

# Cesta směrem k 0 K

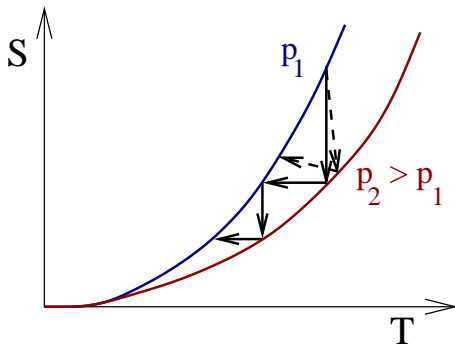
Studijní materiál k 2. části předmětu Fyzika nízkých teplot (F8540)  
Metody dosahování nízkých teplot



*foto: Alík*

# Termodynamické zákony

- 1 zákon zachování energie, např.  $TdS = dU - pdV$
- 2  $dS \geq 0$
- 3  $\lim_{T \rightarrow 0} S = 0 \Rightarrow$  Nelze dojít k  $T = 0$  K.



1 Fázové přechody 1. druhu

2 Expanze plynu

3 Demagnetizace

4 Laserové chlazení

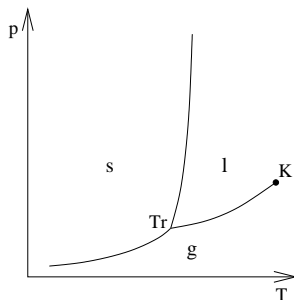
5 Ostatní metody

# Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

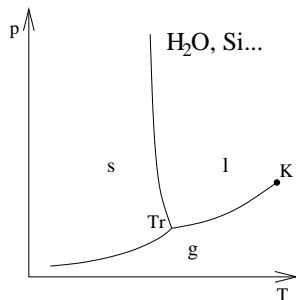


# Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

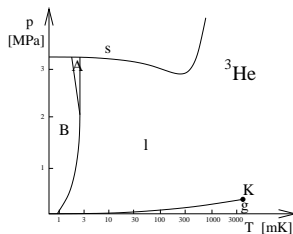


# Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$



# Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

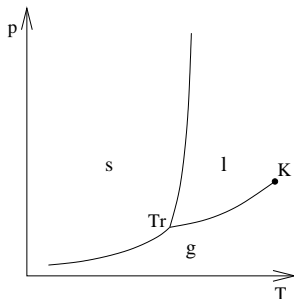
$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

Vypařování:

$$p \Delta V \approx NkT$$

$$\frac{dp}{dT} \approx \frac{p Q_{vyp}}{NkT^2}$$

$$p = p_0 e^{-\frac{Q_{vyp}}{NkT}}$$



$$\frac{dp}{p} = \frac{Q_{vyp} dT}{NkT^2}$$

$$\ln p = -\frac{Q_{vyp}}{NkT} + konst.$$

# Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

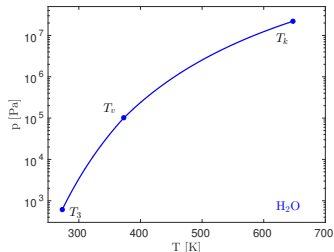
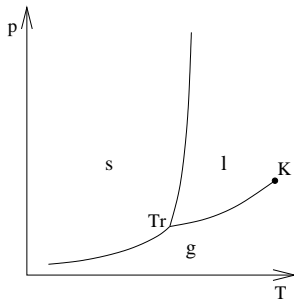
$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

Vypařování:

$$p \Delta V \approx NkT$$

$$\frac{dp}{dT} \approx \frac{p Q_{vyp}}{NkT^2}$$

$$p = p_0 e^{-\frac{Q_{vyp}}{NkT}}$$





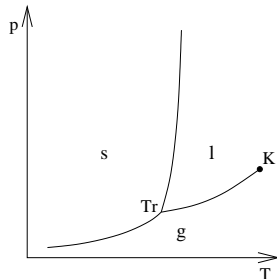
# Fázové přechody 1. druhu – seznam metod

- odpařování kapaliny
- sublimace
- desorpce
- rozpouštění  ${}^3\text{He}$  v  ${}^4\text{He}$
- Pomerančukův refrigerátor
- tavení  ${}^4\text{He}$  v  $\odot {}^3\text{He} + {}^4\text{He}$

# Odpařování kapaliny

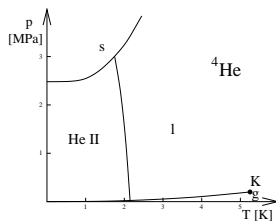
- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NkT}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem

|           | Kr  | O <sub>2</sub> | Ar  | N <sub>2</sub> | Ne | H <sub>2</sub> | <sup>4</sup> He | <sup>3</sup> He |
|-----------|-----|----------------|-----|----------------|----|----------------|-----------------|-----------------|
| $T_K$ [K] | 210 | 155            | 151 | 126            | 44 | 33             | 5.2             | 3.3             |
| $T_V$ [K] | 121 | 90             | 87  | 77             | 27 | 20             | 4.2             | 3.2             |
| $T_3$ [K] | 116 | 54             | 84  | 63             | 25 | 13.8           | –               | –               |



# Odpařování kapaliny

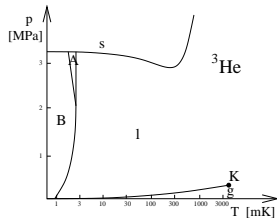
- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NK T}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem
- $^4\text{He}$  nemá trojný bod – omezeno prakticky dosažitelným tlakem a exponenciálním poklesem chladicího výkonu.  
Rozsah: (0.4 K –) 0.8 K – 4.2 K (– 5.2 K)



| T [K]                 | 0.1 | 0.2             | 0.3            | 0.4            | 0.6   | 0.8 | 1  |
|-----------------------|-----|-----------------|----------------|----------------|-------|-----|----|
| $p(^4\text{He})$ [Pa] |     | $\sim 10^{-16}$ | $\sim 10^{-9}$ | $\sim 10^{-5}$ | 0.037 | 1.5 | 16 |

# Odpařování kapaliny

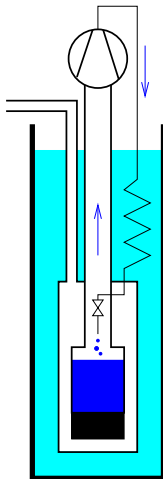
- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NK T}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem
- $^4\text{He}$  nemá trojný bod – omezeno prakticky dosažitelným tlakem a exponenciálním poklesem chladicího výkonu.  
Rozsah: (0.4 K –) 0.8 K – 4.2 K (– 5.2 K)
- $^3\text{He}$  má vyšší tenzi par než  $^4\text{He}$   
Rozsah: (0.2 K –) 0.3 K – 3.2 K (– 3.3 K)



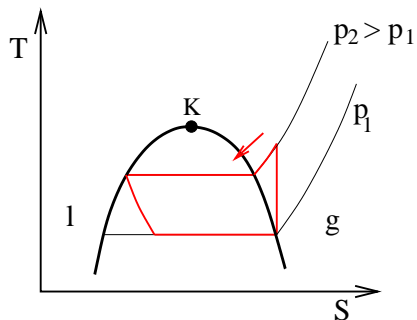
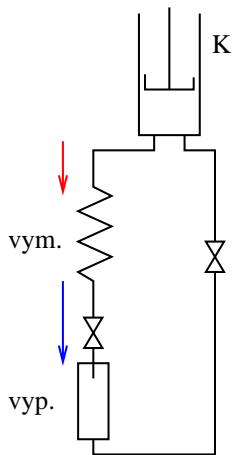
| T [K]                 | 0.1             | 0.2             | 0.3            | 0.4            | 0.6   | 0.8 | 1    |
|-----------------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|-------|-----|------|
| $p(^4\text{He})$ [Pa] |                 | $\sim 10^{-16}$ | $\sim 10^{-9}$ | $\sim 10^{-5}$ | 0.037 | 1.5 | 16   |
| $p(^3\text{He})$ [Pa] | $\sim 10^{-10}$ | 0.0016          | 0.25           | 3.7            | 73    | 386 | 1179 |

# Odpařování kapaliny

- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NkT}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem
- $^4\text{He}$  nemá trojný bod – omezeno prakticky dosažitelným tlakem a exponenciálním poklesem chladicího výkonu.  
Rozsah: (0.4 K –) 0.8 K – 4.2 K (– 5.2 K)
- $^3\text{He}$  má vyšší tenzi par než  $^4\text{He}$   
Rozsah: (0.2 K –) 0.3 K – 3.2 K (– 3.3 K)



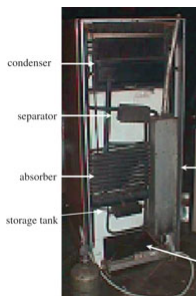
# Odpařování kapaliny – kompresorová lednička



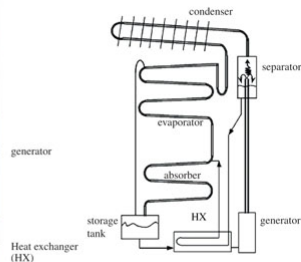
# Odpařování kapaliny – absorpční lednička

Poháněná teplem, konstantní tlak (bez kompresoru), odpařování  $\text{NH}_3$ .

- Desorbér (varník, generátor): zahřívání vodného  $\odot$   $\text{NH}_3$ , čpavek se vypařuje
- Kondenzátor:  $\text{NH}_3$  se chladí a kondenzuje
- Výparník: parciální tlak par  $\text{NH}_3$  se snižuje vodíkem  $\Rightarrow$  vypařování, ochlazování
- Absorbér:  $\text{NH}_3$  se absorbuje do vody



(a)

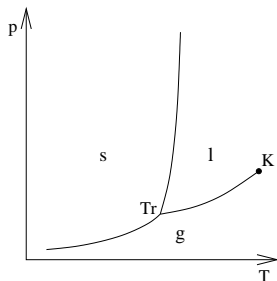


(b)

# Sublimace, desorpce

Sublimace:

- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{sub}}}{NkT}}$
- teploty  $\sim 10$  K pod  $T_3$



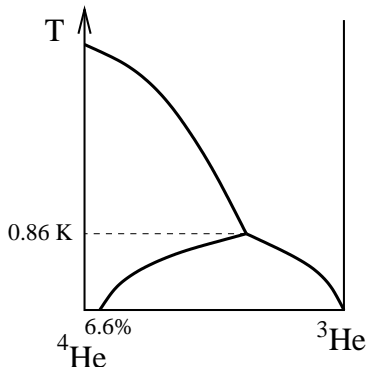
Desorpce:

- desorpce atomů He z povrchu aktivního uhlí, zeolitu, silikagelu. . .
- chlazení na teploty  $\sim 1 - 10$  K



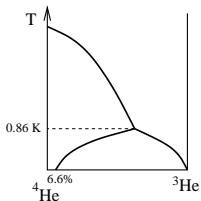
# Rozpouštěcí refrigerátor – směsi $^4\text{He}$ + $^3\text{He}$

- Pod 0.86 K dvě nemísitelné fáze:
  - horní, lehčí – koncentrovaná
  - dolní, těžší – zředěná
- Rozpustnost  $^3\text{He}$  ve zředěné fázi je i za 0 K nenulová.
- Rozpouštění  $^3\text{He}$  ve zředěné fázi je fázový přechod 1. druhu, spotřebovává se na něj teplo.



# Rozpouštěcí refrigerátor – výkon

Rozpouštění  $^3\text{He}$  ve zředěné fázi je fázový přechod 1. druhu, spotřebovává se na něj teplo  $Q$ .



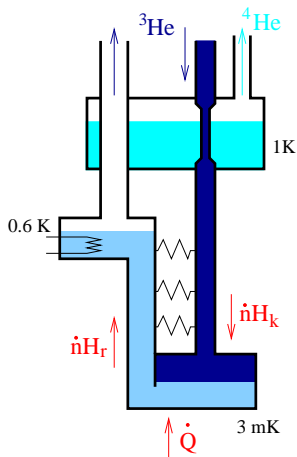
$$\dot{n}H_k + \dot{Q} = \dot{n}H_r$$

$$H(T) = H(0) + \int_0^T C dT, \quad \text{tep.kapacita } C = KT$$

$$K_r = 108 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}, \quad K_k = 24 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}$$

$$H(T) = H(0) + \frac{K}{2} T^2$$

$$\dot{Q} = \dot{n} \left[ H_r(0) - H_k(0) + \frac{K_r}{2} T_r^2 - \frac{K_k}{2} T_k^2 \right]$$



# Rožpouštěcí refrigerátor – výkon

$$\dot{n}H_k + \dot{Q} = \dot{n}H_r$$

$$H(T) = H(0) + \int_0^T C dT, \quad \text{tep. kapacita } C = KT$$

$$K_r = 108 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}, \quad K_k = 24 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}$$

$$H(T) = H(0) + \frac{K}{2} T^2$$

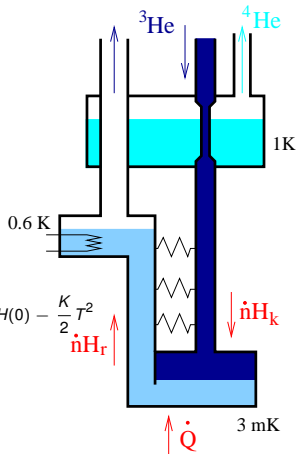
$$\dot{Q} = \dot{n} \left[ H_r(0) - H_k(0) + \frac{K_r}{2} T_r^2 - \frac{K_k}{2} T_k^2 \right]$$

$$G_r(T_r) = G_k(T_k)$$

$$G = H(T) - TS = H(T) - T \int_0^T \frac{CdT}{T} = H(T) - KT^2 = H(0) - \frac{K}{2} T^2$$

$$H_r(0) - H_k(0) = \frac{K_r - K_k}{2} T_r^2$$

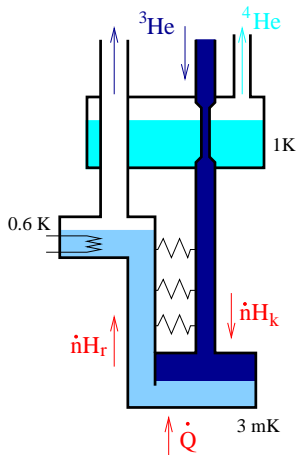
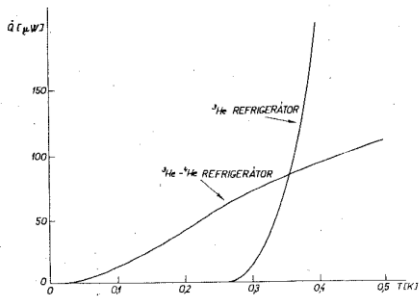
$$\dot{Q} = \dot{n} \left[ \left( K_r - \frac{K_k}{2} \right) T_r^2 - \frac{K_k}{2} T_k^2 \right] \xrightarrow{T_k \rightarrow T_r} \dot{n} (K_r - K_k) T^2$$



# Rozpouštěcí refrigerátor – výkon

$$\dot{Q} \xrightarrow{T_k \rightarrow T_r} \dot{n}(K_r - K_k) T^2$$

Dosahuje  $\sim$  mK.



obr.: Š. Jánoš: Fyzika nízkých teplot, Alfa, Bratislava 1980

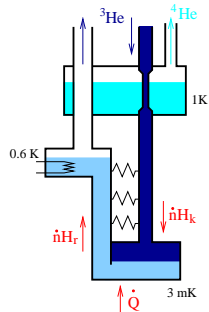
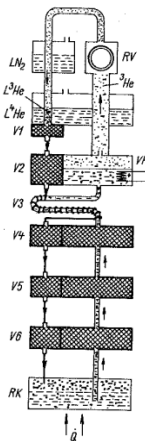
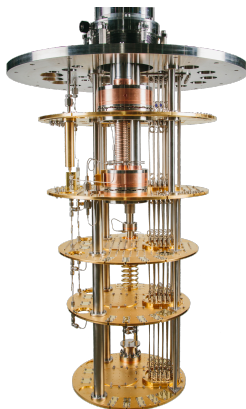
# Rozpouštěcí refrigerátor – konstrukce

$$\dot{Q} \xrightarrow{T_k \rightarrow T_r} \dot{n} (K_r - K_k) T^2$$

Dosahuje  $\sim$  mK.

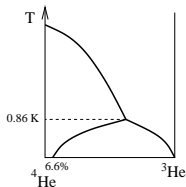
Komplikace:

- dokonalost tepelných výměníků, tok tepla s  $^3\text{He}$
- viskózní ohřev  $^3\text{He}$
- tok tepla supratekutou zředěnou fází
- vibrace, vířivé proudy...

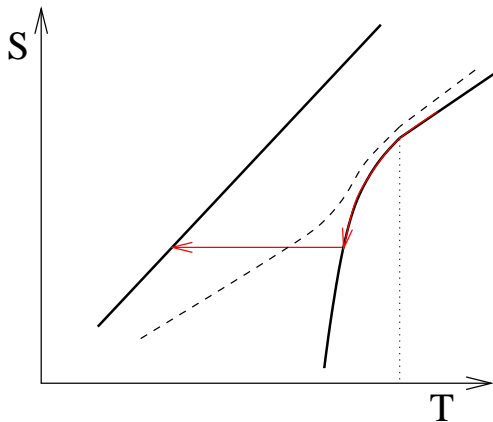


J. Jelínek, Z. Málek:  
Kryogenní technika,  
SNTL, Praha 1982

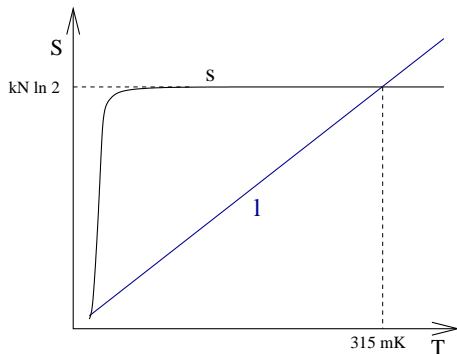
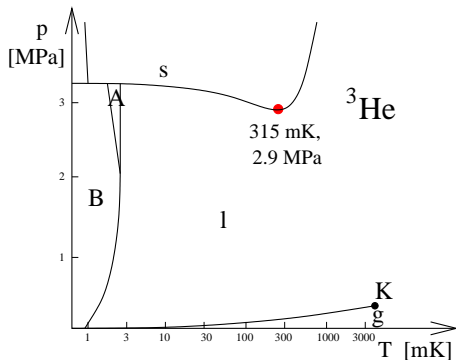
# Adiabatické tavení $^4\text{He}$ v kapalném $^3\text{He}$



- Směs  $^3\text{He}$  +  $^4\text{He}$
- Zvýšením tlaku ztuhne pouze  $^4\text{He}$
- s  $^4\text{He}$  + I  $^3\text{He}$  se předchladí
- Snížením tlaku se  $^4\text{He}$  rozpustí a  $^3\text{He}$  naředí



# Pomerančukův refrigerátor



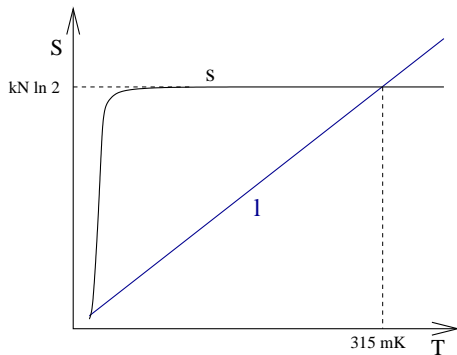
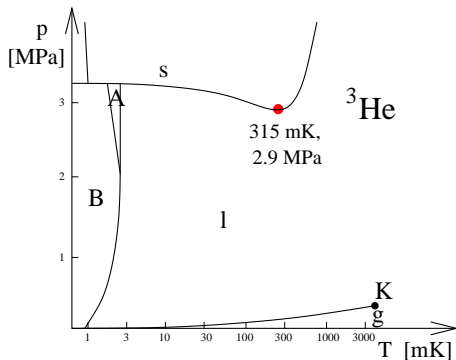
$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_l - S_s}{V_l - V_s}$$

$$S_l - S_s < 0$$

$$S_l = \int_0^T \frac{C_l(T')}{T'} dT' \propto \int_0^T dT' = T$$

$$S_s \approx k \ln 2^N = kN \ln 2$$

# Pomerančukův refrigerátor



$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_l - S_s}{V_l - V_s}$$

$$S_l - S_s < 0$$

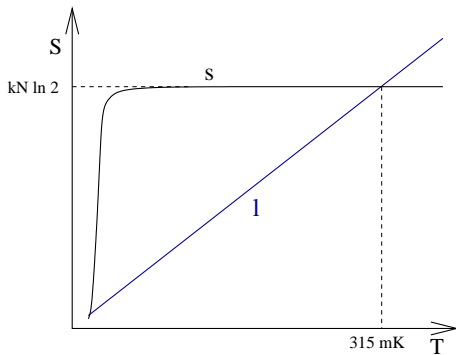
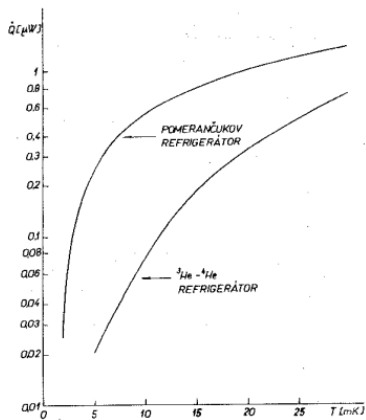
$$L = T \Delta S < 0$$

$$S_l = \int_0^T \frac{C_l(T')}{T'} dT' \propto \int_0^T dT' = T$$

$$S_s \approx k \ln 2^N = kN \ln 2$$



# Pomerančukův refrigerátor



$$L = T \Delta S$$

mezní teplota  $\sim$  mK

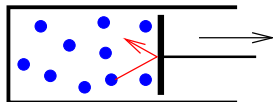
- Proč se nepoužívá adiabatické tavení čistého  $^4\text{He}$ ?
- Co se stane, když posolíte led?

- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu**
- 3 Demagnetizace
- 4 Laserové chlazení
- 5 Ostatní metody

# Adiabatická expanze ideálního plynu

Plyn koná vnější práci na úkor své vnitřní energie.

$$dU = -p dV$$



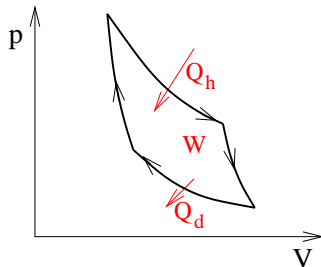
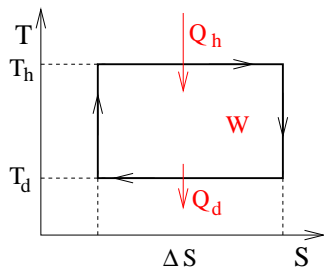
$$\frac{pV}{T} = \text{konst.}$$
$$pV^\gamma = \text{konst.}$$

$$\frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \text{konst.}$$

|                                 |               |
|---------------------------------|---------------|
| jednoatomový plyn               | $\frac{5}{3}$ |
| dvouatomový plyn                | $\frac{7}{5}$ |
| víceatomové nelineární molekuly | $\frac{4}{3}$ |

- Na ochlazení plynu s  $\gamma = 1.4$  z 293 K na 78 K je potřeba expanze ze 100 atm na 1 atm.
- Za nízkých teplot nepříjemnosti s těsněním a mazáním.

# Carnotův cyklus



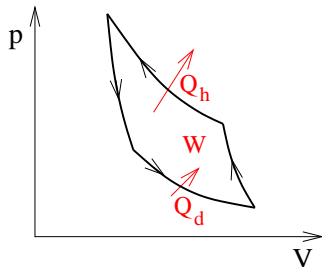
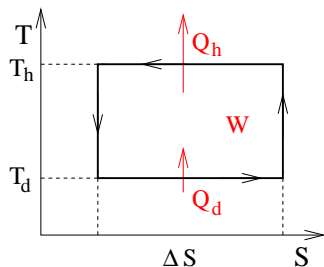
$$Q_h = T_h \Delta S$$

$$Q_d = T_d \Delta S$$

$$W = Q_h - Q_d = (T_h - T_d) \Delta S$$

$$\eta = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{T_d}{T_h}$$

# Carnotův cyklus



$$Q_h = T_h \Delta S$$

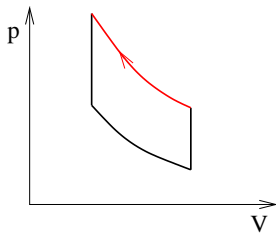
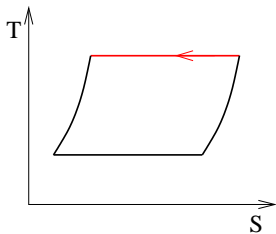
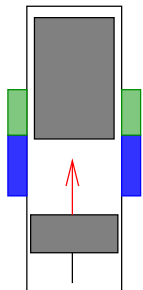
$$Q_d = T_d \Delta S$$

$$W = Q_h - Q_d = (T_h - T_d) \Delta S$$

$$\eta = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{T_d}{T_h}$$

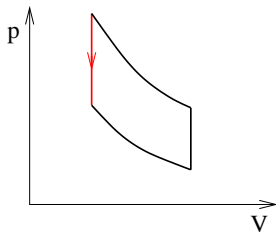
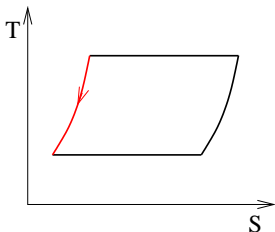
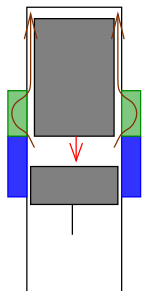
$$\eta_{ch} = \frac{Q_d}{W} = \frac{T_d}{T_h - T_d}$$

# Stirlingův refrigerátor



- 1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič

# Stirlingův refrigerátor



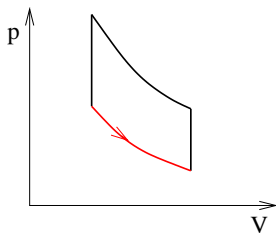
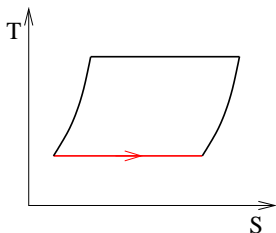
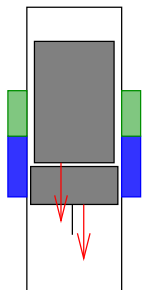
1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič

2 Izochorické ochlazení, plyn proudí přes regenerátor

**Regenerátor:** zařízení, které dokáže tepelně odizolovat dvě části refrigerátoru, propouštět mezi nimi plyn a účinně s ním vyměňovat teplo. Např. měděné síťky s rovinou kolmou na proud plynu.

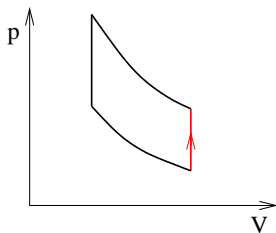
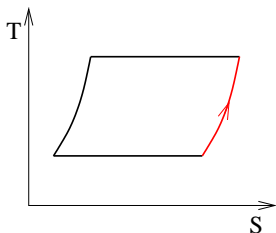
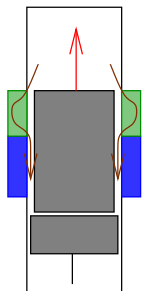


# Stirlingův refrigerátor



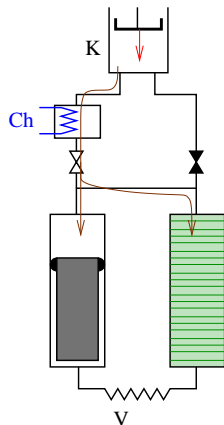
- 1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič
- 2 Izochorické ochlazení, plyn proudí přes regenerátor  
**Regenerátor:** zařízení, které dokáže tepelně odizolovat dvě části refrigerátoru, propouštět mezi nimi plyn a účinně s ním vyměňovat teplo. Např. měděné síťky s rovinou kolmou na proud plynu.
- 3 Izotermická expanze, plyn odebírá teplo

# Stirlingův refrigerátor



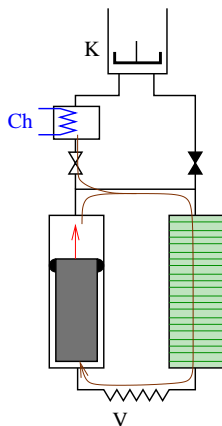
- 1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič
- 2 Izochorické ochlazení, plyn proudí přes regenerátor  
**Regenerátor:** zařízení, které dokáže tepelně odizolovat dvě části refrigerátoru, propouštět mezi nimi plyn a účinně s ním vyměňovat teplo. Např. měděné síťky s rovinou kolmou na proud plynu.
- 3 Izotermická expanze, plyn odebírá teplo
- 4 Izochorický návrat do původního stavu, plyn ochlazuje regenerátor

# Giffordův-McMahonův refrigerátor



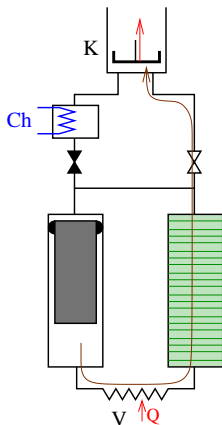
- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič

# Giffordův-McMahonův refrigerátor



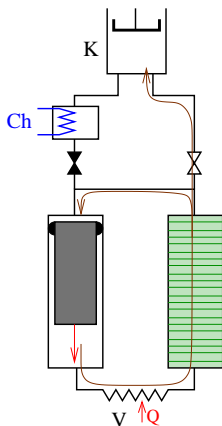
- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič
- 2 plyn proudí z vysokoteplotní do nízkoteplotní části přes regenerátor

# Giffordův-McMahonův refrigerátor



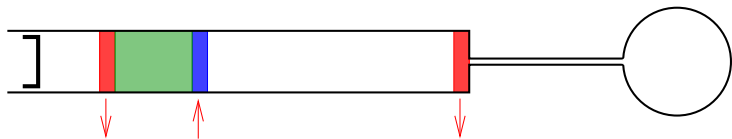
- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič
- 2 plyn proudí z vysokoteplotní do nízkoteplotní části přes regenerátor
- 3 plyn expanduje, ochlazuje se, odebírá teplo z výměníku a prochlazuje regenerátor

# Giffordův-McMahonův refrigerátor



- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič
- 2 plyn proudí z vysokoteplotní do nízkoteplotní části přes regenerátor
- 3 plyn expanduje, ochlazuje se, odebírá teplo z výměníku a prochlazuje regenerátor
- 4 píst přemísťuje chladný plyn přes výměník a regenerátor

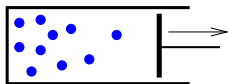
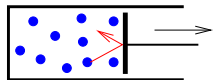
# Pulzní trubice



- minimalizace vibrací
- teplo vznikající při kompresi odváděno tepelnými výměníky
- ochlazení při expanzi využito na odčerpání tepla z chlazeného vzorku
- vícestupňové trubice dosahují heliových teplot



# Izoentalpická expanze, Joule-Thomsonův ventil



$$S = \text{konst.}$$

$$T \searrow$$

ideální plyn

$$S \nearrow$$

$$T = \text{konst.}$$

$$pV = NkT$$

reálný plyn

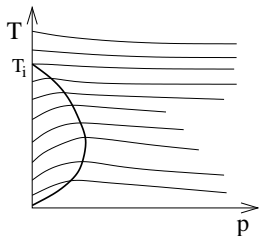
$$S \nearrow$$

$$T ?$$

$$\left[ p - a \left( \frac{N}{V} \right)^2 \right] (V - bN) = NkT$$

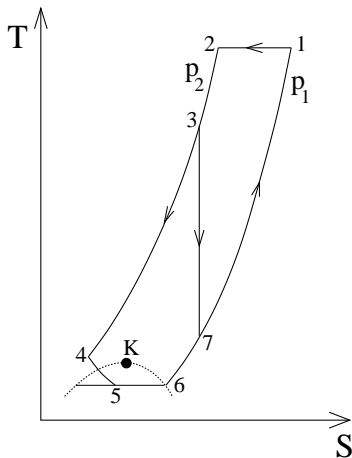
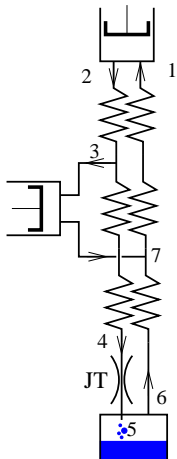
$$\alpha_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{H=\text{konst.}}$$

|                    |                |                |     |                |                 |                 |
|--------------------|----------------|----------------|-----|----------------|-----------------|-----------------|
|                    | O <sub>2</sub> | N <sub>2</sub> | Ne  | H <sub>2</sub> | <sup>4</sup> He | <sup>3</sup> He |
| T <sub>i</sub> [K] | 761            | 621            | 250 | 205            | 45              | 39              |





# Claudeův zkapalňovač



1 → 2 Izotermická komprese, teplo odváděno do chladiče

2 → 3 → 4 Plyn předchlazován na tepelných výměnících

3 → 7 Část (~ 80 %) plynu koná vnější práci na expandéru, ochladí se a následně použije na předchlazení zbývajících plynu

4 → 5 Joule-Thomsonova expanze

5 Část plynu zkapalní, zbytek zůstává plynný

6 → 7 → 1 Chladný plyn se vrací přes tepelné výměníky

- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu
- 3 Demagnetizace**
- 4 Laserové chlazení
- 5 Ostatní metody

# Adiabatická demagnetizace – entropie

$$S = -k \sum p_i \ln p_i$$

$$p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}$$

$$p_i \approx \frac{1 - \frac{E_i}{kT}}{(2s+1)^N}$$

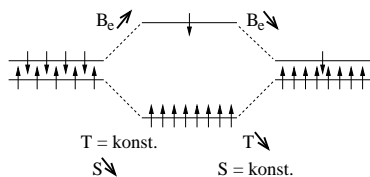
$$\ln p_i = -\frac{E_i}{kT} - \ln \sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}} \approx -\frac{E_i}{kT} - N \ln(2s+1)$$

$$S \approx k(2s+1)^{-N} \sum_i \left(1 - \frac{E_i}{kT}\right) \left[\frac{E_i}{kT} + N \ln(2s+1)\right] \approx kN \ln(2s+1) - k(2s+1)^{-N} \sum_i \left(\frac{E_i}{kT}\right)^2$$

$$E_i = E_{iD} + E_{iE}, \quad E_{iE} \propto B_E, \quad E_{iD} \propto B_D$$

$$S \approx kN \ln(2s+1) - k(2s+1)^{-N} \frac{\sum_i E_{iE}^2 + \sum_i E_{iD}^2}{(kT)^2}$$

$$S \approx S_0 - C \frac{B_E^2 + B_D^2}{T^2}$$

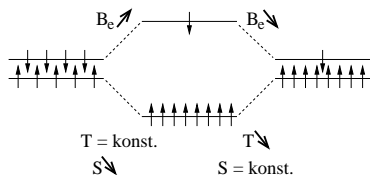


# Adiabatická demagnetizace

$$S = -k \sum p_i \ln p_i$$

$$p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}$$

$$S \approx S_0 - C \frac{B_E^2 + B_D^2}{T^2}$$

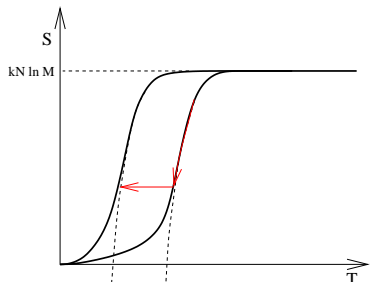


Adiabatická demagnetizace:

$$S_0 - C \frac{B_{E1}^2 + B_D^2}{T_1^2} = S_0 - C \frac{B_{E2}^2 + B_D^2}{T_2^2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{B_{E2}^2 + B_D^2}{B_{E1}^2 + B_D^2}} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{B_{E1} \gg B_D, B_{E2} \ll B_D} \frac{B_D}{B_{E1}}$$

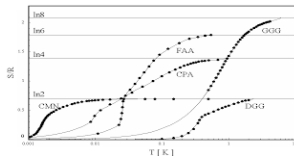


# Adiabatická demagnetizace

## ● Paramagnetické soli

$\text{Ce}_2\text{Mg}_3(\text{NO}_3)_{12} \cdot 24\text{H}_2\text{O}$  (CMN):

- spin  $\text{Ce}^{3+}$  je  $\frac{1}{2}$
- antiferomagnetické uspořádání při 2 mK
- naředění  $\text{Ce}^{3+}$  ionty  $\text{La}^{3+}$ , výměna H za D  $\Rightarrow$  0.4 mK
- $E_E = g\mu_B S_z B_E$
- anizotropie  $g$ -faktoru – rotační magnetické chlazení

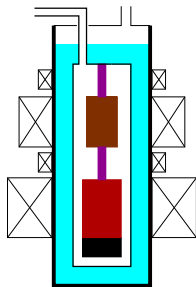


## ● Spiny jader

- magnetický moment  $\sim 1000\times$  slabší než elektronu
- silné magnetické pole  $\sim T$ , předchlazení  $\sim 10$  mK
- Cu, Pt, Rh
- systém jaderných spinů  $\sim 100$  pK
- mřížka  $\sim \mu\text{K}$

## ● van-Vleckova paramagnetika

- magnetické pole v místě jádra zesíleno magnetickou polarizací obalu
- $\text{PrNi}_5$ ,  $\text{PrPt}_5$ ,  $\text{PrCu}_6$
- $\sim 0.2$  mK



- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu
- 3 Demagnetizace
- 4 Laserové chlazení**
- 5 Ostatní metody

Kdy je hybnost fotonu a atomu srovnatelná?

$$\frac{h}{\lambda} \approx m \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$
$$T \sim \mu\text{K}$$

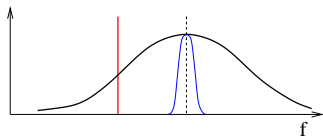
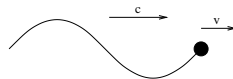
- Většinou se chladí jednoatomový plyn za nízkého tlaku
- Možné dosáhnout Bose-Einsteinovy kondenzace

- Metody:
  - Dopplerovo chlazení
  - Sisyfovo chlazení
  - Vypařování
  - Ramanovo chlazení
  - velocity-selective coherent population trapping
- Atomy/molekuly je potřeba uvěznit v pasti:
  - optické
  - magntecitké
  - magnetooptické
  - gravitooptické

# Dopplerovo chlazení

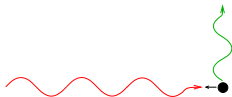
$$f_a = f_{\text{lab}} \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$f_{\text{laser}} = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

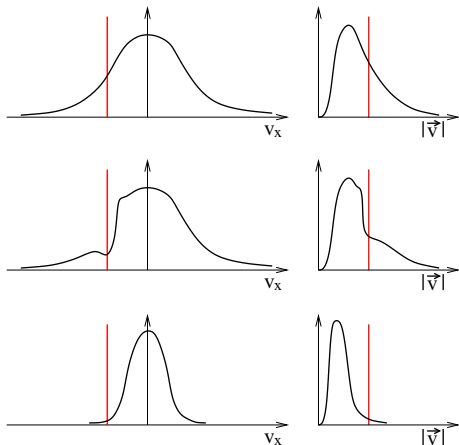


Laser naladěný na větší vlnovou délku je absorbován atomy letícími proti laseru

⇒ brzdění, chlazení.



Absorpce (daný směr) – spontánní emise (náhodný směr), emitovaný foton má v průměru větší energii než absorbovaný.

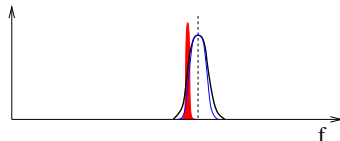
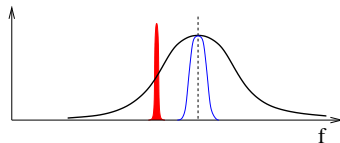
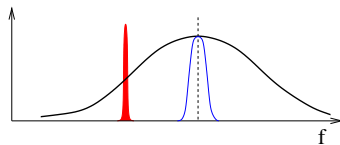
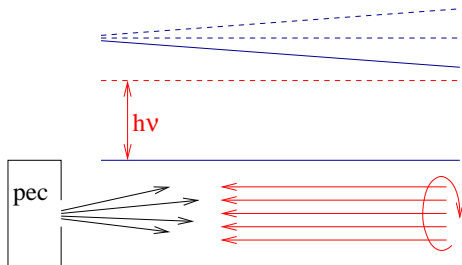




# Dopplerovo chlazení

Přibližování frekvence laseru a centra absorpční čáry:

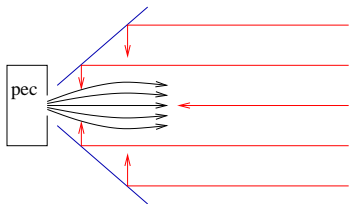
- přeladování frekvence laseru
- posun absorpční čáry – Zeemanův jev  
kontinuální zdroj chladných atomů



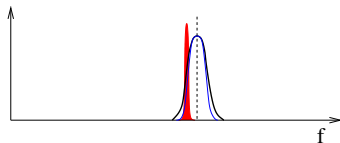
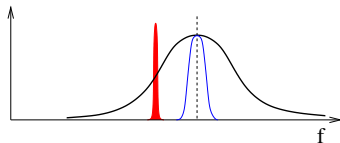
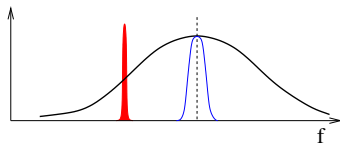
# Dopplerovo chlazení

Přibližování frekvence laseru a centra absorpční čáry:

- přeladňování frekvence laseru
- posun absorpční čáry – Zeemanův jev  
kontinuální zdroj chladných atomů



- laser proti atomům – brzdění
- laser proti atomům i kolmo – brzdění a fokusace
- laser ze všech stran – „optická melasa“



# Dopplerovo chlazení

Přibližování frekvence laseru a centra absorpční čáry:

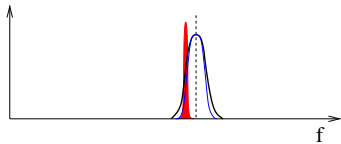
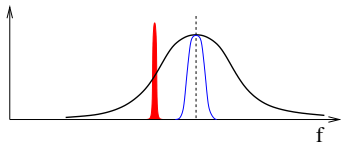
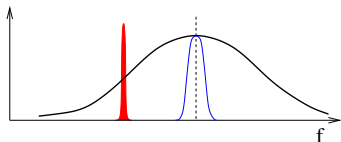
- přeladování frekvence laseru
- posun absorpční čáry – Zeemanův jev  
kontinuální zdroj chladných atomů

Pro malé  $\Delta = f_0 - f_{\text{laser}}$  se atomy ohřívají, optimální přiblížení je dané přirozenou šířkou čáry  $\gamma$ . Minimální dosažitelná teplota:

$$kT = \frac{h\gamma}{2} \left( \frac{\Delta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\Delta} \right)$$

Minimum:  $\Delta = \gamma$ ,  $kT = h\gamma$ .

- První stupeň – povolený přechod  $\sim$  mK
- Druhý stupeň – zakázaný přechod  $\sim$  stovky nK



# Dopplerovo chlazení – odvození limitu teploty

Změna energie při absorpci:

$$\begin{aligned}\frac{dE_k}{dt} &= \frac{1}{2m} \frac{d(\rho_x^2 + \rho_y^2 + \rho_z^2)}{dt} \\ \frac{d\rho_x^2}{dt} &\propto \left[ \left( \rho_x + \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 - \rho_x^2 \right] \rho \left( \nu_L - \frac{\nu_L v_x}{c} \right) + \left[ \left( \rho_x - \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 - \rho_x^2 \right] \rho \left( \nu_L + \frac{\nu_L v_x}{c} \right) = \\ &= \frac{2h\nu_L \rho_x}{c} \left[ \rho \left( \nu_L - \frac{\nu_L v_x}{c} \right) - \rho \left( \nu_L + \frac{\nu_L v_x}{c} \right) \right] + \left( \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \left[ \rho \left( \nu_L - \frac{\nu_L v_x}{c} \right) + \rho \left( \nu_L + \frac{\nu_L v_x}{c} \right) \right] \approx \\ &\approx -4h \left( \frac{\nu_L}{c} \right)^2 \rho_x v_x \rho'(\nu_L) + 2 \left( \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) \\ \frac{dE_k}{dt} &\propto \frac{3}{m} \left( \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{2h}{m} \left( \frac{\nu_L}{c} \right)^2 \vec{p} \cdot \vec{v} \rho'(\nu_L) = \frac{3}{m} \left( \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{4h}{m} \left( \frac{\nu_L}{c} \right)^2 E_k \rho'(\nu_L)\end{aligned}$$

Změna energie při emisi:

$$\begin{aligned}\Delta \rho_1^2 &= \left( \rho_1 - \frac{h\nu}{c} \right)^2 - \rho_1^2 = -2\rho_1 \frac{h\nu}{c} + \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 \\ \frac{d\rho_1^2}{dt} &\propto 6\rho(\nu_L) \iiint \left[ -2\rho_1 \frac{h\nu}{c} + \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 \right] f(\rho) d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3 = 6\rho(\nu_L) \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 \\ \frac{dE_k}{dt} &\propto \frac{3}{m} \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 \rho(\nu_L)\end{aligned}$$

Celková změna energie:

$$\frac{dE_k}{dt} \propto \frac{6}{m} \left( \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{4h}{m} \left( \frac{\nu_L}{c} \right)^2 E_k \rho'(\nu_L)$$

# Dopplerovo chlazení – odvození limitu teploty

$$\frac{dE_k}{dt} \propto \frac{6}{m} \left( \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{4h}{m} \left( \frac{\nu_L}{c} \right)^2 E_k \rho'(\nu_L)$$

Až chlazení/ohřev dojde do rovnováhy:

$$\begin{aligned} \frac{dE_k}{dt} &= 0 \\ 3h \rho(\nu_L) &= 2E_k \rho'(\nu_L) \\ kT &= h \frac{\rho(\nu_L)}{\rho'(\nu_L)} \end{aligned}$$

Lorentzův profil spektrální čáry (HWHM  $\gamma$ ):

$$\begin{aligned} \rho &\propto \frac{1}{\Delta^2 + \gamma^2} \\ kT &= h \frac{\Delta^2 + \gamma^2}{2\Delta} = \frac{h\gamma}{2} \left( \frac{\Delta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\Delta} \right) \end{aligned}$$

Nejnižší dosažitelná teplota:

$$\begin{aligned} \frac{d kT}{d\Delta} &= \frac{h\gamma}{2} \left( \frac{1}{\gamma} - \frac{\gamma}{\Delta^2} \right) = 0 \\ \Delta &= \gamma \\ kT_{\min} &= h\gamma \end{aligned}$$

# Dopplerovo chlazení

Limity:

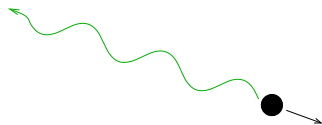
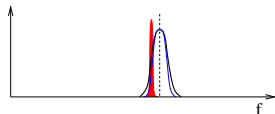
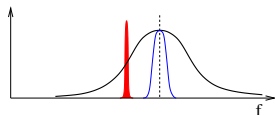
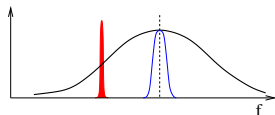
- Přirozená šířka čáry

$$kT = \frac{h\gamma}{2} \left( \frac{\Delta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\Delta} \right)$$

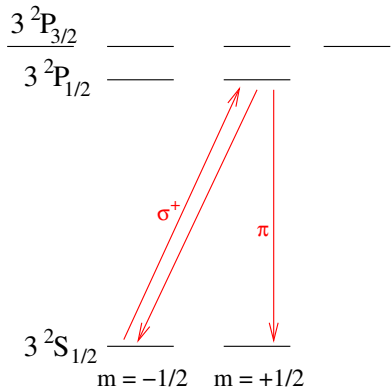
Minimum:  $\Delta = \gamma$ ,  $kT_{\min} = h\gamma$

- Limit zpětného rázu (*recoil limit*)

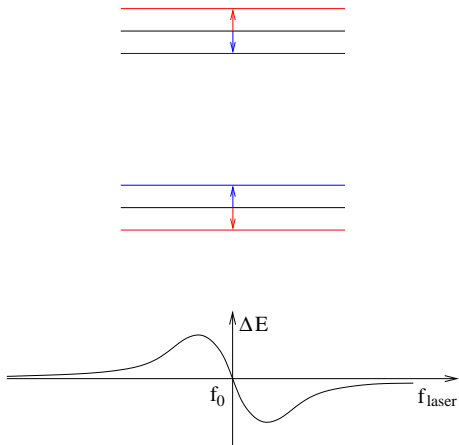
$$kT \approx \frac{1}{2m} \left( \frac{h}{\lambda} \right)^2$$
$$\sim \mu\text{K}$$



## Spinová polarizace

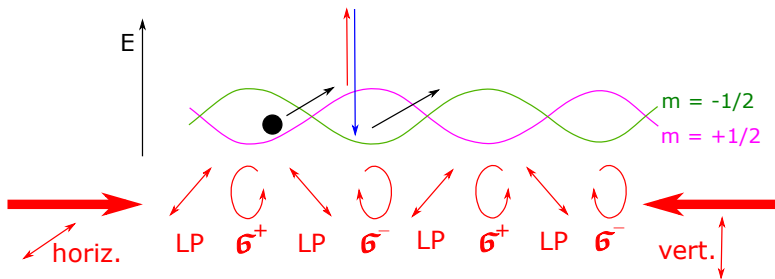


## Vysokofrekvenční Starkův jev



# Sisyfovo chlazení

- protisměrné laserové svazky s kolmou lineární, nebo opačnou kruhovou polarizací
- na jedné vlnové délce 2 oblasti  $\sigma^+$  a 2 oblasti  $\sigma^-$
- v oblasti  $\sigma^+$  optické čerpání do  $m = +\frac{1}{2}$
- tepelný pohyb z oblasti  $\sigma^+$  je energeticky nevýhodný  $\Rightarrow$  brzdění
- v oblasti  $\sigma^-$  atom opticky čerpán do  $m = -\frac{1}{2}$ , absorpce dlouhovlnnějšího fotonu, emise krátkovlnnějšího
- omezeno limitem zpětného rázu  $\sim \mu\text{K}$

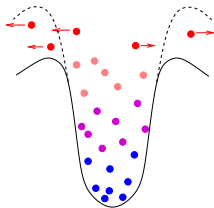




# Chlazení pod limit zpětného rázu

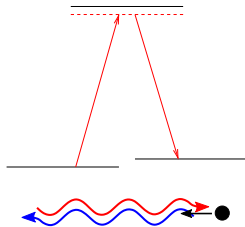
## Vypařování

- Z pasti se nechají uniknout nejrychlejší atomy.
- $\sim$  nK
- Možnosti:
  - 1 snížení hloubky pasti
  - 2 obrácení spinu vř. polem (v magnetických pastech)



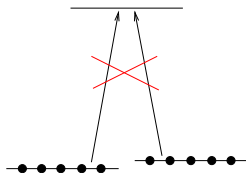
## Ramanovo chlazení

- stimulovaný Ramanův rozptyl
- 2 protisměrné laserové svazky
- určujeme směry obou fotonů
- sekvence pulzů s různými frekvencemi a směry



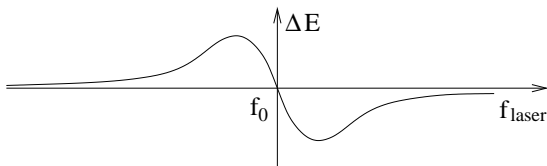
## Velocity-selective coherent population trapping

Jen nehybné atomy neabsorbují (díky destruktivní interferenci vlnových funkcí), ostatní náhodně mění hybnost, dokud se nezastaví.



Interakce se zářením:

- 1 Radiační tlak, absorpce – spontánní emise.  
Směr shodný se směrem toku fotonů.  
Laser rozladěný ke větším vlnovým délkám způsobuje tření.
- 2 Dipólová interakce, absorpce – stimulovaná emise.  
Směr gradientu intenzity:
  - Laser rozladěný k větším vlnovým délkám – vtahování do pole
  - Laser rozladěný ke kratším vlnovým délkám – vypuzování z pole

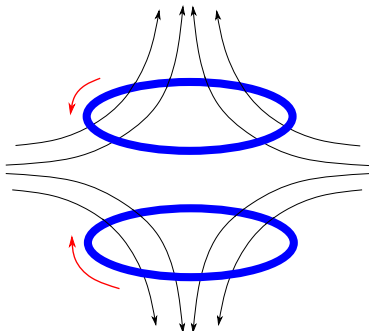


# Magnetické pasti

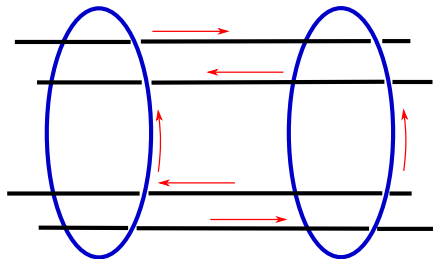
Atomy s vhodnou orientací magnetického momentu drženy v minimu magnetického pole.

Výhodné je, když past neobsahuje místo s  $B = 0$ , kde atomy nemusí zachovávat průmět magnetického momentu do magnetického pole.

Kvadrupól

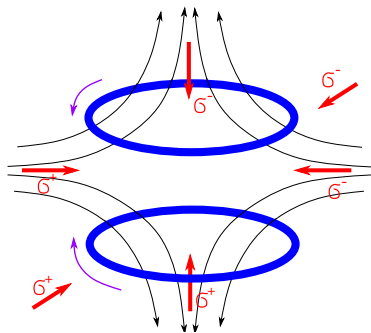
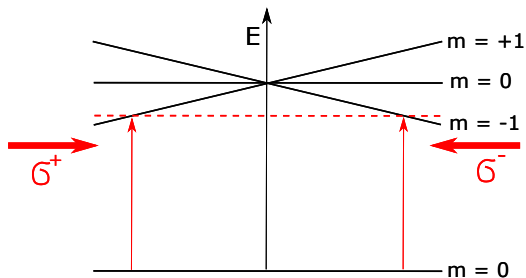


Ioffe



# Magnetooptické pasti

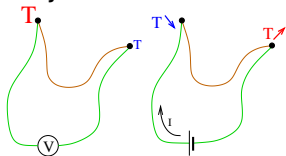
- Laser rozladěn k větším vlnovým délkám  $\Rightarrow$  chlazení
- Laser absorbován především na okraji pasti
- Absorbovány fotony, které míří do středu pasti



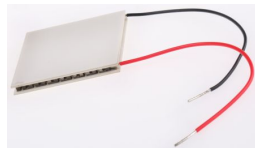
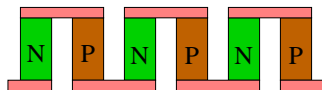
- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu
- 3 Demagnetizace
- 4 Laserové chlazení
- 5 Ostatní metody**

# Peltierův článek

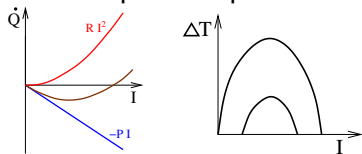
Inverzní jev k termoelektrickému



V praxi několik set článků v sérii

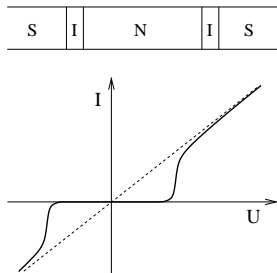


Kromě chlazení Peltierovým jevem  
se uplatňuje i Jouleův ohřev  
 $\Rightarrow$  optimální proud

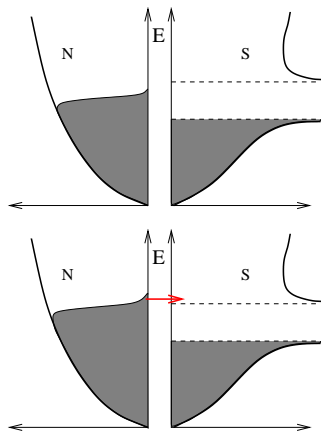


Účinnost  $\sim 10\%$  Carnotova cyklu  
Několikastupňové kaskády  $\sim 70\text{ K}$

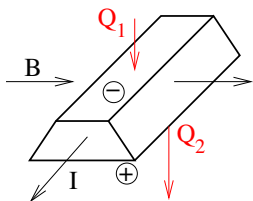
# Tunelování přes NIS bariéru



- napětí menší než šířka zakázaného pásu
- kov opouštějí jen nejrychlejší elektrony
- $\sim 0.1$  K



## Ettingshausenův článek



- $r = \frac{m}{e} \frac{v}{B}$
- $\vec{j} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{\nabla} T (\perp \vec{B}, \vec{j})$
- Jouleovo teplo  $\Rightarrow$  článek se rozšiřuje k teplejšímu konci
- $\sim 0,1\%$  účinnosti Carnotova cyklu

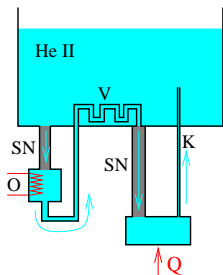
## Dielektrický refrigerátor

- při elektrické polarizaci se látka ohřívá, teplo se odvádí
- při depolarizaci se chladí vzorek
- elektrické pole  $\sim 10 \text{ V}/\mu\text{m}$
- od jednotek K ( $\text{SrTiO}_3$ ) po teploty nad pokojovou (např. tenké vrstvy  $\text{BaTiO}_3$ , ferroelektrické polymery)



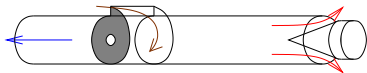
# Vírový heliový refrigerátor, vírová trubice

## Vírový heliový refrigerátor



- Ohřev za supranetěsností – čerpadlo (termomechanický jev)
- Výměník – ochlazení na původní teplotu
- Průtok supranetěsností – ochlazení (mechanokalorický jev)
- V kapiláře vznikají vírové kroužky, které zabraňují průtoku tepla proti proudu
- $\sim 0.7\text{ K}$

## Vírová trubice



- Tangenciálně vháněný plyn
- Otvorem na ose nebo vnitřní trubicí odchází ochlazený plyn
- Stačí mít stlačený plyn
- Možné kaskádní zapojení
- Řádově nižší účinnost než mají kompresní chladicí cykly

# Přehled metod

