Cvičení 6 – příklad SHO s jednou linkou obsluhy

Máme k dispozici záznamy o okamžicích příchodů a odchodů 20 zákazníků do SHO během 160 minut.

č. zák.	příchod	odchod	doba mezi příchody	doba obsluhy
1	10,2	16,9		
2	14,2	25,4		
3	22,6	32		
4	31,1	37,2		
5	35,2	63,4		
6	44,7	67,8		
7	46,6	68,4		
8	49	76,6		
9	56,1	78,3		
10	72,7	84,4		
11	78,9	87,7		
12	112,5	113,2		
13	114,9	118,4		
14	130,5	134,8		
15	131,6	140,5		
16	135,9	144		
17	136	144,3		
18	153,5	159		
19	157,3	160,4		
20	158,1	171,4		

Předpokládáme, že vstupní proud zákazníků je Poissonův proces s parametrem λ (tj. střední hodnota počtu zákazníků, kteří vstoupí do SHO za jednotku času, je λ). Za časovou jednotku zvolíme 15 min, tj. čtvrthodinu. Dále předpokládáme, že doba obsluhy se řídí exponenciálním rozložením s parametrem μ (tj. střední hodnota doby obsluhy je $\frac{1}{\mu}$).

Úkol 1.: Odhadněte parametr λ a sestrojte pro něj 95% interval spolehlivosti (asymptotický s opravou na nespojitost i přesný).

Úkol 2.: Na hladině významnosti 0,05 testujte pomocí jednoduchého testu Poissonova rozložení hypotézu, že počty zákazníků ve čtvrthodinových intervalech se řídí Poissonovým rozložením.

Úkol 3.: Odhadněte parametrickou funkci $\frac{1}{\mu}$ (tj. střední hodnotu doby obsluhy) a sestrojte pro ni 95% interval spolehlivosti.

Úkol 4.: Na hladině významnosti 0,05 testujte pomocí jednoduchého testu exponenciálního rozložení (Darlingova testu) hypotézu, že doba obsluhy se řídí exponenciálním rozložením.

Úkol 5.: Vzhledem k předpokladu, že vstupní proud zákazníků je Poissonův proces, doba mezi příchody zákazníků je náhodná veličina s exponenciálním rozložením. Ověřte tento předpoklad Darlingovým testem (na hladině významnosti 0,05).

Úkol 6.: Zjistěte, na kolik procent je uvedený SHO využit.

Důležité vzorce

100(1-α)% asymptotický interval spolehlivosti pro λ (s opravou na nespojitost):

$$d = m - \frac{1}{2n} - \sqrt{\frac{m}{n}}u_{1-\alpha/2},\ h = m + \frac{1}{2n} + \sqrt{\frac{m}{n}}u_{1-\alpha/2}$$

100(1-α)% interval spolehlivosti pro λ:

$$d = \frac{1}{2n}\chi^2_{\alpha/2}(2nm),\ h = \frac{1}{2n}\chi^2_{1-\alpha/2}(2nm+2)$$

100(1-α)% interval spolehlivosti pro $\frac{1}{\mu}$:

$$d = \frac{2nm}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2n)},\ h = \frac{2nm}{\chi^2_{\alpha/2}(2n)}$$

Jednoduchý test Poissonova rozložení:

$$K = \frac{(n-1)S^2}{M},\ W = \left\langle 0, \chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right\rangle \cup \left\langle \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1), \infty\right)$$

$K \notin W \Rightarrow$ H_0 nezamítáme na asymptotické hladině významnosti α.

Jednoduchý test exponenciálního rozložení (Darlingův test)

$$K = \frac{(n-1)S^2}{M^2},\ W = \left\langle 0, \chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right\rangle \cup \left\langle \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1), \infty\right)$$

$K \notin W \Rightarrow$ H_0 nezamítáme na asymptotické hladině významnosti α.