $c$  ve vakuu je fundamentální fyzikální konstanta:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Stacionární řešení vlnové rovnice:**  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{\pm i \omega t}$   
(a totéž pro  $\mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$ )

kde  **kruhová frekvence** je  $\omega = 2\pi \nu = 2\pi f$  [sekunda<sup>-1</sup>]

Postupná elektromagnetická vlna přenáší **energii**. Hustota toku energie (tj. přenesený výkon jednotkovou plochou kolmo na směr šíření vlnění) je dána **Poyntingovým vektorem**

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

jehož směr určuje směr šíření vlnění.

Místo konstantní fáze  $\phi = \omega t - k z = \text{konst}$  se pohybuje **fázovou rychlostí**:

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

**Vlnoplocha** je geometrické místo konstantní fáze. Vlnoplocha postupné vlny se posouvá fázovou rychlostí  $v$ . Rovinná vlna má rovinnou vlnoplochu kolmou na vlnový vektor  $\mathbf{k}$ .

Rovnice **rovinné vlny** je  $\mathbf{E} = E_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}]$   
skalární součin  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$

Elektromagnetická vlna je **příčná**, proto  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{k} = 0$

**Kulová vlna** má kulovou vlnoplochu, jejíž poloměr se zvětšuje rychlostí  $v$ . Rovnice kulové vlny šířící se z bodového zdroje v počátku souřadnic je

$$\mathbf{E} = \frac{A}{r} \text{Re} [e^{-i(\omega t - k r)}]$$

součin velikostí  $k \cdot r$

V dalším vynecháme symbol Re.

**Intenzita vlnění** je pak dána vztahem

$$I = |\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*|$$

**Důležité vlastnosti elektromagnetického pole ve vakuu** (platí přibližně i ve většině materiálů)

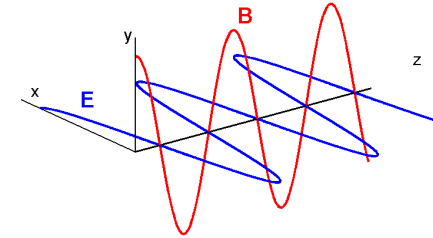
- Elektromagnetické vlnění je příčné, tj. vektory  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  jsou kolmé na směr šíření vlny.
- Vektory  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  jsou na sebe kolmé.
- V případě monochromatického (harmonického) vlnění mají vlny  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  stejnou frekvenci a jsou ve fázi.

Předpokládejme například, že vlnění se šíří podél osy  $z$  a vlna  $\mathbf{E}$  je polarizována v rovině  $xz$ :

$$\mathbf{E} = E_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - k z)}], \quad E_0 = (E_0, 0, 0)$$

Vlna  $\mathbf{B}$  je potom

$$\mathbf{B} = B_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - k z)}], \quad B_0 = (0, E_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, 0)$$



**Fáze** postupného monochromatického vlnění je  $\phi = \omega t - k z$

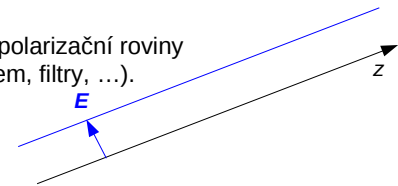
## I.2. Polarizace vlnění

Orientace  $\mathbf{E}$  vzhledem ke směru šíření (dáno zdrojem, procesy, prostředím).

**Polarizační rovina** je určena vektory  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{k}$ .

**Lineárně polarizované** elektromagnetické vlnění – směr polarizační roviny se nemění v prostoru ani v čase (lasery, polarizace odrazem, filtry, ...).

$$\mathbf{E} = E_0 \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}]$$

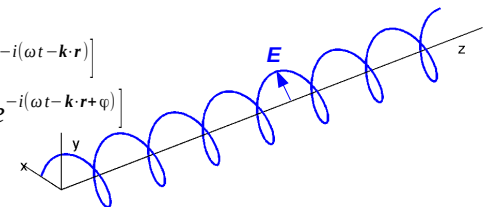


**Nepolarizované** vlnění (žárovka, Slunce).

$$\mathbf{E} = E_{0x} + E_{0y}$$

$$E_{0x} = \hat{x} E_{0x} \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}]$$

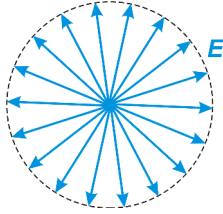
$$E_{0y} = \hat{y} E_{0y} \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi)}]$$



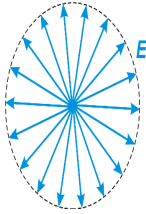
**Kruhově polarizované** vlnění – polarizační rovina se stáčí v prostoru i v čase.

$$E_{0y} = \hat{y} E_{0y} \text{Re} [e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \pi/4)}]$$

**Nepolarizované vlnění** – orientace polarizační roviny je náhodná a všechny orientace jsou stejně pravděpodobné (většina zdrojů světla – žárovka, Slunce) – nezaměňovat s kruhově polarizovaným vlněním!



**Částečně polarizované vlnění** – některý směr polarizační roviny je pravděpodobnější než ostatní (nezaměňovat s elipticky polarizovaným vlněním!). Stupeň polarizace.



**Polarizační filtry** – látky s dlouhými lineárními molekulami – v ideálním případě propouštějí jen jeden směr polarizace dopadajícího světla.

## Šíření vlny v prostředí: index lomu, vlnová délka v prostředí, ...

$\epsilon$  a  $\mu$  jsou permitivita a permeabilita prostředí

$\epsilon_r$  a  $\mu_r$  jsou relativní permitivita a relativní permeabilita prostředí,  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$   $\mu = \mu_r \mu_0$

$$\epsilon \mu = \frac{1}{v^2} \quad \text{a} \quad \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad \longrightarrow \quad n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

**Definice indexu lomu  $n$ :** podíl rychlostí světla ve vakuu a v daném prostředí.

Velikost vlnového vektoru (vlnové číslo)

Frekvence

Index lomu

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi\nu n}{c} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} = n k_0$$

Vlnová délka

Fázová rychlost světla v prostředí

Rychlost světla ve vakuu

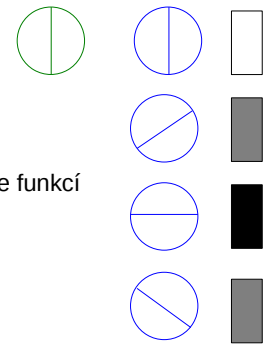
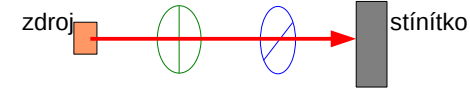
Vlnová délka ve vakuu

Vlnové číslo ve vakuu

$$\Rightarrow k = n k_0 \quad \lambda = \lambda_0 / n \quad v = c / n \quad v = \text{konst}$$

## Malusův zákon

Pokus se dvěma polarizačními filtry: **polarizátor** a **analyzátor**



**Propustnost polarizačního filtru** pro lineárně polarizované světlo je funkcí úhlu  $\Theta$  mezi polarizační rovinou a směrem propouštěné polarizace

$$I = I_0 \cos^2(\Theta)$$

Stáčení polarizace: cukr ... sacharóza (pravotočivá) vs fruktóza (levotočivá) → přístroj na měření cukernatosti: **sacharimetr**.



**V anizotropním prostředí** je fázová rychlost světla závislá na polarizaci – **dvojlom světla**. Dvojlom se pozoruje ve všech monokrystalech (propustných pro světlo) kromě kubických

$$\epsilon = \epsilon(\mathbf{r})$$

## Index lomu je funkcí $\lambda$ ... interakce látky a záření

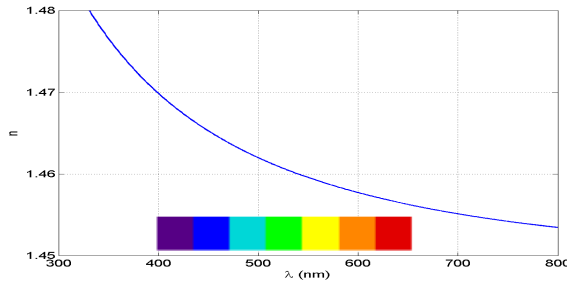
Typické hodnoty indexu lomu pro  $\lambda = 589 \text{ nm}$ :

	vakuum	vzduch	voda	etanol	roztok cukru 30 %	roztok cukru 80 %	glycerol	řepkový olej	benzen	nitrobenzen	sklo	diamant
$n$	1	1,00029	1,33	1,36	1,38	1,49	1,473	1,476	1,50	1,554	1,46–1,89	2,42
											obvykle pro výpočty: 1,5	

Ale: závislost indexu lomu světla na vlnové délce  $n(\lambda)$  – **chromatická disperze**

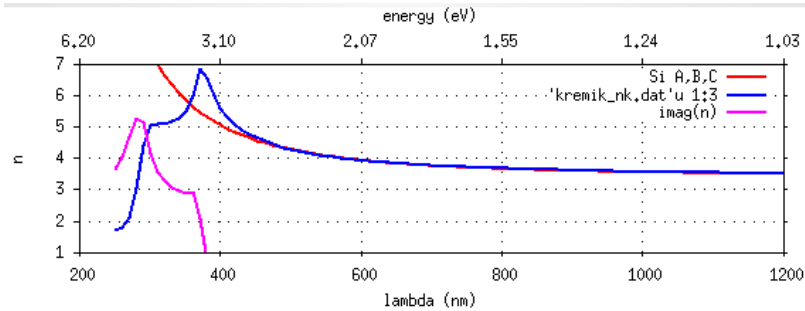
## Chromatická disperze $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$

Závislost indexu lomu taveného křemene na vlnové délce světla:



Křemík:

$$n(\lambda) = 3,397 + 1,40513 \cdot 10^5 \text{ nm}^2 / \lambda^2 + 1,992 \cdot 10^{10} \text{ nm}^4 / \lambda^4$$



## Imaginární část indexu lomu ... absorpce

Imaginární část indexu lomu a koeficient absorpce:

$$n' = n + ik$$

$$E(z) = E e^{ink_0 r}$$

Absorpce světla při průchodu látkou: Lambertův-Beerův zákon

$$I(z) = I_0 e^{-\mu t} \quad \mu \dots \text{index absorpce}$$

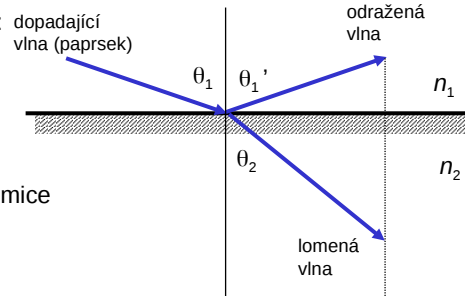
Aplikace:

- Absorpce viditelného světla
- Infračervená absorpční spektroskopie
- Rentgenová radiografie a tomografie (různé  $\mu(\lambda)$  pro různé materiály)

## I.3. Odraz a lom světla

V této a následujících kapitolách použijeme **aproximaci geometrické optiky**. V této aproximaci se světlo v homogenním prostředí šíří po přímce – zanedbáme ohyb světla.

Průchod světla **rozhraním dvou prostředí**:



Úhly dopadu, odrazu a lomu: měříme od kolmice k rozhraní.

Při průchodu rozhraním se zachovává frekvence vlnění a tečná složka vlnového vektoru. Odtud lze odvodit:

**Zákon odrazu**

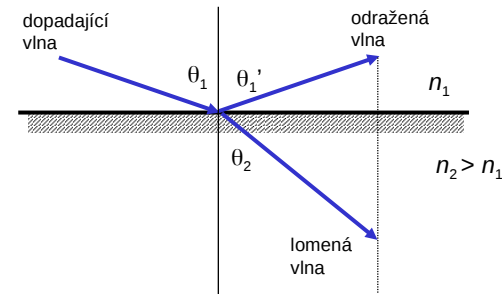
$$\theta_1 = \theta_1'$$

**Zákon lomu – Snellův zákon**

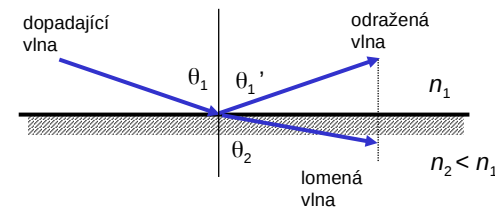
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Odvození: čistě geometricky, ze symetrie nebo z Fermatova principu.

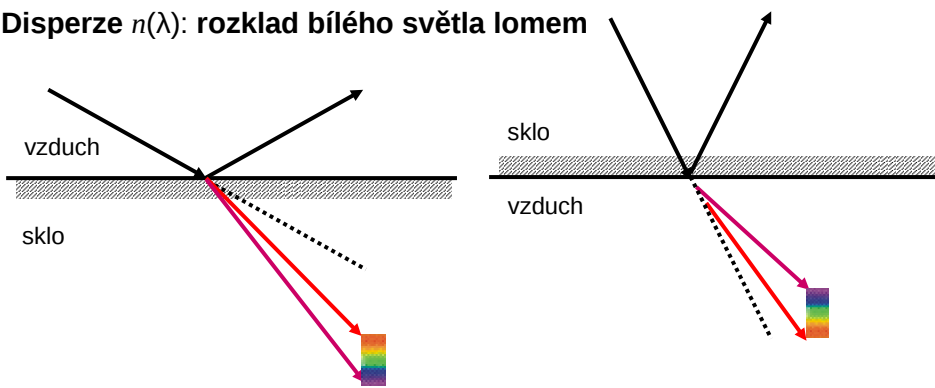
Světlo prochází z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího → **lom ke kolmici**:



Světlo prochází z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího → **lom od kolmice**:



## Disperze $n(\lambda)$ : rozklad bílého světla lomem



$n_{\text{fialová}} > n_{\text{červená}} \rightarrow$  fialová barva se lomí méně a tudíž je blíže kolmici

Barva	Rozsah vlnových délek	Rozsah frekvencí
červená	~ 625–800 nm	~ 480–375 THz
oranžová	~ 590–625 nm	~ 510–480 THz
žlutá	~ 565–590 nm	~ 530–510 THz
zelená	~ 520–565 nm	~ 580–530 THz
tyrkysová (azurová)	~ 500–520 nm	~ 600–580 THz
modrá	~ 430–500 nm	~ 700–600 THz
fialová (purpurová, nachová)	~ 400–430 nm	~ 750–700 THz

Pořadí barev ve spektru ČOŽZMF (např. mnemotechnická pomůcka):



25

## Úplný (totální) odraz světla na rozhraní

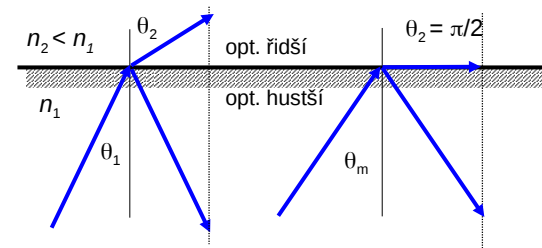
Ze Snellova zákona

$$n_1 \sin \theta_m = n_2 \sin 90^\circ$$

plyne **kritický úhel (odrazu)**:

$$\theta_m = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$n = \frac{n_2}{n_1} \text{ je poměr indexů lomu rozhraní}$$



K totálnímu odrazu světla dochází při průchodu rozhraním **z prostředí opticky hustšího do opticky řidšího** pro úhel dopadu větší než  $\theta_m$ . Vlna v opticky řidším prostředí se exponenciálně tlumí (evanescentní vlna).

	voda	etanol	sklo	diamant
$n$ (589 nm)	1,33	1,36	1,5	2,42
kritický úhel, rozhraní látka $\rightarrow$ vzduch	48,7°	47,3°	41,8°	24,4°

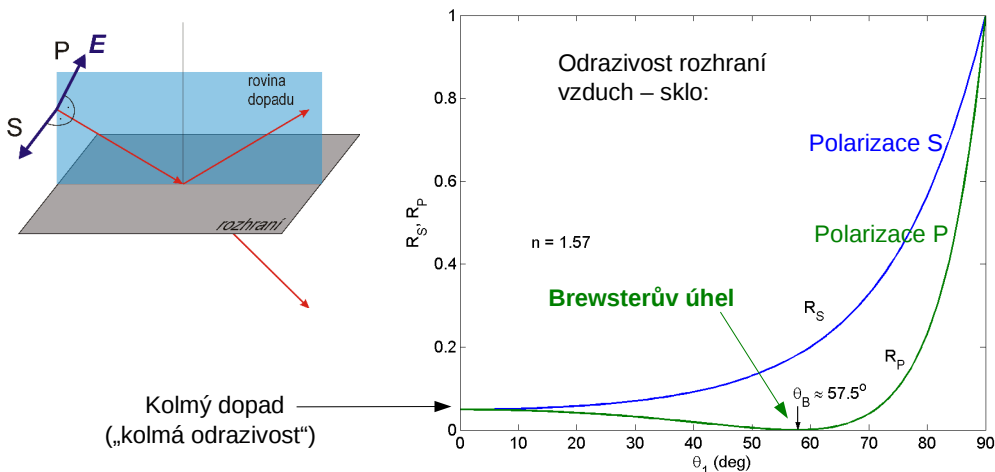
26

## Odráživost rozhraní

Poměr intenzit odraženého a dopadajícího světla v závislosti na úhlu dopadu

$$R(\theta_1) = \frac{I_{\text{refl}}(\theta_1)}{I_{\text{inc}}} = \frac{|E_{\text{refl}}(\theta_1)|^2}{|E_{\text{inc}}|^2} = |r_{s,p}(\theta_1, \lambda)|^2$$

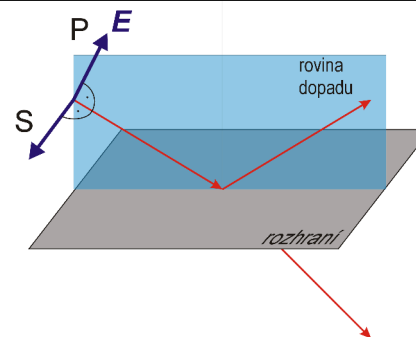
Vzorce pro  $r_p$ ,  $r_s$ , a pro  $t_p$ ,  $t_s$  se nazývají **Fresnelovy koeficienty**



27

## Polarizace světla odrazem

S- a P-polarizované světlo:



Je-li úhel dopadu  $\theta_1$  roven **Brewsterovu úhlu**  $\theta_B$ , pak se P-polarizované světlo neodráží (odráživost je rovna nule).

Z Fresnelova koeficientu  $r_p$  plyne, že  $\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

	voda	etanol	sklo	diamant
$n$ (589 nm)	1,33	1,36	1,5	2,42
Brewsterův úhel, rozhraní vzduch $\rightarrow$ látka	53,1°	53,7°	56,3°	67,5°

**Aplikace:** Elipsometrie, ...

28

## Průchod světla destičkou – lom ke kolmici, posuv vystupujícího paprsku

29

Přesný vzorec: 
$$x = t \sin \alpha \left( 1 - \frac{n_1 \cos \alpha}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right)$$

Odvodit přesný vzorec pro destičku ve vzduchu:

$$x = t \cos \alpha (\tan \alpha_2 - \tan \alpha)$$

Z toho odvodit aproximativní vzorec:

$$x = t \alpha \frac{n-1}{n}$$

Prodiskutovat malé úhly.

Ukázat v gnuplotu oba dva vzorce.

Ukázat na apletu. Pak v něm dát zdroj světla do destičky – šíření totálními odrazy.

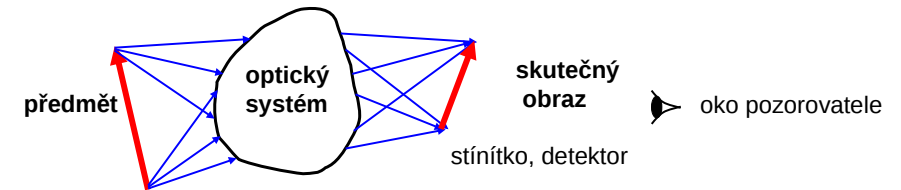
## Geometrická optika – optické zobrazení – principy

30

Přiblížení **geometrické optiky**:

- šíření světla se modeluje paprsky
- světlo (paprsky) se šíří přímočaře, pokud neprochází rozhraními
- ohyb světla (interferenční jevy) se zanedbá.

Definice **optického zobrazení** nějakým optickým systémem:

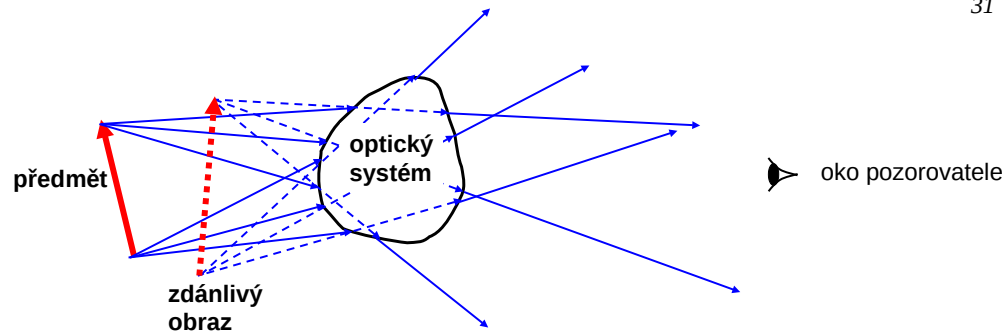


Paprsky vycházející z téhož bodu předmětu se po průchodu optickým systémem protínají v toméž bodě **skutečného obrazu**.

Skutečný obraz můžeme pozorovat na stínítku.

**Aberace**: chyby dokonalého zobrazení, např. neprotínají-li se paprsky, různé obrazy pro různé vlnové délky, ...

31



Prodloužené paprsky prošlé optickým systémem se protínají v toméž bodě **zdánlivého obrazu**.

Zdánlivý obraz není možné zachytit na stínítku – nemůžeme tam vložit stínítko.

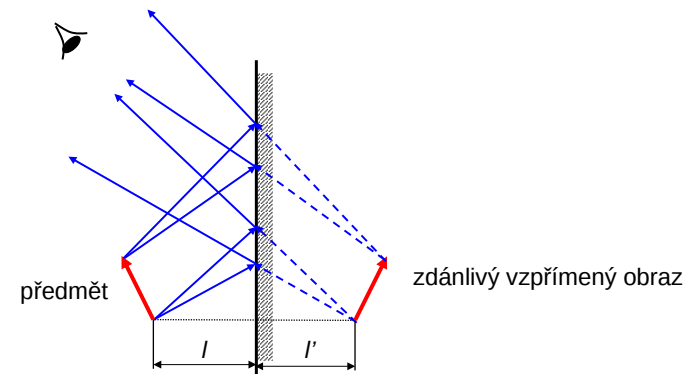
Oko pozorovatele (jakožto optický systém) převádí zdánlivý obraz na skutečný obraz na sítnici.

Bodu P' říkáme **virtuální (zdánlivý) obraz** bodu P, když paprsky po průchodu optickým systémem se šíří tak, **jako by** vycházely z tohoto bodu.

32

## I.4. Optické zobrazení – zrcadla

**Rovinné zrcadlo**

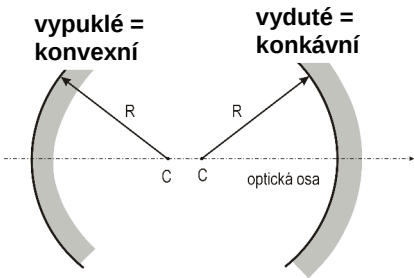


Robrazovací rovnice:  $l = l'$



## Kulové zrcadlo

33

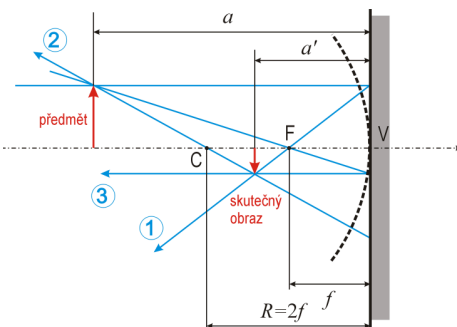


Bod C je střed křivosti zrcadla, R je poloměr křivosti.

### Paraxiální přiblížení:

- vzdálenost paprsků rovnoběžných s optickou osou je mnohem menší než poloměr křivosti
- úhel paprsků s optickou osou je velmi malý

Chod paprsků vydutým zrcadlem (v paraxiálním přiblížení, tj. parabolické aproximaci):



Bod F je ohnisko zrcadla.

Ohnisková vzdálenost:  $f = R/2$

- paprsek rovnoběžný s ohniskovou osou se odráží do ohniska
- paprsek procházející středem zrcadla se odráží do středu zrcadla
- paprsek procházející ohniskem je po odrazu rovnoběžný s optickou osou

U **parabolického zrcadla** je popsáný chod paprsků dodržen i mimo paraxiální přiblížení.

34

### Zobrazení kulovým zrcadlem

Zobrazovací rovnice kulového zrcadla:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

Příčné zvětšení obrazu – poměr výšek obrazu a předmětu:

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{a'}{a}$$

V případě **vydutého (konkávního) kulového zrcadla** je  $f > 0$ :

- Je-li  $a > 2f$ :  $f < a' < 2f$  → obraz je reálný, převrácený, zmenšený ( $-1 < m < 0$ )
- Je-li  $a = 2f$ :  $a' = 2f$  → obraz je reálný, převrácený,  $m = -1$
- Je-li  $f < a < 2f$ :  $a' > 2f$  → obraz je reálný, převrácený, zvětšený ( $m < -1$ )
- Je-li  $a < f$ :  $a' < 0$  → obraz je zdánlivý, přímý ( $m > 0$ )

V případě **vypuklého (konvexního) zrcadla** je  $f < 0$ .

Vždy vzniká vzpřímený ( $m > 0$ ) a zdánlivý obraz za zrcadlem ( $a' < 0$ ).

## Optické zobrazení – čočky

35

Začneme popisem **jedné lámavé plochy** – zakřivené rozhraní dvou prostředí.

Použijeme paraxiální přiblížení.

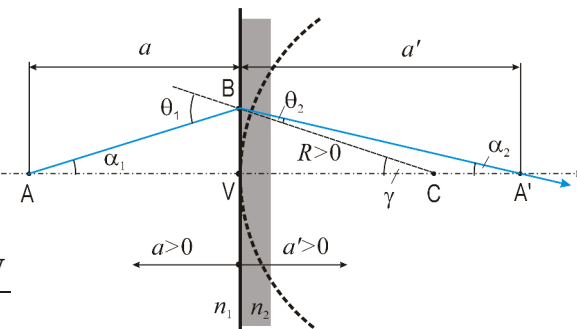
Snellův zákon v paraxiálním přiblížení

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Platí přitom

$$\theta_1 = \alpha_1 + \gamma, \quad \theta_2 = \gamma - \alpha_2,$$

$$\alpha_1 \approx \frac{BV}{a}, \quad \alpha_2 \approx \frac{BV}{a'}, \quad \gamma \approx \frac{BV}{R}$$



Odtud plyne **zobrazovací rovnice lámavé plochy** (pozor na znaménka a a a'):

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{a'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

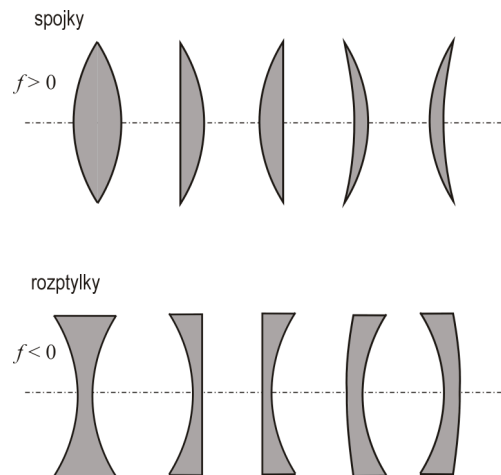
V případě **vyduté lámavé plochy** je  $R < 0$ .

## Tenké čočky

36

Předpokládejme, že index lomu materiálu čočky  $n$  je větší než 1, index lomu okolí je 1.

**Tenká čočka** – její tloušťka na optické ose je mnohem menší než její průměr a poloměry lámavých ploch  $R_{1,2}$

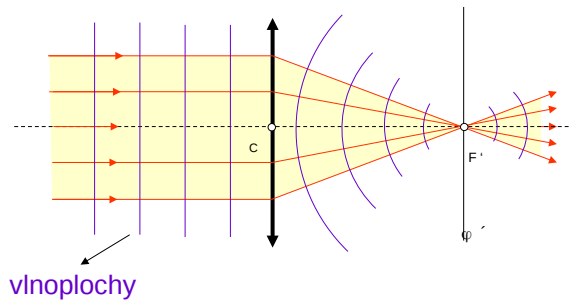


ohnisková vzdálenost  $f > 0$

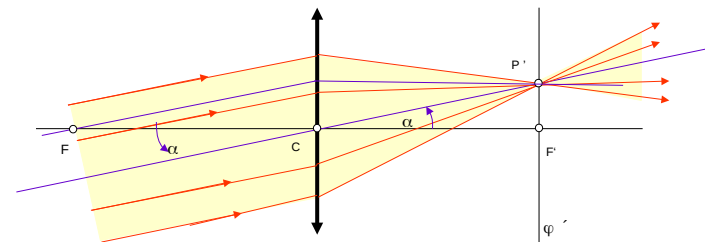
ploskovypuklé a plaskovyduté

ohnisková vzdálenost  $f < 0$

Obrazová a předmětová rovina



1. Paprsky rovnoběžné s optickou osou se po průchodu čočkou protínají v obrazovém ohnisku – toto je definice **ohniska**.
2. Rovinnou vlnu změnila čočka ve vlnu kulovou.
3. Čočka při zobrazování nemění fázový rozdíl mezi paprsky.
4. Princip reverzibility v geometrické optice říká, že dráhy paprsků optickým systémem nezávisí na směru šíření světla.



1. Rovnoběžný svazek paprsků svírající s optickou osou úhel  $\alpha$  se protíná v obrazové ohniskové rovině v průsečíku P'.
2. Polohu tohoto průsečíku určí paprsek svazku jdoucí středem čočky. Bod P' můžeme považovat za obraz bodu P, který leží nekonečně daleko od čočky. Ohnisková rovina je pak i obrazovou rovinou.
3. Podle principu reverzibility se paprsky vycházející z bodu ohniskové roviny šíří za čočkou rovnoběžně s paprskem jdoucím středem čočky.

Tenká čočka se popisuje jako soustava dvou lámavých ploch s poloměry  $R_{1,2}$ .  
Zobrazovací rovnice první plochy (zleva) je

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{a''} = \frac{n-1}{R_1}$$

Zobrazovací rovnice druhé plochy je

$$-\frac{n}{a''} + \frac{1}{a'} = \frac{1-n}{R_2}$$

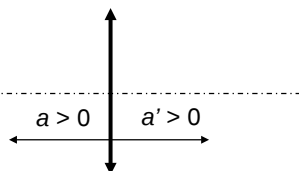
Odtud plyne **zobrazovací rovnice tenké čočky**

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

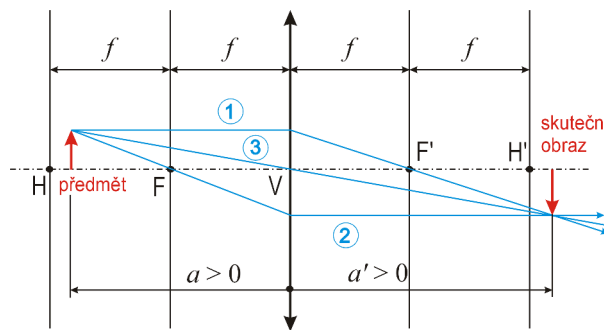
Příčné zvětšení je:

$$m = -\frac{a'}{a}$$

Přitom se použila **znaménková konvence**



Chod paprsků tenkou spojkou ( $f > 0$ )



H a H' jsou **předmětový a obrazový hlavní bod**,  
F a F' jsou **předmětové a obrazové ohnisko čočky**,  
V je **vrchol (střed) čočky**.

Paprsek (1) rovnoběžný s optickou osou prochází po průchodu čočkou obrazovým ohniskem.

Paprsek (2) procházející předmětovým ohniskem je po průchodu čočkou rovnoběžný s optickou osou.

Paprsek (3) procházející vrcholem (středem) čočky zachovává směr.

Je-li  $a > 2f$ , je  $f < a' < 2f$ , obraz je reálný, převrácený, zmenšený ( $-1 < m < 0$ )

Je-li  $a = 2f$ , je  $a' = 2f$ , obraz je reálný, převrácený,  $m = -1$

Je-li  $f < a < 2f$ , je  $a' > 2f$ , obraz je reálný, převrácený, zvětšený ( $m < -1$ )

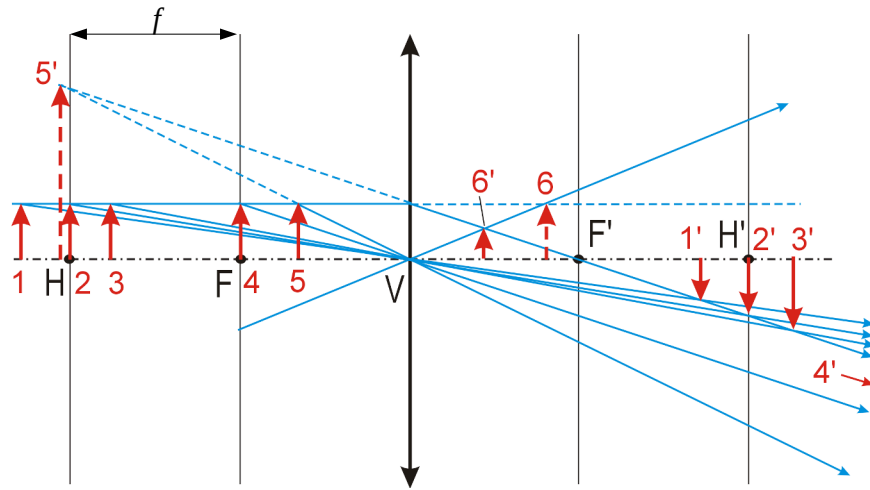
Je-li  $a = f$ , je  $a' \rightarrow \infty$

Je-li  $a < f$ , je  $a' < -f$ , obraz je zdánlivý, přímý, zvětšený ( $m > 1$ )

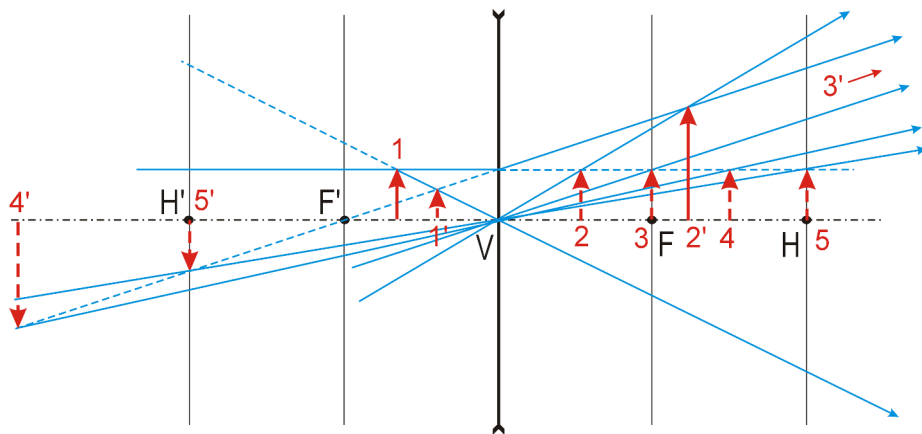
Podívejte se na aplety...

Vzájemné polohy předmětu a obrazu spojky.

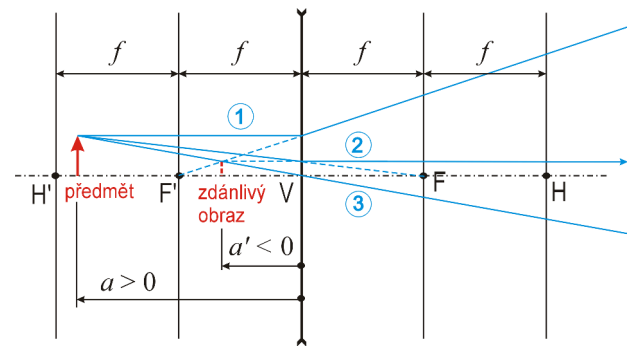
6' je **zdánlivý předmět** ( $a < 0$ ), jemuž odpovídá skutečný obraz 6.



Vzájemná poloha předmětu a obrazu rozptylky.  
2–5 jsou zdánlivé předměty ( $a < 0$ )



### Chod paprsků tenkou rozptylkou ( $f < 0$ )



H a H' jsou **předmětový a obrazový hlavní bod**, F a F' jsou **předmětové obrazové ohnisko čočky**, V je **vrchol (střed) čočky**.

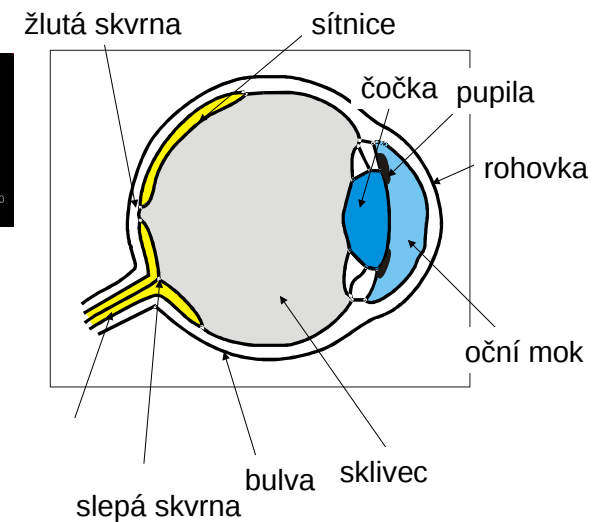
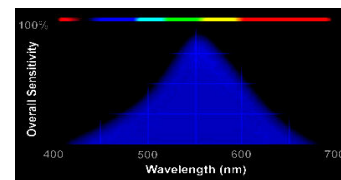
Paprsek (1) rovnoběžný s optickou osou prochází po průchodu čočkou obrazovým ohniskem.

Paprsek (2) procházející předmětovým ohniskem je po průchodu čočkou rovnoběžný s optickou osou.

Paprsek (3) procházející vrcholem (středem) čočky zachovává směr.

Obraz je vždy je zdánlivý, vzpřímený a zmenšený ( $0 < m < 1$ ).

### Oko



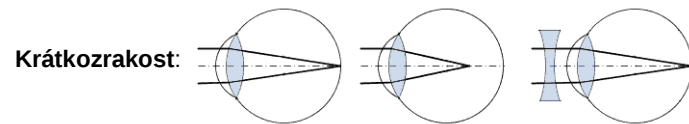
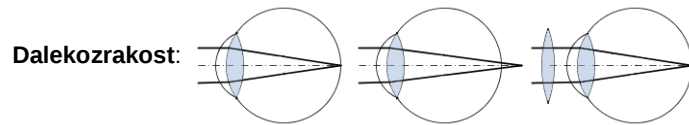
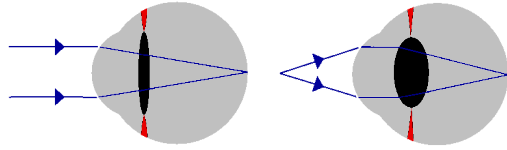
## Oko – optická mohutnost – dioptrie

45

Dioptrie = 1/ohnisková vzdálenost v metrech

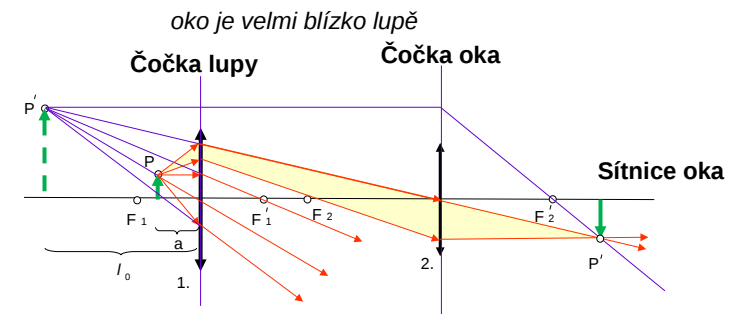
čočka s  $f=1$  m má 1 dioptrii, pro  $f=0,1$  m je 10 dioptrií

Zdravé lidské oko: 60 dioptrií, dokáže mohutnost změnit až o 15 dioptrií za cca 1/3 sekundy; 1/10 sekundy se udává jako reakční doba oka.



## Soustavy dvou čoček – zobrazení lupou

46



Virtuální obraz vytváří 1. spojka a 2. spojka jej zobrazuje jako reálný obraz na stínítko.

Obraz  $P''$  vytváří jen malý svazek paprsků ze širokého svazku procházejícího 1. čočkou.

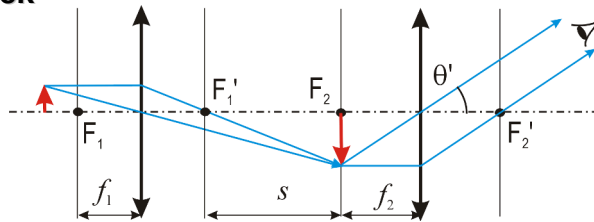
Předmět dáme jej do takové vzdálenosti  $a$ , aby obraz vznikl ve vzdálenosti  $l_0 = 25$  cm (**konvenční zraková vzdálenost**). Oko (čočka 2) pak vidí virtuální obraz (přímý, zvětšený).

$$\text{Úhlové zvětšení je: } m = \frac{l_0}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

## I.6. Soustavy dvou čoček

47

### Dvě spojky – mikroskop



První čočka (**objektiv**) vytvoří obraz blízkého předmětu v předmětovém ohnisku druhé čočky (**okulár**). Okulár vytvoří obraz v nekonečnu, oční čočkou se převede na sítnici oka.

Úhlové zvětšení předmětu je

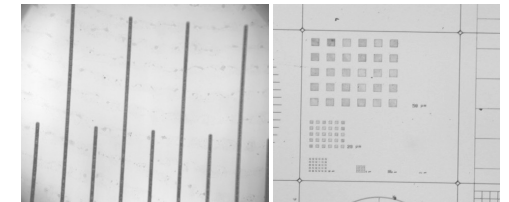
$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{s l_0}{f_1 f_2}$$

$\theta$  je úhel, pod kterým je vidět předmět v konvenční zrakové vzdálenosti  $l_0 = 25$  cm,  $s$  je vzdálenost mezi obrazovým ohniskem objektivu a předmětovým ohniskem okuláru.

- 1) Mikroskop má okulár a při pozorování obrazu přikládáme oko těsně k okuláru. Okulár a oko pak představují projektiv, který promítá meziobraz na sítnici.
- 2) Při ostření mikroskopu měníme vzdálenost mezi preparátem a objektivem tak, abychom viděli ostrý obraz, bez ohledu na to, zda nosíme brýle nebo ne. Při práci s mikroskopem nepoužíváme brýle!

## Mikroskop

48



1 mm

Zvětšení – měřítko

Pozorování okem nebo záznam fotoaparátém či kamerou

Hloubka ostrosti

Rozlišovací schopnost – čtverečky či čáry

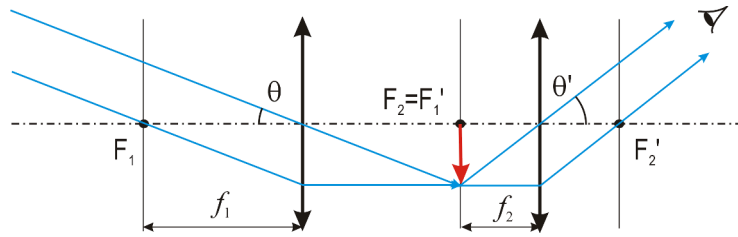
Binokulární mikroskop a stereomikroskop:



## I.6. Soustavy dvou čoček

49

### Dvě spojky – Keplerův dalekohled



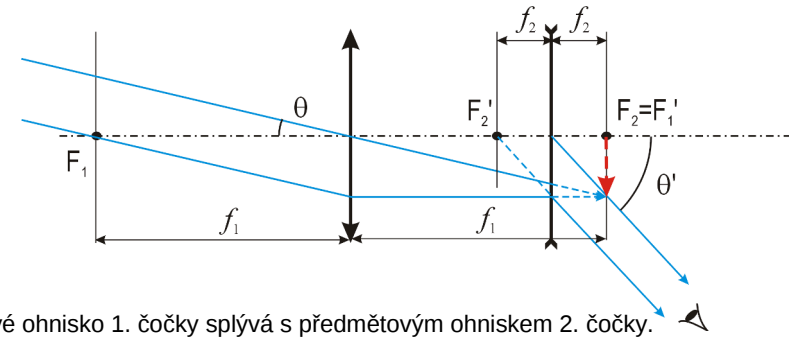
Obrazové ohnisko 1. čočky splývá s předmětovým ohniskem 2. čočky.

Vzdálený předmět ( $a \rightarrow \infty$ ) se zobrazí do obrazového ohniska  $F_1$  1. čočky (**objektivu**). Tento obraz je předmětem pro 2. čočku (**okulár**). Obraz se vytvoří v nekonečnu ( $a' \rightarrow \infty$ ) a oční čočkou se zobrazí na sítnici oka.

Úhlové zvětšení dalekohledu je 
$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_1}{f_2}$$

## Spojka a rozptylka – Galileiho dalekohled

50



Obrazové ohnisko 1. čočky splývá s předmětovým ohniskem 2. čočky.

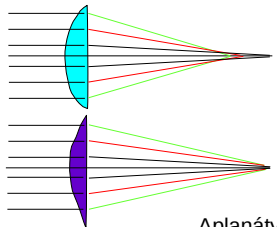
Vzdálený předmět ( $a \rightarrow \infty$ ) se zobrazí do obrazového ohniska  $F_1$  1. čočky (**objektivu**). Tento obraz je zdánlivým předmětem pro 2. čočku (**okulár**). Obraz se vytvoří v nekonečnu ( $a' \rightarrow \infty$ ) a oční čočkou se zobrazí na sítnici oka.

Úhlové zvětšení dalekohledu je 
$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_1}{f_2}$$

## Vady čoček a optických přístrojů

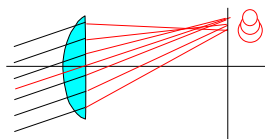
51

Otvorová vada (sférická – neparax.)

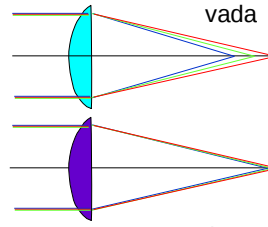


Sinová podmínka Aplanáty

Koma

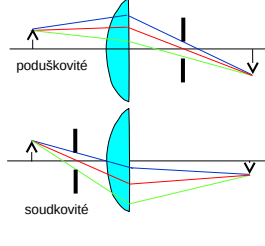
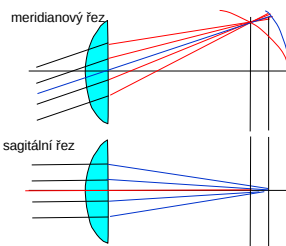


Barevná (chromatická) vada



Apochromatická čočka

Astigmatismus (nesférický tvar)



## I.7. Základy fyzikální optiky – interference vlnění

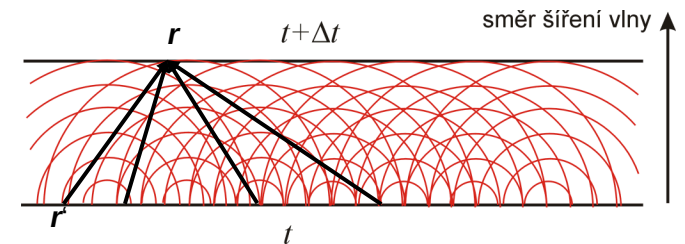
52

Doposud jsme šíření světla popisovali v geometrické aproximaci – zanedbali jsme ohyb a interferenci vlnění, předpokládali jsme, že v homogenním prostředí se světlo šíří přímočaře. V této kapitole uvážíme vlnovou povahu světla, která vysvětlí interferenci a ohyb vlnění.

Z Maxwellových rovnic lze odvodit **Huygensův–Fresnelův princip**:

Všechny **body na vlnoploše** v čase  $t$  jsou zdrojem **sekundárních kulových vln**, jejichž superpozicí vzniká další vlnoplocha v čase  $t + \Delta t$

$$E(\mathbf{r}, t + \Delta t) = \int_{\text{vlnoplocha}(t)} d\mathbf{r}' \frac{A}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} e^{-i(\omega t - k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}$$



**Fázory = komplexní amplitudy**

V fyzice máme: skaláry, vektory, tenzory, komplexní amplitudy

Vycházejí z geometrické definice funkce sinus. Lze stav vlnění znázornit jako fázor.

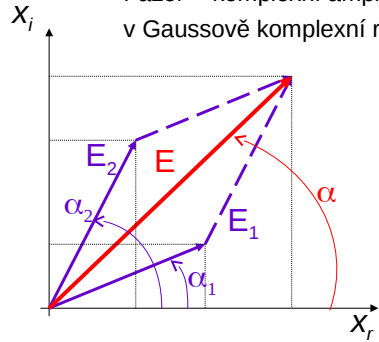
Při superpozici vln se fázory sčítají jako vektory.

Toto pravidlo nám pomůže najít amplitudu výsledného vlnění.

Z geometrické konstrukce pro velikost výsledného vektoru plyne (kosinová věta)

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Fázor = komplexní amplituda v Gaussově komplexní rovině



Fázor – nesouvisí s vektorovým charakterem elmag. pole

Po dosažení původního označení je pak interferenční intenzita dána vztahem

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

Spočteme to:

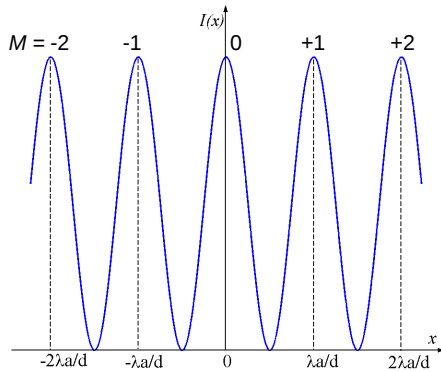
$$E(t, x) = E_1(t, x) + E_2(t, x) \approx \frac{A}{a'} 2 \cos\left(\frac{k x d}{2 a'}\right) e^{-i(\omega t - k a')}$$

Omezíme-li se na případ  $|x| \ll a$ , bude  $a' \approx a$  a intenzita vlnění v místě pozorovatele je

$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2\left(\frac{\pi x d}{a \lambda}\right)$$

$$I_{\max} = 4 |E_0|^2 > |E_0|^2 + |E_0|^2$$

$$I_{\min} = 0$$

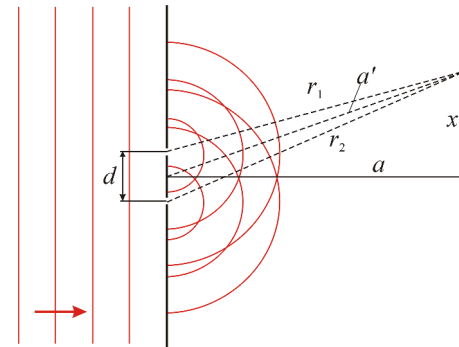


Pozorují se ekvidistantně rozložená maxima intenzity. K maximu intenzity dojde, liší-li se vzdálenosti  $r_1, r_2$  o celistvý počet vlnových délek  $\lambda$ . Souřadnice  $m$ -tého maxima je

$$x_m = m \cdot \frac{\lambda a}{d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Experimentální ověření vlnové povahy světla – Youngův pokus (1801)

Monochromatické světlo prochází dvěma blízkými malými otvory. Tyto otvory jsou podle H.-F. principu zdroji sekundárních kulových vln. Na stínítku ve vzdálenosti  $a$  se pozoruje výsledek skládání (interference) těchto sekundárních vln.



Elektrické pole v místě pozorovatele P je součtem elektrických polí dvou sekundárních kulových vln (zanedbáme polarizaci vlnění):

$$E = E_1 + E_2 = \frac{A}{r_1} e^{-i(\omega t - k r_1)} + \frac{A}{r_2} e^{-i(\omega t - k r_2)}$$

Fraunhoferova aproximace: detektor je „daleko“, takže vzdálenost otvorů  $d$  je mnohem menší než  $a$ , přesněji:

$$d \ll \sqrt{a \lambda}$$

Potom je dráhový rozdíl:  $|r_1 - r_2| \approx d \cdot \sin \alpha = d \cdot x/a$

**Šíření vlny v prostředí, optická dráha a fáze**

Kruhová frekvence  $\omega$  a frekvence  $\nu$  jsou pro danou monochromatickou vlnu všude konstantní (zákon zachování energie).

Vlnová délka a vlnové číslo (délka vlnového vektoru) závisí na indexu lomu prostředí:

$$k = n k_0 \quad k_i = n_i k_0 \quad k(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) k_0$$

Rovinná vlna a fázový rozdíl:

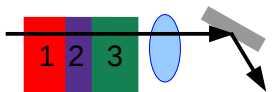
$$E = E_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} = E_0 e^{-i(\omega t - \phi)}$$

Kulová vlna a fázový rozdíl:

$$E = \frac{A}{r} e^{-i(\omega t - k r)} = \frac{A}{r} e^{-i(\omega t - \phi)}$$

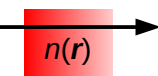
Fázový a dráhový rozdíl v diskrétním nehomogenním prostředí:

$$\phi = \sum_i \phi_i = \sum_i k_i \Delta r_i = k_0 \sum_i n_i \Delta r_i = k_0 \delta$$



Fázový a dráhový rozdíl ve spojitém nehomogenním prostředí:

$$\phi = \int k(\mathbf{r}) dr = k_0 \int n(\mathbf{r}) dr = k_0 \delta$$



Fázový rozdíl a dráhový rozdíl:

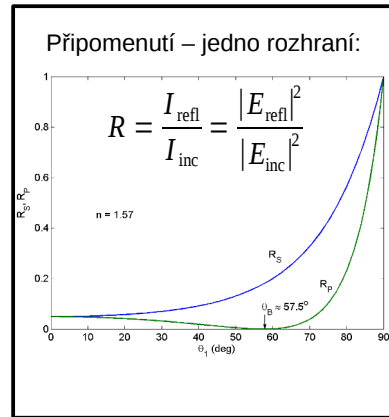
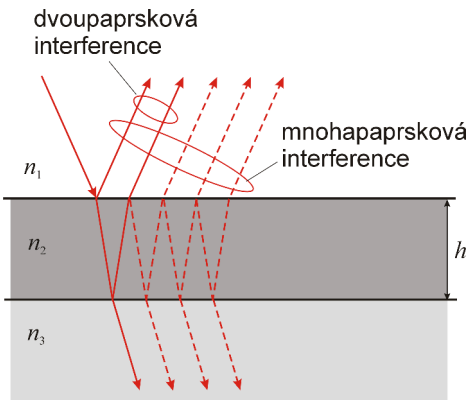
$$\phi = k_0 \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \quad \Leftrightarrow \quad \delta = \phi / k_0 = \lambda_0 \frac{\phi}{2\pi}$$

Petr – slajd upravit: fáze a optická dráha vs rozdíl u dvou a více paprsků ... udělat 2 slajdy, optickou dát k Fermatově principu

Optická dráha je dráha vážená indexem lomu.

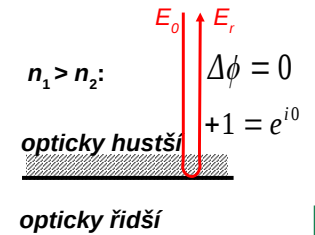
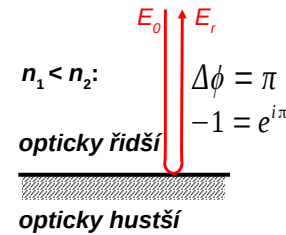
### I.8. Interference vln na tenké vrstvě

Skládání vlnění odražených na dvou rozhraních tenké vrstvy

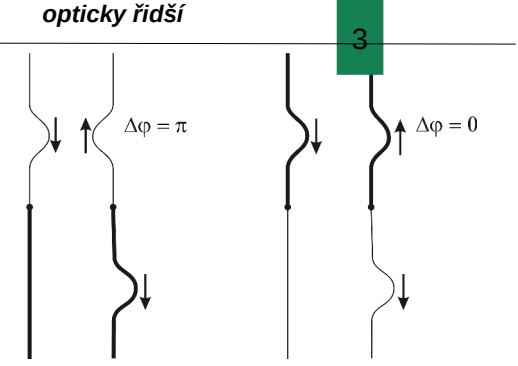


Proč a jak se mění fáze při odrazu světla na rozhraní? Předpokládejme kolmý odraz:

$$E_r = E_0 \cdot r, \text{ Fresnelův koeficient } r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \pm \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



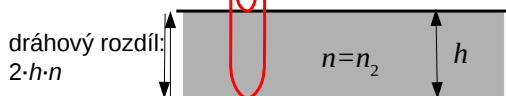
Analogie s mechanickým vlněním šířícím se uzlem spojícím tenké a tlusté lano:



### Kolmý dopad na tenkou vrstvu s indexem lomu $n$ a tloušťkou $h$

#### A. Z obou stran vzduch ( $n=1$ )

fázový rozdíl paprsků:  $\Delta\phi = \pi + 2hkn = \pi \left(1 + \frac{4hn}{\lambda}\right)$



fázový posuv při odrazu paprsku 1 je  $\pi$   
 fázový posuv při odrazu paprsku 2 je nulový

Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = \pi \left(1 + \frac{4hn}{\lambda}\right) = 2\pi m, \quad m = 1, 2, \dots \Rightarrow h = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n}$$

#### B. Nahoře vzduch ( $n_1=1$ ), podložka s indexem lomu $n_3$ , přičemž $n_3 > n_2 > n_1$ :

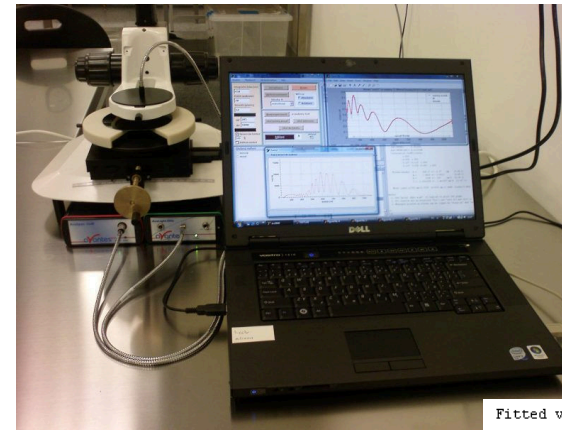
Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = 2hkn_2 = \frac{4hn_2\pi}{\lambda} \Rightarrow h = m \frac{\lambda}{2n_2}$$

Příklady: bublina (A), olejová vrstva na vodě (B), tenká vrstva na skle (B), ...

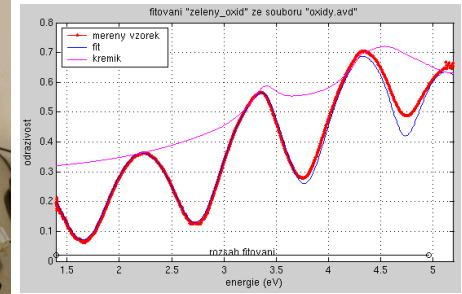
Kolmý odraz: Jak ho zařídit v mikroskopu či spektrometru:

- a) polopropustné zrcátko
- b) vláknová optika



$$R(\lambda) = \frac{(r_1 r_s)^2 - 4r_1 r_s \sin^2 \phi}{(1 + r_1 r_s)^2 - 4r_1 r_s \sin^2 \phi},$$

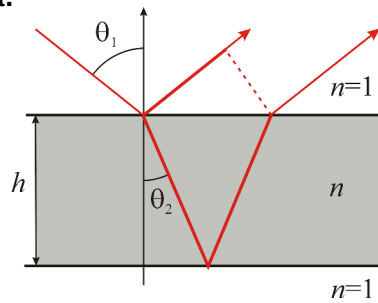
$$\phi = 2\pi d n_1 / \lambda.$$



Fitted values:

d	=	1060.8 +/- 1.4	nm	(0.14 %)
A	=	1.4825 +/- 0.002		(0.14 %)
B	=	1500 +/- 230	nm <sup>2</sup>	(15.54 %)
C	=	2.34e+008 +/- 2e+007	nm <sup>4</sup>	(8.38 %)

Note: layer n(300 nm)=1.5280 n(1080 nm)=1.4840 n(avg)=1.5060



Fázový posuv mezi paprsky:

$$\Delta\phi = \pi + 2h \left( \frac{kn}{\cos\theta_2} - k \tan\theta_2 \sin\theta_1 \right) = \pi + 2hk n \cos\theta_2$$

Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

Proužky stejné tloušťky, proužky stejného sklonu.

Experimenty...

Pak jejich vysvětlení

Odkaz na minulou přednášku

Takže dnes:

Difrakce a ohyb ... vs interference

Aplet na obdélníkovou štěrbinu?

Difrakce na kruhové štěrbině.

Ukázat sin, sinc, besj0, besj1 a (besj1(x)/x)\*\*2 v gnuplotu

Zmínit Airyho disk.

Omezení difrakcí: foťák, mikroskop, oko (člověk, pták)

Difrakci na mřížce: 1D, 2D, aplety

Co když tam budou jiné tvary než obdélníky?

Odkázat na rtg a strukturu.

Hloubka ostrosti

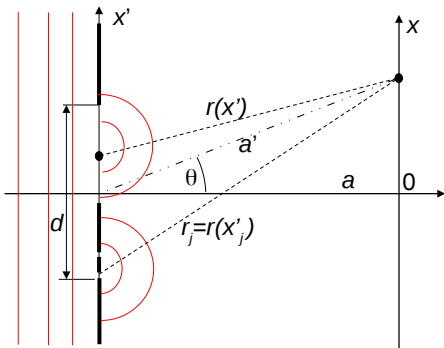
Foťák

Interferenční filtry (viz experiment)

Zbude-li čas: (M) soustava více čoček; interf. mikroskop;

průchod světla hranolem (přesný vs aproximativní vzorec)

## I.9. Difrakce na otvorech



Princip:

- Body štěrbině emitují sekundární vlnění.
- Interferenci těchto sekundárních vln pozorujeme na stínítku.

Intenzitu elektrického pole v bodě x na stínítku získáme součtem nebo integrací vln ze všech spojitéch nebo diskretních zdrojů:

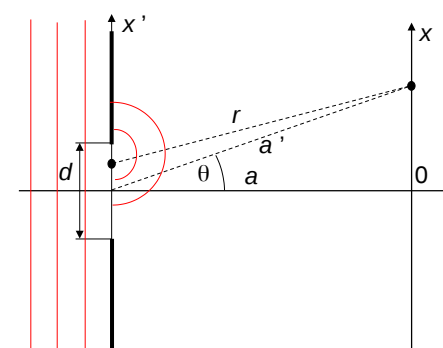
$$E(x) = \sum_j \frac{A}{r_{x'_j}} e^{-i(\omega t - kr_{x'_j})} + \int dx' \frac{A}{r(x')} e^{-i(\omega t - kr(x'))}$$

Fraunhoferova aproximace:

– platí pro „malý daleký“ zdroj, přesněji pro  $d \ll \sqrt{a\lambda}$ – amplituda se tlumí pomalu  $\frac{1}{r} \approx \frac{1}{a'}$ – fáze se mění rychle:  $kr \approx k \left( a' - \frac{xx'}{a'} \right) = ka' - \frac{kxx'}{a'} = ka' - kx' \sin\theta$ 

Výpočet s kulovou vlnou se převede na jednodušší problém s rovinnou vlnou

## (Lineární) Štěrbin



Zdrojem sekundárního vlnění jsou všechny body ve štěrbině délky d. Interference sekundárních vln se pozoruje na stínítku.

Intenzita elektrického pole v bodě x na stínítku je

$$E(x) = \int_{-d/2}^{d/2} dx' \frac{A}{r} e^{-i(\omega t - kr)}$$

Výpočet ve Fraunhoferově aproximaci:

$$E(x) \approx \frac{A}{a'} e^{-i(\omega t)} \int_{-d/2}^{d/2} dx' e^{ikxx'/a'}$$

Integrovaním vyjde:

$$E(x) = \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} d \operatorname{sinc}\left(\frac{kxd}{2a'}\right) \equiv \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} d \operatorname{sinc}\left(\frac{kd}{2} \sin\theta\right) \quad \text{kde } \operatorname{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{pro } x \neq 0 \\ 1 & \text{pro } x = 0 \end{cases}$$



Omezíme-li se na případ  $|x| \ll a$ , bude  $a' \approx a$  a intenzita vlnění v místě  $x$  je

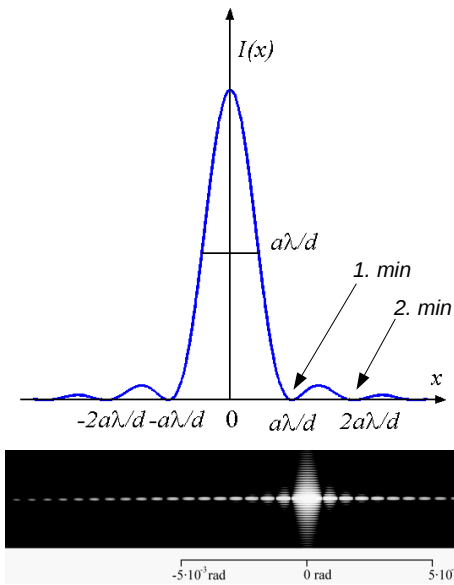
$$I(x) = I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x d}{\lambda a}\right)$$

Minima intenzity jsou v bodech

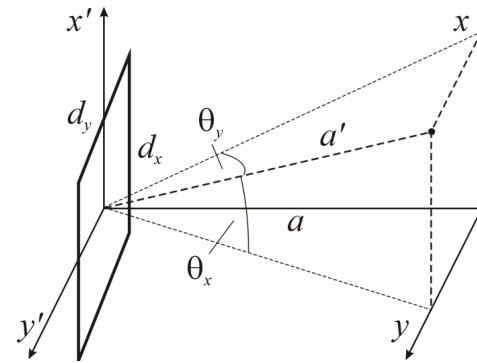
$$m \frac{a \lambda}{d}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Šířka hlavního maxima v poloviční výšce je přibližně

$$\Delta x = \frac{a \lambda}{d}$$



## Difrakce na obdélníkovém otvoru



Výpočet ve Fraunhoferově aproximaci:

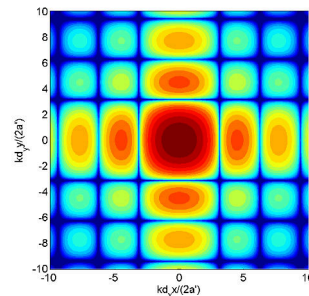
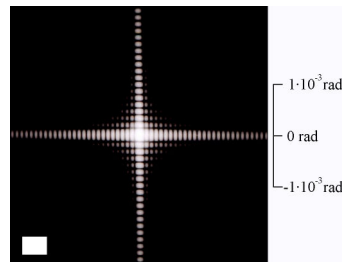
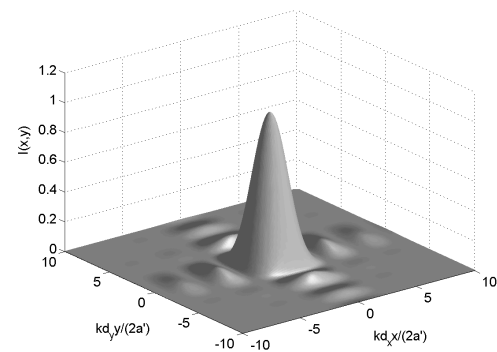
$$E(x) \approx \frac{A}{a'} e^{-i(\omega t)} \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \int_{-d_y/2}^{d_y/2} dx' dy' e^{ik(xx'+yy')/a'}$$

Difraktovaná intenzita je

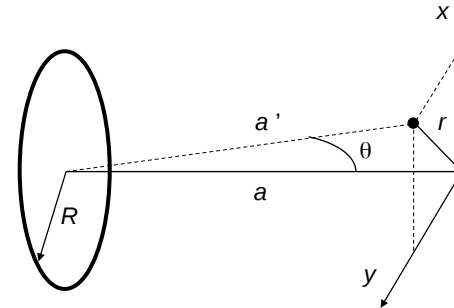
$$I(x, y) = I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x d_x}{\lambda a'}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi y d_y}{\lambda a'}\right) \equiv I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d_x}{\lambda} \sin \theta_x\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d_y}{\lambda} \sin \theta_y\right)$$

Obdélníková štěrba – rozložení difraktované intenzity na stínítku

Indexování minim a maxima dvěma celými čísly  $m_x, m_y$



## Difrakce na kruhovém otvoru



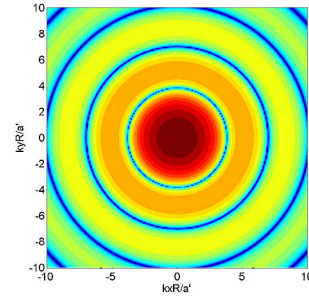
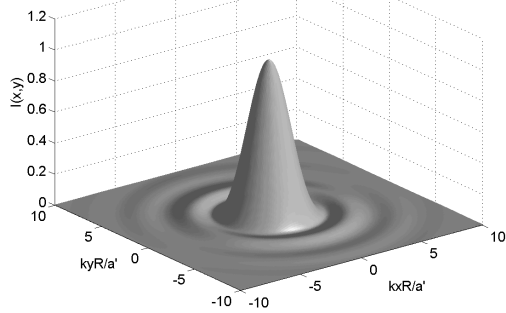
Výpočet ve Fraunhoferově aproximaci:

$$E(x) \approx \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} \iint_{\text{kruh}} dx' dy' e^{ik(xx'+yy')/a'}$$

Difraktovaná intenzita je

$$I(r) = I_{\max} \left( \frac{2J_1(krR/a')}{krR/a'} \right)^2 \equiv I_{\max} \left( \frac{2J_1(kR \sin \theta)}{kR \sin \theta} \right)^2$$

$J_1(x)$ : Besselova funkce 1. řádu



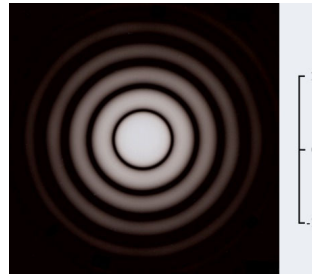
První minimum difrakční intenzity vznikne pro

$$\sin \theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{2R}$$

Toto rozložení intenzity se pozoruje v zadní ohniskové rovině spojky. Dva předměty se rozliší, je-li jejich úhlová vzdálenost větší než

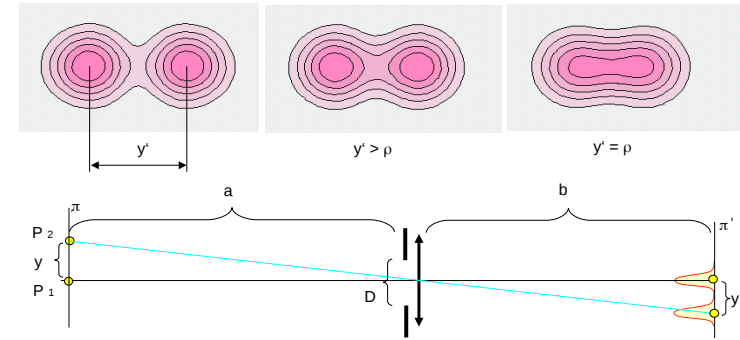
$$\Delta \theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

kde  $d$  je průměr spojky (**Rayleighovo kritérium rozlišení**)



Minima: 1,22; 1,xx

**Rayleighovo kritérium rozlišení:** součet dvou křivek, maximum v minimu



1. Každý bod předmětu se zobrazí v nejlepším případě jako ploška o průměru  $\rho = \lambda \cdot b / D$  a nazývá se **Airyho stopa**.
2. V obraze budou body  $P_1$  a  $P_2$  rozlišeny, když  $y' > \rho$ .

**Rayleighovo kritérium rozlišení:**  $\sin \theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$

Rozlišení oka:

1 úhlová minuta – dáno vzdáleností čípků na sítnici (cca 5  $\mu\text{m}$ ) a vzdáleností sítnice od zornice (cca 17 mm).

Jedna úhlová minuta je v radiánech:

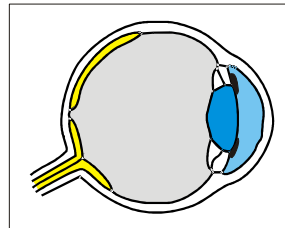
$$1' = (1,0/60) \cdot \pi/180 = 0,291 \text{ mrad}$$

Zornice má průměr  $d = 2$  až 8 mm.

Mezní difrakční úhel v radiánech je  $1,22 \cdot \lambda / d$ :

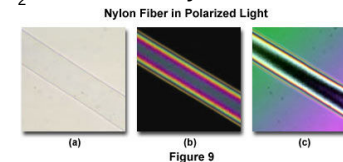
$$\text{Pro } 2 \text{ mm: } \theta_1 = 1,22 \cdot 500 \text{e-}9 / 2 \text{e-}3 = 0,305 \text{ mrad}$$

$$\text{Pro } 8 \text{ mm: } \theta_2 = 1,22 \cdot 500 \text{e-}9 / 8 \text{e-}3 = 0,076 \text{ mrad}$$

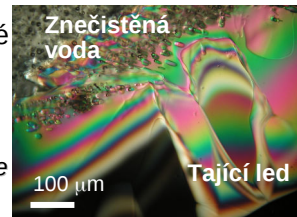


→ optimum je pro zamhouřenou zornici; pro roztaženou je rozlišení lepší než nezbytně nutné, ale do oka dopadá více světla.

Anizotropní rozložení indexu lomu (nekubické minerály, např. kalcit): vektorový charakter  $E$  – rozklad na polarizované vlny  $E_1$  a  $E_2$  – různé směry šíření řádného a mimořádného paprsku.



polarizační mikroskopie



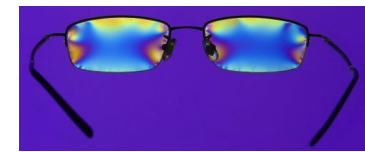
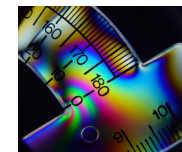
Anizotropie vyvolaná působením vnějších sil → **Fotoelasticimetrie:** Metoda pro zobrazení rozložení mechanického napětí (tedy i skrytých vad) v průhledných materiálech pomocí polarizace světla.

Využití: zdroj, polarizátor, 3D model (plexisklo) objektu (strojní součástka, most, ...), analyzátor, stínítko.

**Menší zatížení:** temně zbarvené izokliny (čáry stejných směrů hlavního napětí).

**Větší zatížení:** stejně zbarvené izochromáty (čáry stejných rozdílů hlavních napětí)

→ z nichž lze odvodit směr a velikost hlavního napětí.



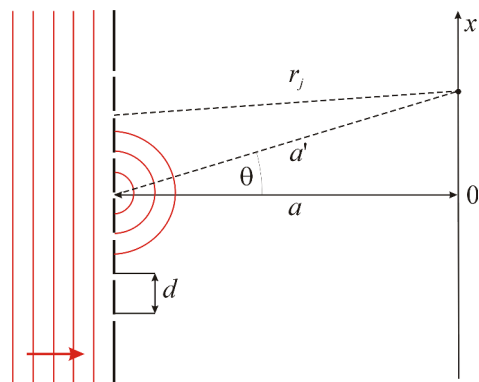
Dvojlom vyvolaný elektrickým polem: Kerrův jev

## Difrakce na mřížce

73

Difrakční mřížka – periodicky uspořádané totožné štěrby

Omezíme se na difrakční mřížku s  $N$  velmi úzkými dlouhými štěrbinami, každá štěrba je zdrojem sekundární kulové vlny.



Výsledné elektrické pole

$$E(x) = \sum_{j=1}^N \frac{A}{r_j} e^{-i(\omega t - k r_j)}$$

Necht' platí Fraunhoferova aproximace

$$N d \ll \sqrt{a \lambda}$$

Pak je

$$r_j \approx a' - j \frac{x d}{a'}$$

a nakonec vyjde

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left( \frac{N \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}$$

Hlavní difrakční maxima jsou v bodech

74

$$\frac{k x d}{a'} = \frac{\pi x d}{\lambda a'} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = m \pi$$

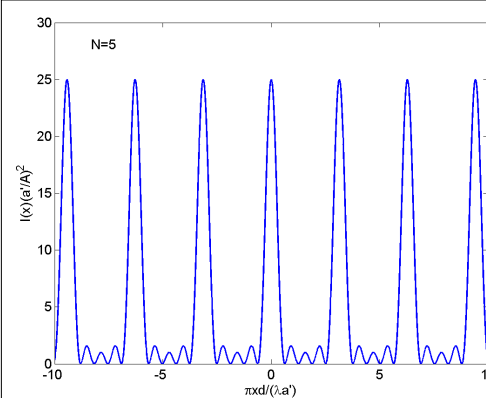
$$d \sin \theta = m \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\sin \theta \equiv \frac{x}{a'} = m \frac{\lambda}{d}$$

Intenzita v difrakčním maximu je

$$I_{\max} = N^2 \left| \frac{A}{a'} \right|^2$$

Mezi sousedními hlavními difrakčními maximy je  $N-1$  nulových bodů intenzity, tj.  $N-2$  vedlejších maxim.



Šířka hlavního maxima je přibližně rovna vzdálenosti mezi sousedními minimy:

$$\Delta(\sin \theta) \equiv \cos \theta \cdot \Delta \theta = \frac{\lambda}{N d}$$

Použití difrakční mřížky: **mřížkový spektrograf**

Konečná velikost štěrbin ovlivní výšku difrakčních maxim, jejich poloha a šířka zůstanou nezměněny.

## Difrakce na mřížce vs Youngův pokus

75

Difrakční mřížky s  $N$  vrypy:

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left( \frac{N \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}$$

Vyjde to stejně pro  $N = 2$  ???

Youngův pokus:

$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2 \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

## Difrakce na mřížce vs Youngův pokus

76

Difrakční mřížky s  $N$  vrypy:

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left( \frac{N \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}$$

Vyjde to stejně pro  $N = 2$  ???

Youngův pokus:

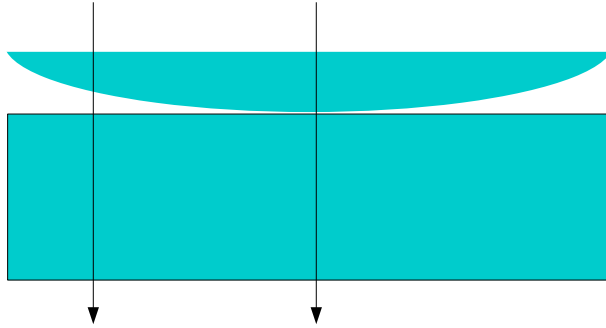
$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2 \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

$$\frac{\sin \left( \frac{2 \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)} = \frac{2 \sin \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right) \cos \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)} = 2 \cos \left( \frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

## Newtonova skla



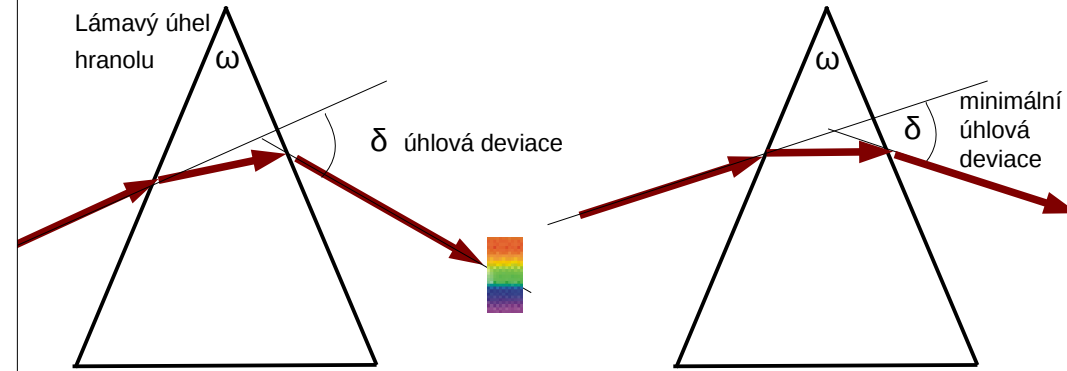
Pozorování v prošlém nebo v odraženém světle.



77

## Průchod světla hranolem

78



**Obecně:**

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \alpha + \gamma - \omega$$

$$\gamma = \text{asin}(\sin \omega \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \omega \sin \alpha)$$

**Minimální deviace:**

$$\delta = 2\alpha - \omega = \text{asin}\left(n \sin \frac{\omega}{2}\right) - \omega$$

$$n = \frac{\sin \beta_1}{\alpha} = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + \omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}}$$

## Optika – shrnutí

79

Důležité:

- $\lambda, f$
- Definice  $n$ , chromatická disperze
- Brewsterův úhel
- Úhel totálního odrazu
- Průchod světla hranolem, čočkou, destičkou
- Čočková rovnice
- Interference na vrstvě
- Youngův pokus
- ...