

**I** Vyčíslete následující vnořené integrály (začněte uvnitř a postupujte směrem ven; přitom považujte všechno, podle čeho právě neintegrujete, za konstantu):

1.  $\int_0^1 dx \left( \int_0^1 (x+y) dy \right)$ ;    2.  $\int_0^{2\pi} d\varphi \left( \int_0^a r^2 \sin^2 \varphi dr \right)$  ( $a$  je konstanta);    3.  $\int_0^1 dx \left( \int_{x^2}^x xy^2 dy \right)$ .

**2** Uvažme dvojný integrál  $\iint_{\Omega} f(x,y) dx dy$  z nějaké funkce  $f(x,y)$  (to je jedno, jaké). Zapište tento integrál jako dva integrály vnořené do sebe, a to v obou pořadích integrace, pro každou z následujících integračních oblastí  $\Omega$ :

1. trojúhelník s vrcholy  $[0; 0]$ ,  $[2; 1]$  a  $[-2; 1]$ ;    2. lichoběžník s vrcholy  $[0; 0]$ ,  $[1; 0]$ ,  $[1; 2]$  a  $[0; 1]$ .  
3. kruh  $x^2 + y^2 \leq 1$ ;    4. parabolická úseč omezená křivkami  $y = 1$  a  $y = x^2$ .

**3** Vypočtete integrály ( $a$  je ve všech případech kladná konstanta):

1.  $\iint_{\Omega} xy^2 dx dy$ , kde  $\Omega$  je oblast ohraničená parabolou  $y^2 = 2ax$  a přímkou  $x = a/2$ .  
2.  $\iint_{\Omega} \frac{dx dy}{\sqrt{2a-x}}$ , kde  $\Omega$  je oblast ohraničená osami  $x$  a  $y$  a čtvrtinou kružnice  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ .  
3.  $\iint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy$ , kde  $\Omega$  je rovnoběžník omezený přímkami  $y = a$ ,  $y = 3a$ ,  $y = x$  a  $y = x + a$ .

**Pozor!** U dvojky je jedno pořadí integrace celkem v pohodě, zatímco to druhé je fakt nechutné. Pokud narazíte na to nechutné, zkuste to napsat v tom druhém.

---

**I** Vyčíslete následující vnořené integrály (začněte uvnitř a postupujte směrem ven; přitom považujte všechno, podle čeho právě neintegrujete, za konstantu):

1.  $\int_0^1 dx \left( \int_0^1 (x+y) dy \right)$ ;    2.  $\int_0^{2\pi} d\varphi \left( \int_0^a r^2 \sin^2 \varphi dr \right)$  ( $a$  je konstanta);    3.  $\int_0^1 dx \left( \int_{x^2}^x xy^2 dy \right)$ .

**2** Uvažme dvojný integrál  $\iint_{\Omega} f(x,y) dx dy$  z nějaké funkce  $f(x,y)$  (to je jedno, jaké). Zapište tento integrál jako dva integrály vnořené do sebe, a to v obou pořadích integrace, pro každou z následujících integračních oblastí  $\Omega$ :

1. trojúhelník s vrcholy  $[0; 0]$ ,  $[2; 1]$  a  $[-2; 1]$ ;    2. lichoběžník s vrcholy  $[0; 0]$ ,  $[1; 0]$ ,  $[1; 2]$  a  $[0; 1]$ .  
3. kruh  $x^2 + y^2 \leq 1$ ;    4. parabolická úseč omezená křivkami  $y = 1$  a  $y = x^2$ .

**3** Vypočtete integrály ( $a$  je ve všech případech kladná konstanta):

1.  $\iint_{\Omega} xy^2 dx dy$ , kde  $\Omega$  je oblast ohraničená parabolou  $y^2 = 2ax$  a přímkou  $x = a/2$ .  
2.  $\iint_{\Omega} \frac{dx dy}{\sqrt{2a-x}}$ , kde  $\Omega$  je oblast ohraničená osami  $x$  a  $y$  a čtvrtinou kružnice  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ .  
3.  $\iint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy$ , kde  $\Omega$  je rovnoběžník omezený přímkami  $y = a$ ,  $y = 3a$ ,  $y = x$  a  $y = x + a$ .

**Pozor!** U dvojky je jedno pořadí integrace celkem v pohodě, zatímco to druhé je fakt nechutné. Pokud narazíte na to nechutné, zkuste to napsat v tom druhém.

---