

Základy astronomie 2

Příklady ke cvičením

*Sbírka zadání příkladů k předmětu
F2252 Základy astronomie 2*

VÁCLAV GLOS, GABRIEL SZÁSZ,
JAN ROKOS, LENKA ROKOSOVÁ,
JIŘÍ LIŠKA, TEREZA KLOCOVÁ

Obsah

1	Opakování předchozího semestru	1
2	Dálkový průzkum hvězd	2
3	HR diagram	3
4	Zdroje energie hvězd	5
5	Slunce	6
6	Sluneční soustava očima vzdáleného pozorovatele	7
7	Zákrytové dvojhvězdy	8
8	Měření vzdáleností ve vesmíru	9
9	Galaxie	10

1 Opakování předchozího semestru

1.1 V katalogu hvězd najdete následující údaje:

hvězda	α (h m s)	δ (° ' ")	π (")	\mathcal{M} (M_{\odot})	R (R_{\odot})	M (mag)	T (K)
α Ori	05 55 10,3	+07 25 25,4	0,004 51	11,6	910	-5,85	3 590

Spočítejte:

- Vzdálenost hvězdy v parsecích, světelných letech, metrech a určete, kolik sekund světlu potrvá, než od hvězdy dorazí k nám.
- Kolikrát by byla hvězda jasnější než Slunce, pokud by se nacházela ve stejné vzdálenosti. Absolutní hvězdná velikost Slunce je $M_{\odot} = 4,83$ mag.
- Jak velký vesmírný dalekohled pozorující na vlnové délce $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ by byl potřeba k rozlišení této hvězdy. Poloměr Slunce je $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8$ m.
- Na jaké vlnové délce má hvězda maximum vyzářené energie. Určete frekvenci a energii fotonu o takové vlnové délce.
- Od jaké zeměpisné šířky je hvězda cirkumpolární.
- Spočítejte hvězdný čas Θ v době, kdy hvězda kulminuje. Jak vysoko bude hvězda nad obzorem při kulminaci na severní zeměpisné šířce 50° .

1.2 Voyager 1 je nejvzdálenější člověkem vyrobený objekt. Nyní je ve vzdálenosti přibližně 144 au od Slunce a pohybuje se od něj rychlostí 16,9 km/s. Jeho komunikační frekvence je 2,3 GHz. Spočítejte:

- Vzdálenost v parsecích, světelných letech a metrech. Jak dlouho trvá signálu ze sondy, než dorazí ke Slunci?
- Pozorovanou hvězdnou velikost Slunce ze vzdálenosti Voyageru 1? Absolutní hvězdná velikost Slunce $M_{\odot} = 4,83$ mag.
- Jakou komunikační frekvenci od Voyageru 1 přijímáme (uvažujte jen pohyb sondy, ne Země)?
- O kolik je rychlost Voyageru 1 vyšší než úniková rychlost? Počítejte jen s gravitačním vlivem Slunce. Vliv ostatních planet můžeme v této vzdálenosti můžeme zanedbat.

1.3 Spočítejte hmotnost Marsu v jednotkách hmotnosti Země. Hmotnost Země neznáte, ale víte, že oběžná doba Měsíce $P_M = 27,32$ dne, oběžná doba Phobosu $P_P = 0,32$ dne a oběžná doba Deimosu $P_D = 1,26$ dne. Měsíc obíhá ve vzdálenosti $r_M = 384\,000$ km, Phobos $r_P = 9\,376$ km a Deimos $r_D = 23\,463$ km.

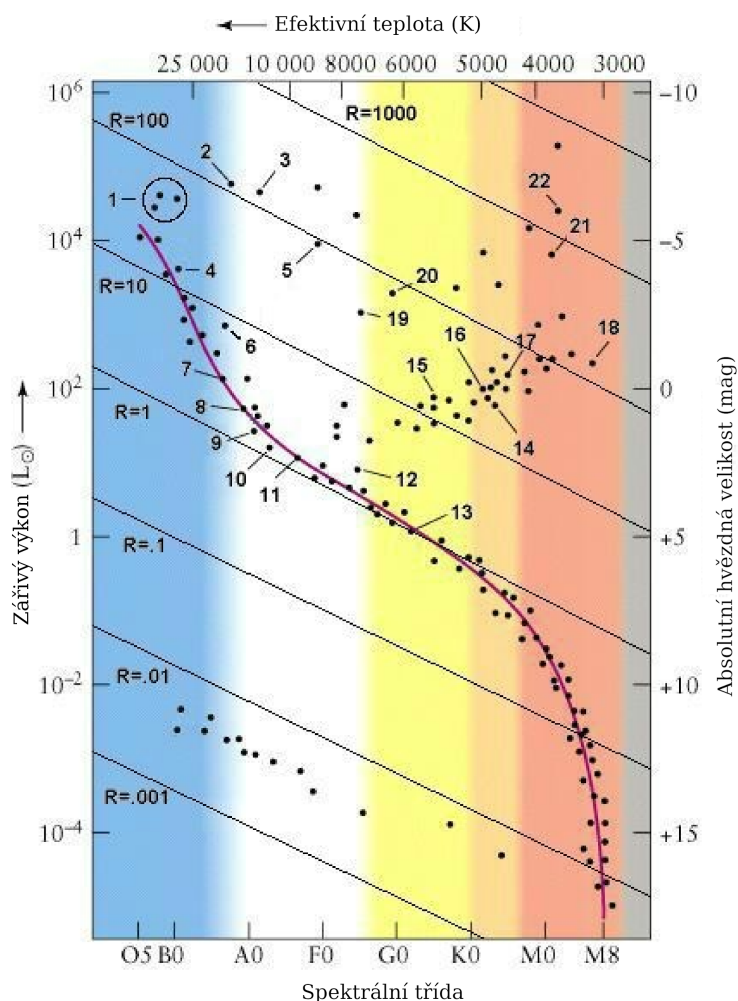
1.4 Spočítejte průměrnou hvězdnou velikost hvězdy z kulové hvězdokupy, která má celkovou pozorovanou hvězdnou velikost $m_{KH} = 4$ mag, pokud hvězdokupa obsahuje 100 000 hvězd.

2 Dálkový průzkum hvězd

- 2.1 Spočítejte průměrné hustoty Slunce, Siria A a Siria B. Poloměr Siria A $R_{SA} = 1,711 R_{\odot}$, poloměr Siria B $R_{SB} = 0,0084 R_{\odot}$, hmotnost Siria A $M_{SA} = 2,063 M_{\odot}$ a hmotnost Siria B $M_{SB} = 1,018 M_{\odot}$.
- 2.2 Ze znalosti sluneční konstanty ($G_{SC} = 1\,361 \text{ W/m}^2$) pomocí Stephanova-Boltzmanova zákona určete povrchovou teplotu Slunce.
- 2.3 Kolikrát větší poloměr by musela mít hvězda o stejné povrchové teplotě, aby měla 100krát vyšší zářivý výkon? Kolikrát by se zvýšil zářivý výkon Slunce, pokud by jeho teplota vzrostla o 1 000 K?
- 2.4 Sirius B má poloměr $R_{SB} = 0,0084 R_{\odot}$ a povrchovou teplotu 25 000 K. Jakou by měl pozorovanou hvězdnou velikost ze Země, kdyby byl na místě Slunce. Jak by se změnila „sluneční“ konstanta?

3 HR diagram

3.1 Na HR diagramu (obr. 1) bylo vybráno 22 významných hvězd a skupin hvězd.



Obrázek 1: HR Diagram. Čísly 1 až 22 jsou vyznačeny vybrané hvězdy (resp. skupiny hvězd). Popisky přímků konstantního poloměru R jsou v jednotkách poloměru Slunce (R_{\odot}). Fialová křivka vyznačuje hlavní posloupnost.

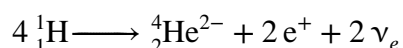
Najdete mezi označenými hvězdami (resp. skupinami hvězd) ty, které odpovídají následujícímu popisu:

- Slunce – má zářivý výkon přesně $1 L_{\odot}$ a poloměr přesně $1 R_{\odot}$.
- Mira – dlouhoperiodický červený obr, nejčervenější z vybraných hvězd.
- Prokyon – hvězda spektrální třídy F5, kousek nad hlavní posloupností.
- Rigel – z vybraných hvězd má nejvyšší zářivý výkon.
- Altair – bílá hvězda hlavní posloupnosti spektrální třídy A7.
- Capella – žlutý obr.
- Tři hvězdy Orionova pásu – jsou ze všech vybraných modrých obrů nejvíce horké.
- Aldebaran – červený obr spektrální třídy K5, který má nejvyšší zářivý výkon a je zároveň největší z vybraných červených obrů spektrální třídy K.

- (i) Mirfak („hlava Persea“) – veleobr spektrální třídy F.
 - (j) Fomalhaut – z vybraných hvězd má velikostí nejbliže ke Slunci.
 - (k) δ Cephei – klasická cefeida, která je veleobrem spektrální třídy G0.
 - (l) Polárka – cefeida s kratší periodou než δ Cephei, proto se na diagramu nachází blízko ní, ale má nepatrně nižší zářivý výkon.
 - (m) Sirius – hvězda spektrální třídy A0, kterou najdeme kousek pod hlavní posloupností.
 - (n) Betelgeuse – největší z vybraných červených obrů.
 - (o) Alcyone – nejjasnější hvězda Plejád, modrý obr spektrální třídy B7, je přibližně 10krát větší jako Slunce má 1 000krát vyšší zářivý výkon.
 - (p) Deneb – nejvzdálenější hvězda první hvězdné velikosti, má druhý nejvyšší zářivý výkon z vybraných hvězd.
 - (q) Arcturus – prostřední z tří vybraných červených obrů spektrální třídy K. Prostřední velikostí i zářivým výkonem.
 - (r) Hvězda, která má téměř přesně 100krát větší poloměr než Slunce.
 - (s) Regulus – hvězda spektrální třídy B7 a také nejmodřejší vybraná hvězda ležící přesně na hlavní posloupnosti.
 - (t) Spica – hvězda hlavní posloupnosti spektrální třídy B1, modřejší než Regulus.
 - (u) Antares – červený veleobr, z vybraných hvězd druhý největší, hned po Betelgeuse.
 - (v) Vega – hvězda spektrální třídy A0 ležící přesně na hlavní posloupnosti.
 - (w) Hvězda s poloměrem větším než $1\,000 R_{\odot}$.
 - (x) Pollux – nejmenší ze tří vybraných červených obrů spektrální třídy K.
 - (y) Nejmenší vybraná hvězda.
- 3.2 Hvězda hlavní posloupnosti spektrální třídy A0 má pozorovanou hvězdnou velikost $m_V = 5,2$ mag. S pomocí HR diagramu určete její vzdálenost.

4 Zdroje energie hvězd

- 4.1 V ne tak daleké minulosti se vedly debaty o zdroji energie, který hradí zářivý výkon Slunce. Jednou z teorií bylo, že Slunce je složeno z uhlí, které na něm postupně hoří. Spočítejte, jak dlouho by bylo možné hradit zářivý výkon Slunce, jestliže předpokládáme, že celá hmotnost je tvořena uhlím a energetická hustota uhlí je 24 MJ/kg.
- 4.2 Další teorií bylo, že je zářivý výkon Slunce hrazen jeho smršťováním (přeměnou gravitační potenciální energie). Spočítejte celkovou gravitační potenciální energii Slunce a určete, jak dlouho by mohla hradit zářivý výkon Slunce. Nepleťte si celkovou gravitační potenciální energii s gravitační potenciální energií na povrchu Slunce. Pro zjednodušení předpokládejte konstantní hustotu rovnu střední hustotě Slunce. Nezapomeňte rovněž na viriálový teorém.
- Pomůcka: Slunce rozdělte na infinitesimální kulové slupky s hmotností dm a celkovou hodnotu potenciální energie získajte integrací přes celý poloměr.*
- 4.3 Dalším možným zdrojem energie Slunce bylo jaderné štěpení uranu. Pokud u Slunce předpokládáte stejnou koncentraci uranu jako v Zemské kůře tzn. 4 ppm (*parts per million*) a rovněž předpokládáte pouze přítomnost uranu-235 (nejčastěji používaný izotop pro štěpení), tak určete, jak dlouho by byly schopny štěpné reakce hradit zářivý výkon Slunce. Celková energie uvolněná při štěpení jednoho jádra uranu-235 je 215 MeV, hmotnost atomu uranu-235 je 235,044 u (relativní atomová hmotnost, $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$).
- 4.4 V dnešní době víme, že hlavním zdrojem energie Slunce je termonukleární fúze jader atomů vodíku na heliové jádra. Spočítejte hodnotu elektrostatického potenciálu mezi dvěma protony (jádry atomu vodíku) ve vzdálenosti, která odpovídá rozměru protonu tzn. 10^{-15} m . V jádru Slunce je teplota $1,5 \cdot 10^7 \text{ K}$ a střední kinetická energie částice ideálního plynu je $E_K = \frac{3}{2} k_B T$, kde k_B je Boltzmanova konstanta $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$. Stačí tato energie na překonání elektrostatické bariéry? Diskutujte.
- 4.5 Spočítejte kolik kilogramů vodíku se za sekundu změní na helium. Víte, že hmotnost atomu vodíku je 1,007 825 u, hmotnost atomu helia je 4,002 603 u. Výsledná reakce vypadá následovně:



5 Slunce

- 5.1 Teplota sluneční skvrny je přibližně 3 900 K. Teplota sluneční fotosféry je 5 780 K. Jakou barvu má Slunce a jakou barvu má sluneční skvrna? Proč se skvrny jeví na Slunci tmavé?
- 5.2 Kolikrát se zmenší energie fotonu, který vznikne během proton-protonového řetězce s energií 5,49 MeV, když při vyzáření z fotosféry má vlnovou délku přibližně 500 nm?
- 5.3 Spočítejte průměrnou hodnotu gradientu teploty ve vnitru Slunce. V jádru je teplota přibližně $15 \cdot 10^6$ K.
- 5.4 Spočítejte průměrný měrný zářivý výkon Slunce (zářivý výkon na 1 kg) a porovnejte s průměrným měrným zářivým výkonem lidského těla za předpokladu, že lidské tělo září jako absolutně černé těleso. Teplotu lidského těla uvažujte 36 °C, hmotnost 80 kg a plochu 1,5 m².
- 5.5 Předpokládejte, že se Slunce zhroutí v neutronovou hvězdu o poloměru 10 km, přičemž nedojde ztrátě žádné hmoty ani energie. Jaká bude výsledná perioda rotace za předpokladu homogenního rozložení hustoty. Nedošlo by k roztrhání tohoto objektu? Střední rotační perioda Slunce je 27 dní.

6 Sluneční soustava očima vzdáleného pozorovatele

- 6.1 Určete podmínku, za které by pozorovatel mimo sluneční soustavy mohl sledovat tranzit Země přes Slunce. Hraniční podmínka ať je tehdy, kdy se střed Země nedostane blíže než na kraj slunečního disku. Totéž určete pro Jupiter s předpokladem, že Jupiter obíhá přesně v rovině ekliptiky. Velká poloosa Jupitera je $a_J = 5,2$ au.
- 6.2 Ekliptikální šířka hvězdy Jabhat Acrabi II je $+00^{\circ}02'54,4''$, takže z její planetární soustavy je možné pozorovat tranzit jak Země tak Jupitera. Tato hvězda je obr (třída svítivosti III) spektrální třídy G6. Její absolutní hvězdná velikost je $M_{\text{JAI}} = -0,62$ mag a pozorovaná hvězdná velikost $m_{\text{JAI}} = 4,32$ mag. Spočítejte pozorovanou hvězdnou velikost Slunce ze vzdálenost Jabhat Acrabi II a spočítejte o kolik se změní pozorovaná hvězdná velikost v případě transitu Země a Jupitera. Vzdálenost planet ke Slunci můžete vůči vzdálenosti hvězdy od Slunce zanedbat.
- 6.3 Spočítejte hodnoty gravitačního potenciálu Slunce ve středních vzdálenostech planet Merkur (0,387 au), Země a Jupitera (5,2 au). Co je energeticky náročnější? Poslat sondu ze Země k Merkuru nebo k Jupiteru?
- 6.4 Spočítejte, které těleso sluneční soustavy v sobě váže nejvíce momentu hybnosti. Na výběr máte z následujících:

těleso	M	R	P_{rot}	P_{orb}	a
Slunce	$2 \cdot 10^{30}$ kg	$6,96 \cdot 10^8$ m	25,38 d	–	–
Jupiter	$1,9 \cdot 10^{27}$ kg	69 911 km	9,93 h	11,86 yr	5,2 au
Neptun	$1,0 \cdot 10^{26}$ kg	24 622 km	16 h 6 min 36 s	164,8 yr	30,11 au

Uvažujte homogenní rozložení hustoty těles a orientaci rotační osy kolmou k rovině oběhu.

7 Zákrytové dvojhvězdy

- 7.1 Mějme systém zákrytové dvojhvězdy tvořený hvězdami hlavní posloupnosti. Poloměr první složky je $R_1 = 1,3 R_\odot$, teplota $T_1 = 6\,200\text{ K}$, poloměr druhé složky $R_2 = 0,79 R_\odot$ a teplota $T_2 = 5\,250\text{ K}$. Spočítejte pozorovanou hvězdnou velikost v době primárního a sekundárního zákrytu pokud mimo zákryt pozorujeme celkovou hvězdnou velikost $m_c = 10,0\text{ mag}$. Zanedbejte okrajové ztemnění hvězdných disků.
- 7.2 U složek binárního systému definovaného v příkladě 7.1 jsme napozorovali maximální posuv spektrální čáry $H\alpha$ ($656,297\text{ nm}$) pro první složku $|\Delta\lambda_1| = 1,267 \cdot 10^{-10}\text{ m}$ a pro druhou složku $|\Delta\lambda_2| = 2,070 \cdot 10^{-10}\text{ m}$. Doba mezi primárním a sekundárním minimem je 2,82 dne. Za předpokladu kruhových drah spočítejte rychlosti oběhu obou složek, velikosti hlavních poloos v metrech a astronomických jednotkách a hmotnost jednotlivých složek v hmotnostech Slunce. Diskutujte proč je možné použít předpoklad kruhových drah?

8 Měření vzdáleností ve vesmíru

- 8.1 Jedním ze způsobů určování vzdálenosti extragalaktických objektů je určování period pulzujících proměnných hvězd typu δ Cephei nacházejících se v těchto objektech. U těchto tzv. „cefeid“ Ferrarese et al. (1996) napozorovali vztah (1) mezi absolutní hvězdnou velikostí M_V a periodou pulzace P ve dnech.

$$M_V = -2.76 \cdot (\log P - 1) - 4.16 \quad (1)$$

Pomocí vztahu (1) určete vzdálenost objektu, ve kterém se nachází cefeida s periodou 25,3 dne a pozorovanou hvězdnou velikostí $m_V = 19,16$ mag. O jaký objekt se jedná?

- 8.2 Dalším způsobem určování vzdáleností je pozorování maximální jasnosti supernov typu Ia. Absolutní hvězdná velikosti SN Ia je v maximu až $-19,3$ mag. Jak jasná by byla SN Ia v galaxii M31? Byla by vidět pouhým okem? Kolik procent zářivého výkonu galaxie M31 vyzařuje SN Ia v době svého maxima, pokud pozorovaná hvězdná velikost galaxie M31 $m_{M31} = 3,44$ mag?

- 8.3 Pro velmi vzdálené objekty můžeme využít Hubbleova zákona. Ten předpokládá homogenní rozpínání vesmíru, což znamená, že můžeme použít lineární vztah (2) mezi vzájemnou vzdáleností a rychlostí vzdalování kde v je rychlost vzdalování v kilometrech za sekundu, D vzdálenost v megaparsecích a H_0 je aktuální hodnota Hubbleovy konstanty v kilometrech za sekundu na megaparsek.

$$v = H_0 D \quad (2)$$

Přesná hodnota Hubbleovy konstanty je stále nejistá, ale použijme hodnotu určenou z dat HST z 18. 3. 2019 $H_0 = 74,03$ km/s/Mpc. Určete rudý posuv, rychlost vzdalování a vzdálenost galaxie NGC 1357, u které pozorujeme spektrální čáru $H\alpha$ na vlnové délce $6\,608,6$ Å. Klidová vlnová délka čáry $H\alpha$ je $656,30$ nm.

- 8.4 Převedte jednotky Hubbleovy konstanty do SI. Jaký význam má hodnota Hubbleovy konstanty v SI? Diskutujte.

9 Galaxie

- 9.1 V okolí supermasivní černé díry v centru naší Galaxie vzdáleném 7,94 kpc obíhá hvězda S2 s periodou 16,05 roku. Velkou poloosu její dráhy pozorujeme pod úhlem $0,12''$ a numerická excentricita dráhy $\varepsilon = 0,884$. Spočítejte hmotnost centrální černé díry v hmotnostech Slunce a pericentrum dráhy hvězdy S2 v astronomických jednotkách.
- 9.2 Slunce obíhá centrum naší Galaxie ve vzdálenosti 7,94 kpc rychlostí 220 km/s přibližně po kruhové dráze. Spočítejte, kolik oběhů stihlo naše Slunce od svého vzniku před 4,6 miliardami let.
- 9.3 Jakou rychlost by mělo Slunce na své kruhové dráze, pokud by obíhalo pouze kolem supermasivní černé díry v centru naší Galaxie? Proč se rychlost o tolik liší oproti skutečné rychlosti? Kolikrát by musela být černá díra hmotnější, aby byla rychlost stejná? Diskutujte.
- 9.4 Značení eliptických galaxií se skládá s písmene E a čísla ε od 0 do 7, pro které platí vztah (3), kde a je délka velké poloosy a b je délka malé poloosy izolinie (křivky o stejné plošné jasnosti).

$$\varepsilon = 10 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \quad (3)$$

Galaxie M59 je klasifikována jako E5. Určete poměr a/b .

- 9.5 Difuzní halo galaxie IC 1101 má rozměr $12' \times 6'$. Rudý posuv IC 1101 je $z = 0,077$. Určete kolikrát je IC 1101 větší než naše Galaxie (horní mez průměru naší Galaxie je 200 kly).

Literatura

Ferrarese, L., Freedman, W. L., Hill, R. J., et al. 1996, *Astrophysical Journal*, 464, 568