1 Zapište $\iint\limits_{\Omega} f\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ jako dvojnásobný integrál v polárních souřadnicích. Ω je kruh $x^2+y^2 \le 2ax$ (a je kladná konstanta).

---

2 Zapište $\iint\limits_{\Omega} f\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ jako dvojnásobný integrál v polárních souřadnicích. Ω je trojúhelník $0 \le x \le 1$; $0 \le y \le 1 - x$.

---

3 Zapište $\iint\limits_{\Omega} f\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ jako dvojnásobný integrál v polárních souřadnicích. Ω je parabolická úseč $-a \le x \le a$, $\frac{x^2}{a} \le y \le a$ (a je kladná konstanta).

---

4 Zapište $\iint\limits_{\Omega} f\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ jako dvojnásobný integrál v polárních souřadnicích. Ω je jedno ucho lemniskáty $(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$ ($x \ge 0$, a je kladná konstanta).

---

5 Převeďte $\int\limits_a^b \mathrm{d}x \int\limits_{\alpha x}^{\beta x} \mathrm{d}y\, f(x,y)$ do nových proměnných $u = x$, $v = y/x$ ($0 < a < b$ a $0 < \alpha < \beta$ jsou konstanty).

---

6 Převeďte $\int\limits_0^2 \mathrm{d}x \int\limits_{1-x}^{2-x} \mathrm{d}y\, f(x,y)$ do nových proměnných $u = x + y$, $v = x - y$.

---

7 Zapište $\iint\limits_{\Omega} f\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ jako dvojnásobný integrál. Ω je oblast ohraničená přímkami $x = 0$, $y = 0$ a křivkou $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$. Použijte záměnu $x = \rho\cos^4\psi$ a $y = \rho\sin^4\psi$.

---

8 Pomocí vhodné záměny proměnných redukujte dvojný integrál $\iint\limits_{|x|+|y|\le 1} f(x+y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ na jednonásobný integrál.

---

9 Pomocí vhodné záměny proměnných redukujte dvojný integrál $\iint\limits_{\Omega} f(xy)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ na jednonásobný integrál. Ω je oblast vymezená křivkami $y = x$, $y = 4x$, $y = 1/x$ a $y = 2/x$ (jen při $x > 0$, $y > 0$).

---

10 Vyčíslete $\iint\limits_{\Omega} xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. Ω je oblast ohraničená křivkami $y = 1/x$ a $y = \frac{5}{2} - x$.

---

11 Vyčíslete $\displaystyle\iint\limits_{x^4+y^4\leq 1} (x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. Může se Vám hodit přejít do polárních souřadnic.

---

12 Vyčíslete $\displaystyle\iint\limits_{\Omega} \sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde Ω je vnitřek elipsy $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=1$. (Může se Vám hodit přejít k souřadnicím ρ a ψ zadaným vztahy $x=a\rho\cos\psi$, $y=b\rho\sin\psi$.)

---

13 Nalezněte derivaci funkce $F(t)=\displaystyle\iint\limits_{x^2+y^2\leq t^2} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$.

---

14 Mějme trojúhelník $0\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 1-x$. Přejděte do nových souřadnic $x+y=u$, $y=uv$. Jaký útvar vznikne z trojúhelníka v rovině uv?

---

15 Jaká záměna proměnných převede oblast omezenou křivkami $xy=1$, $xy=2$, $x-y=-1$, $x-y=1$ (při $x>0$, $y>0$) v obdélník, jehož strany by byly rovnoběžné s osami souřadnic u, v?

---

16 Jakou plochu vymezují osy $x=0$, $y=0$ a křivka $\sqrt{\dfrac{x}{a}}+\sqrt{\dfrac{y}{b}}=1$ (a, b jsou kladné konstanty)?

---

17 Pomocí vhodné záměny proměnných zjistěte, jakou plochu omezují křivky $x+y=a$, $x+y=b$, $y=\alpha x$, $y=\beta x$ ($0<a<b$, $0<\alpha<\beta$ jsou konstanty).

---

18 Pomocí vhodné záměny proměnných zjistěte, jakou plochu omezují křivky $xy=a^2$, $xy=2a^2$, $y=x$, $y=2x$ ($x>0$, $y>0$, a je kladná konstanta).

---

19 Pomocí vhodné záměny proměnných zjistěte, jakou plochu omezují paraboly $y^2=2ax$, $y^2=2bx$, $x^2=2py$, $x^2=2qy$ ($0<a<b$, $0<p<q$ jsou konstanty).

---

20 Vyčíslete $\displaystyle\iint\limits_{\substack{xy\geq 1\\ x\geq 1}} \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{x^\alpha y^\beta}$ ($\alpha>1$, $\beta>1$ jsou konstanty).

---

21 Vyčíslete $\displaystyle\iint\limits_{\substack{x+y\geq 1\\ 0\leq x\leq 1}} \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{(x+y)^\alpha}$ ($\alpha>1$ je konstanta).

---

22 Vyčíslete $\displaystyle\iint\limits_{x^2+y^2\geq 1} \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{(x^2+y^2)^\alpha}$ ($\alpha>1$ je konstanta).

23 Vyčíslete $\displaystyle\iint\limits_{x^2+y^2\geq 1} \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$.

24 Vyčíslete $\displaystyle\iint\limits_{x^2+y^2\leq 1} \ln\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$.

25 Vyčíslete $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$.

26 Vyčíslete $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-x^2-y^2}\cos(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$.