

## Druhý domácí úkol

PŘÍKLAD 1: Dokažte, že pro daný autonomní systém neexistuje cyklus

$$\begin{aligned}x' &= y^2 - xe^{2x^2+2y^2}, \\y' &= x^3 - ye^{3x^2+3y^2}.\end{aligned}$$

PŘÍKLAD 2: Pomocí Dulacovy funkce  $q(x, y) = (xy)^{-1}$  ukažte, že systém

$$\begin{aligned}x' &= \alpha x^3 y + \beta x^2 y^2 - \gamma x y^2, \\y' &= -\delta x^2 y + \varrho x y^2 - \sigma x^2 y^2\end{aligned}$$

kde  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varrho, \sigma \in \mathbb{R}$ ,  $\beta > 0$ ,  $\varrho > 0$ ,  $2\alpha > \sigma$ , nemá v prvním kvadrantu žádnou uzavřenou trajektorii.

PŘÍKLAD 3: Pomocí vhodné transformace dokažte existenci limitního cyklu. Jak je to se stabilitou tohoto cyklu?

$$\begin{aligned}x' &= -9y(x^2 + 9y^2 + 1) + x(x^2 + 9y^2 - 1), \\y' &= x(x^2 + 9y^2 + 1) + y(x^2 + 9y^2 - 1).\end{aligned}$$