

3. domácí úloha z MIN401, jaro 2022

Definice. Necht' G je svaz a A je podmnožina G . Řekneme, že A je *ideál svazu* G , pokud pro každé $a, b \in A$ platí $a \vee b \in A$, a navíc pro každé $c \in A$ a každé $x \in G$ platí, že pokud $x \leq c$, tak potom $x \in A$.

Definice. *Izomorfismus uspořádaných množin* je bijektivní zobrazení $f: (P, \leq_P) \rightarrow (Q, \leq_Q)$ takové, že $x \leq_P y$ právě tehdy, když $f(x) \leq_Q f(y)$.

Zadání. Necht' (\mathcal{J}, \subseteq) je uspořádaná množina všech ideálů svazu (\mathbb{Q}, \leq) , které nejsou tvaru $\{c \in \mathbb{Q} \mid c \leq b\}$ pro žádné $b \in \mathbb{Q}$. Ukažte, že uspořádaná množina (\mathcal{J}, \subseteq) je izomorfní uspořádané množině $(\mathbb{R} \cup \{\infty, -\infty\}, \leq)$.