



# Transformace

Matematická kartografie

# Obsah

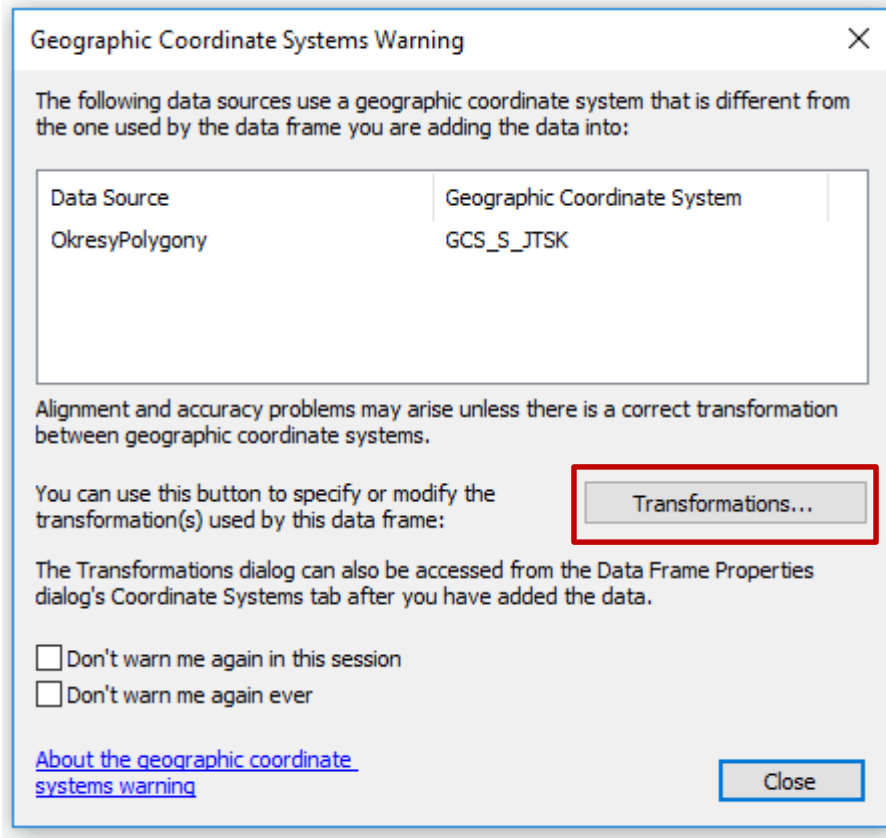
1. Jaký to má význam?
2. Prostorové pravoúhlé souřadnice
3. Základní charakteristiky transformací
4. Prostorové transformace
5. Rovinné transformace



**1**

**JAKÝ TO MÁ VÝZNAM?**

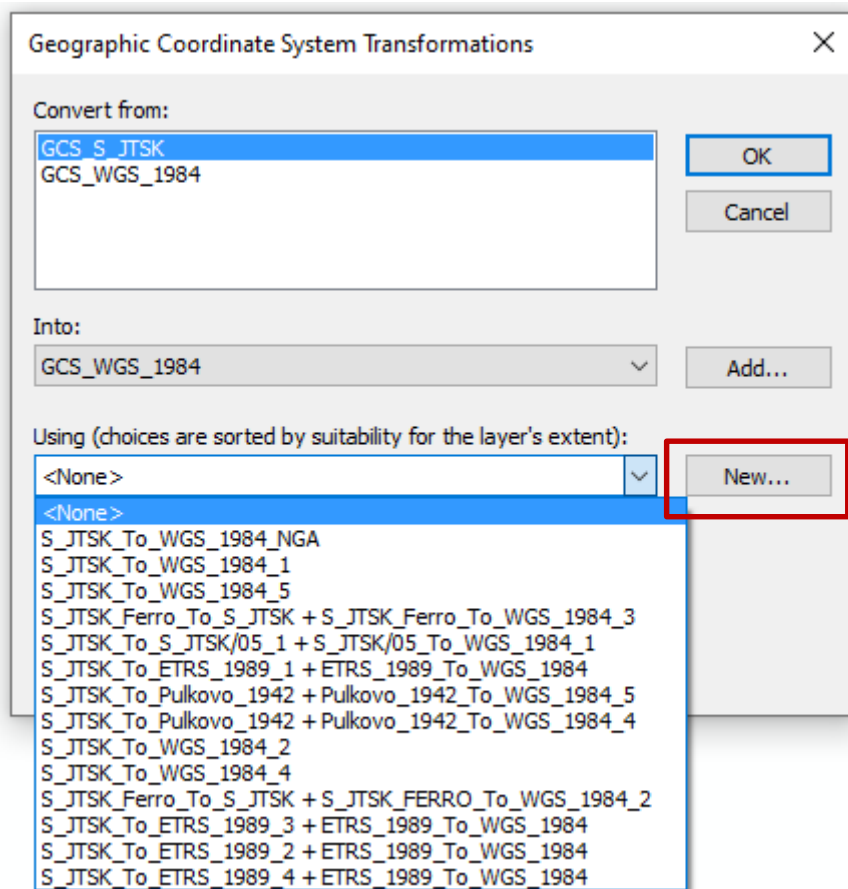
# Jaký to má význam?



Některé vrstvy mají jiný geodetický souřadnicový systém než ten, který chcete nastavit projektu.

ArcGIS vás vyzývá, abyste zkontrolovali, jakou transformaci má použít.

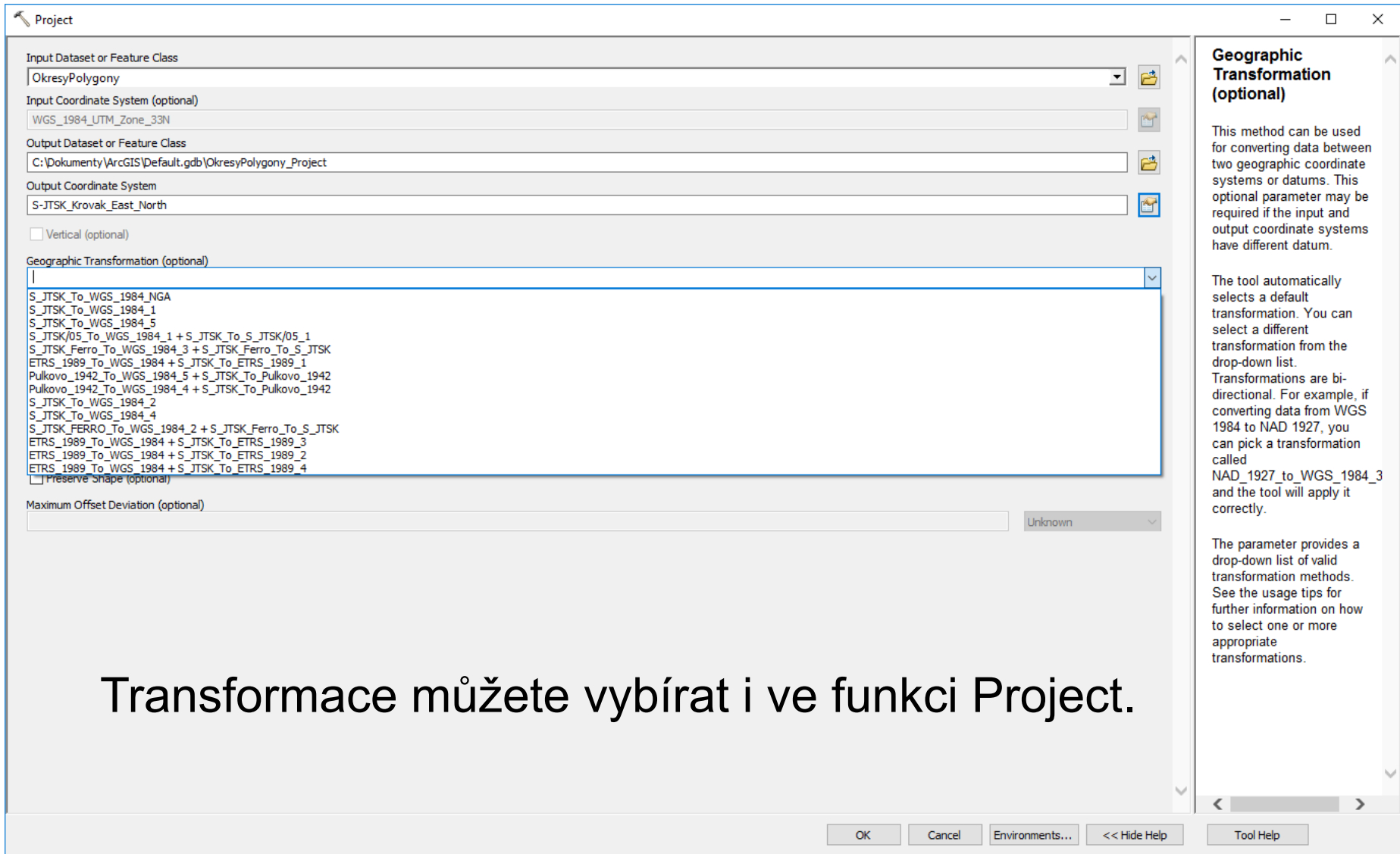
# Jaký to má význam?



V nabídce je velké množství různých transformací.

Lze si vytvořit i vlastní.

# Jaký to má význam?



The screenshot shows the 'Project' tool dialog box in ArcGIS. The 'Geographic Transformation (optional)' section is highlighted with a blue border, showing a list of transformations. The list includes:

- S\_JTSK\_To\_WGS\_1984\_NGA
- S\_JTSK\_To\_WGS\_1984\_1
- S\_JTSK\_To\_WGS\_1984\_5
- S\_JTSK/05\_To\_WGS\_1984\_1 + S\_JTSK\_To\_S\_JTSK/05\_1
- S\_JTSK\_Ferro\_To\_WGS\_1984\_3 + S\_JTSK\_Ferro\_To\_S\_JTSK
- ETRS\_1989\_To\_WGS\_1984 + S\_JTSK\_To\_ETRS\_1989\_1
- Pulkovo\_1942\_To\_WGS\_1984\_5 + S\_JTSK\_To\_Pulkovo\_1942
- Pulkovo\_1942\_To\_WGS\_1984\_4 + S\_JTSK\_To\_Pulkovo\_1942
- S\_JTSK\_To\_WGS\_1984\_2
- S\_JTSK\_To\_WGS\_1984\_4
- S\_JTSK\_FERRO\_To\_WGS\_1984\_2 + S\_JTSK\_Ferro\_To\_S\_JTSK
- ETRS\_1989\_To\_WGS\_1984 + S\_JTSK\_To\_ETRS\_1989\_3
- ETRS\_1989\_To\_WGS\_1984 + S\_JTSK\_To\_ETRS\_1989\_2
- ETRS\_1989\_To\_WGS\_1984 + S\_JTSK\_To\_ETRS\_1989\_4

Other parameters in the dialog include:

- Input Dataset or Feature Class: OkresyPolygony
- Input Coordinate System (optional): WGS\_1984\_UTM\_Zone\_33N
- Output Dataset or Feature Class: C:\Dokumenty\ArcGIS\Default.gdb\OkresyPolygony\_Project
- Output Coordinate System: S-JTSK\_Krovak\_East\_North
- Vertical (optional):
- Maximum Offset Deviation (optional): Unknown

On the right side, there is a help panel titled 'Geographic Transformation (optional)'. It contains the following text:

This method can be used for converting data between two geographic coordinate systems or datums. This optional parameter may be required if the input and output coordinate systems have different datum.

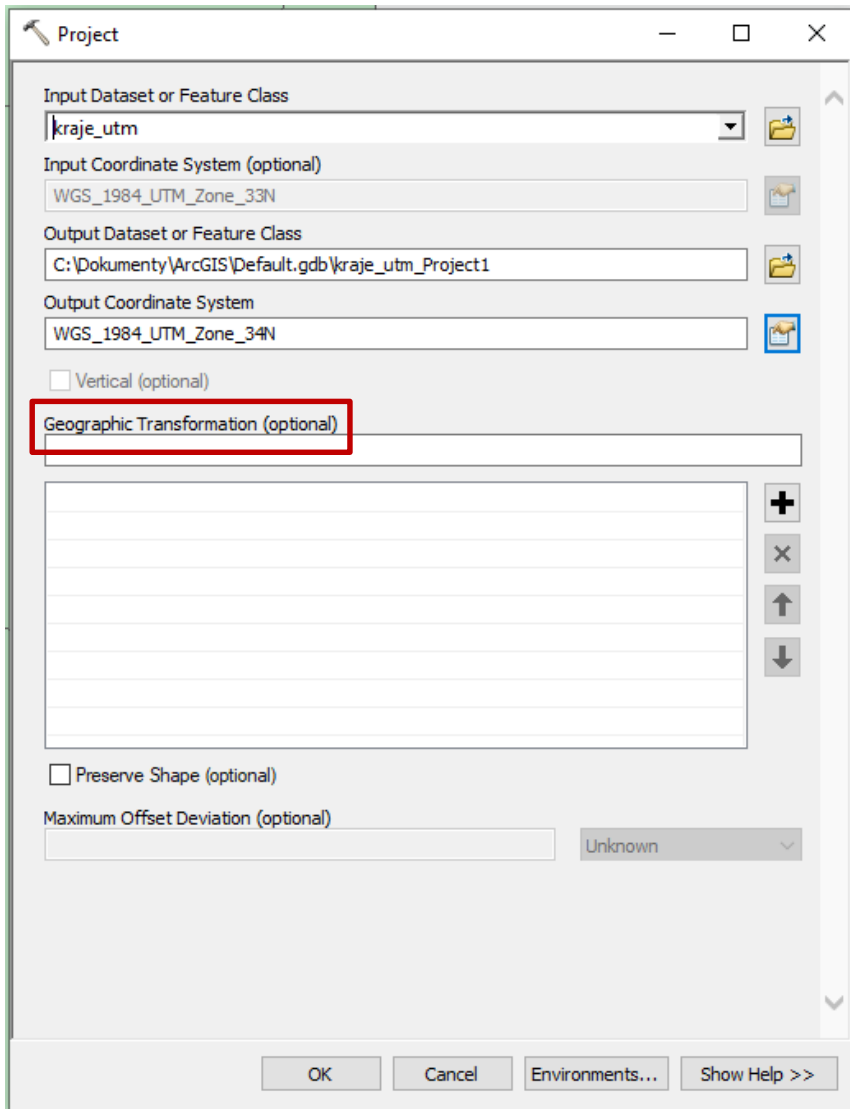
The tool automatically selects a default transformation. You can select a different transformation from the drop-down list. Transformations are bi-directional. For example, if converting data from WGS 1984 to NAD 1927, you can pick a transformation called NAD\_1927\_to\_WGS\_1984\_3 and the tool will apply it correctly.

The parameter provides a drop-down list of valid transformation methods. See the usage tips for further information on how to select one or more appropriate transformations.

At the bottom of the dialog, there are buttons for 'OK', 'Cancel', 'Environments...', '<< Hide Help', and 'Tool Help'.

Transformace můžete vybírat i ve funkci Project.

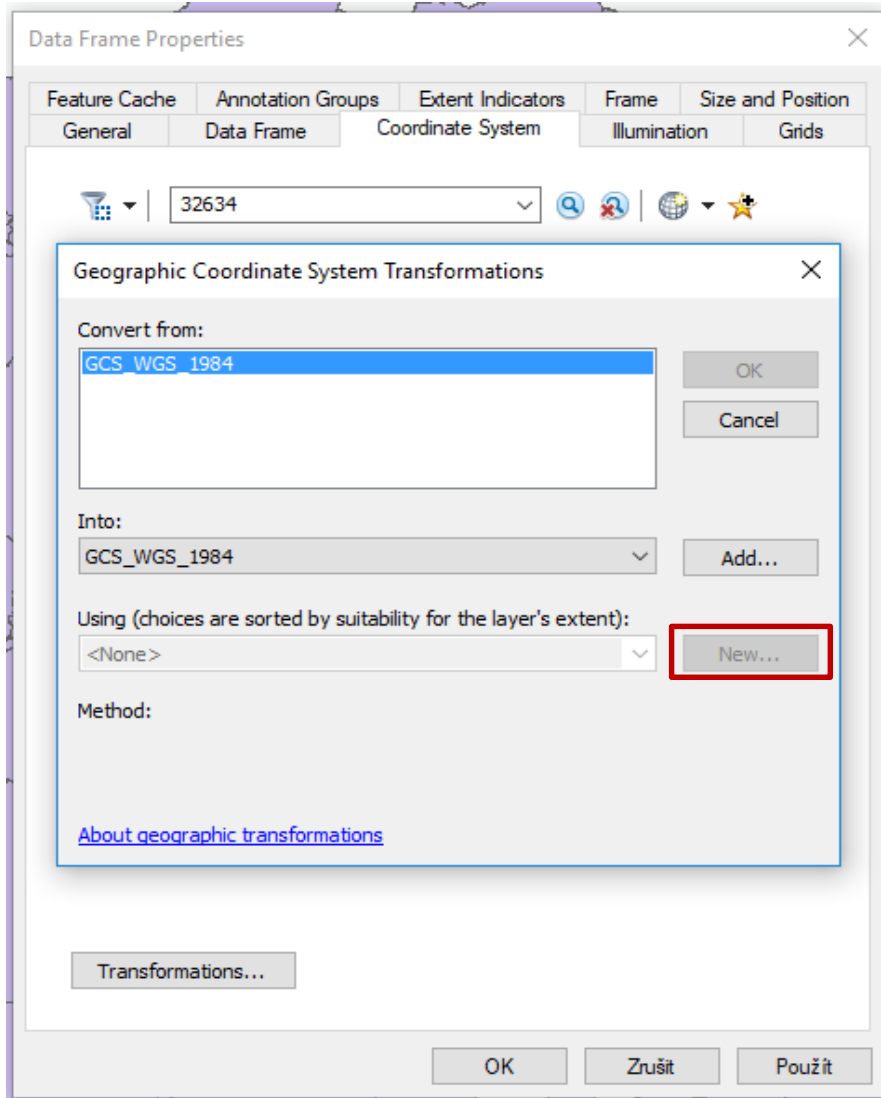
# Jaký to má význam?



Mluví se o transformaci geodetického souřadnicového systému, ne rovinného!

Když transformujete mezi systémy, které mají stejný geodetický systém (i když se liší kartografickým zobrazením), žádná transformace se nenabídne.

# Jaký to má význam?



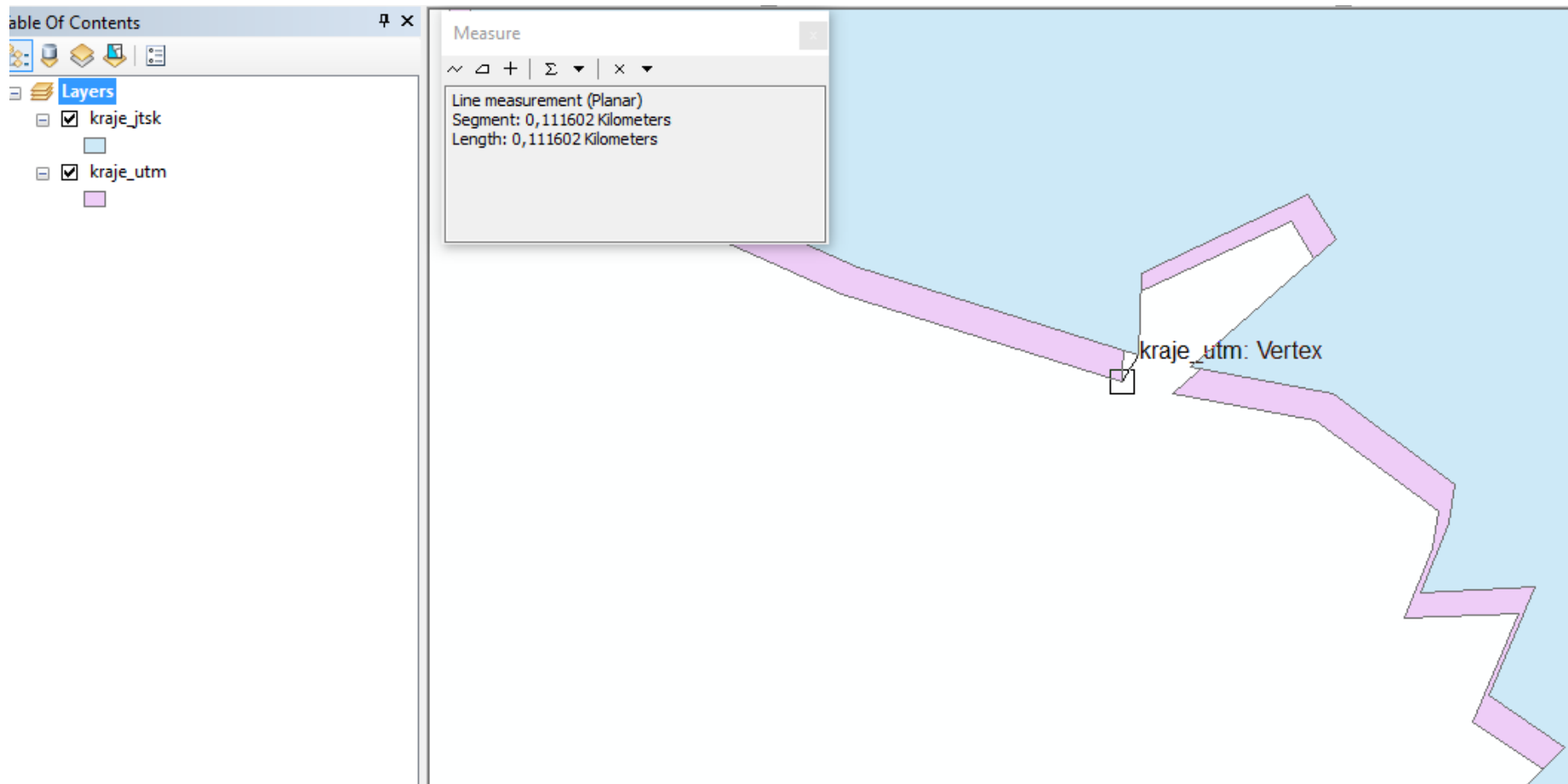
Tlačítko New... se nezaktivní. Transformace geodetického systému není potřeba.

V takovém případě stačí zobrazovací rovnice převádějící zeměpisné souřadnice na rovinné a naopak.

Taky je to transformace, ale ne geodetického systému. ArcGIS tomu Transformation neříká.



# Jaký to má význam?



„On the fly“ transformace má své limity.

Je-li potřeba vyšší přesnost, je nutno vrstvy transformovat do stejného SRS.



# 2

## **PROSTOROVÉ PRAVOÚHLÉ SOUŘADNICE**

# Prostorové pravoúhlé souřadnice

Druhy prostorových souřadnic:

- zeměpisné  $\varphi$ ,  $\lambda$ ; U, V
- izometrické  $q$ ,  $\lambda$ ; Q, V
- kartografické Š, D

Jedny pravoúhlé souřadnice již známe – v rovině:

- pravoúhlé rovinné x, y

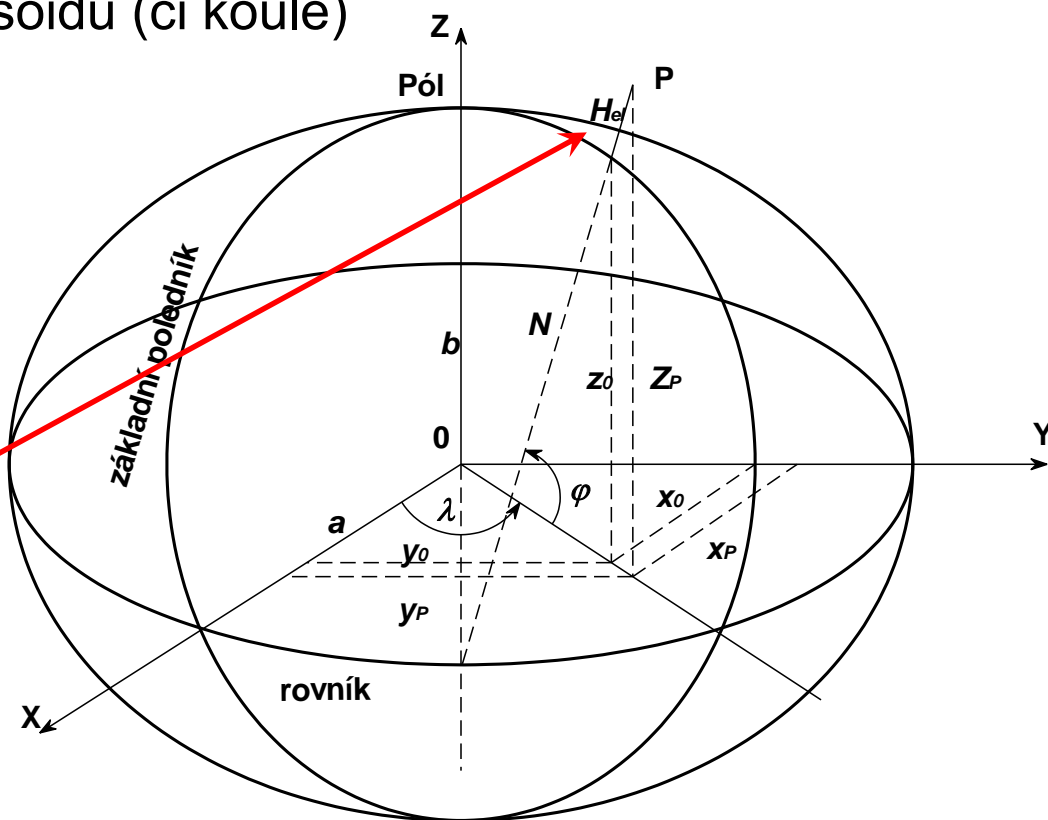
# Prostorové pravoúhlé souřadnice

## prostorové pravoúhlé $x, y, z$

– počátek ve středu elipsoidu (či koule)

1. bez výšek
2. s nadmořskou výškou  $H$  (Mean Sea Level) podle (kvazi)geoidu
3. s elipsoidickou výškou  $H_{el}$

$$H_{el} = H + \zeta$$



$\xi$  – výška geoidu (kvazigeoidu) nad elipsoidem. Tento rozdíl je někdy nutno zahrnout do výpočtů.



# 3

## **ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY TRANSFORMACÍ**

# Transformace souřadnic

## Transformace souřadnic

= převod souřadnic z jednoho geodetického referenčního systému a jednoho zobrazení do jiného geodetického referenčního systému a jiného zobrazení.

- Podstata transformace souřadnic – změna souřadnic bodů, aniž by došlo ke změně jejich polohy na zemském povrchu.
- Transformovat lze jak souřadnice reálných objektů a jevů, tak i souřadnice fiktivních bodů (rohů mapových listů, uzlových bodů zeměpisné sítě...).
- Většinou jsou totiž přesně matematicky definované, není vliv nebo je minimalizovaný vliv generalizace.

# Příčiny transformací

Potřeba transformace souřadnic způsobena zejména následujícími příčinami:

- změna zobrazení polohy bodů do roviny při současné změně referenčního tělesa v původním i novém souřadnicovém systému
  - mění se jak zeměpisné, tak i rovinné souřadnice
  - např. S42 na WGS84
- změna zobrazení polohy bodů do roviny při použití stejného referenčního tělesa v původním i novém souřadnicovém systému
  - nemění se zeměpisné souřadnice, mění se však rovinné souřadnice
  - stačí zobrazovací rovnice obou zobrazení
  - např. UTM 33N na UTM 34N
- změna referenčního tělesa v novém souřadnicovém systému při zachování použitého zobrazení
  - např. náhrada původního elipsoidu novým
  - mění se jak zeměpisné, tak i rovinné souřadnice

# Druhy transformací

Podle charakteru změn a podle požadované přesnosti výstupních souřadnic – dva druhy transformací:

- prostorové transformace
- rovinné transformace



# Druhy transformací

## Prostorové transformace:

$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2 > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$

$X_1, Y_1 > U_1, V_1 > x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2 > U_2, V_2 > X_2, Y_2$

- vstupy a výstupy prostorových transformací:
  - rovinné pravoúhlé souřadnice
  - zeměpisné souřadnice
  - prostorové pravoúhlé souřadnice
  - možno uvažovat i výšky bodů – nadmořské nebo elipsoidické
  - ale lze uvažovat i polohu bodů pouze na povrchu referenčních těles
- typy prostorových transformací:
  - tříprvková transformace
  - sedmiprvková transformace
  - Moloděnského transformace
  - zjednodušená Moloděnského transformace

# Druhy transformací

**Rovinné transformace:**

**$X_1, Y_1 \rightarrow X_2, Y_2$**

- vstup i výstup – rovinné pravoúhlé souřadnice
- nelze uvažovat výšky
- typy transformací:
  - shodnostní transformace
  - podobnostní transformace
  - afinní transformace
- k rovinným transformacím je možné zařadit i interpolační metody

# Druhy transformací

- U **všech** transformací je nejprve nutné vypočítat jejich parametry – konstanty v transformačních rovnicích, tzv. **transformačních klíčích**.
- Parametry transformačních klíčů se počítají z dostatečného množství identických bodů, u nichž jsou známy souřadnice v obou systémech.
- Minimální počet identických bodů a znalost jejich souřadnic jsou závislé na počtu proměnných v transformačních klíčích.
  - Např. pro tříprvkovou transformaci prostorových pravoúhlých souřadnic, kde jsou tři neznámé, je nutná znalost minimálně tří identických souřadnic.
- Nutnost kontroly správnosti výpočtu transformačního klíče – používají se nadbytečné počty identických bodů – parametry transformačního klíče se vyrovnávají vhodnou metodou, nejčastěji metodou nejmenších čtverců.



# 4

## PROSTOROVÉ TRANSFORMACE

# Prostorové transformace

**Prostorové transformace:**

$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2 > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$

$X_1, Y_1 > U_1, V_1 > x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2 > U_2, V_2 > X_2, Y_2$

- vstupy a výstupy prostorových transformací:
  - rovinné pravoúhlé souřadnice
  - zeměpisné souřadnice
  - prostorové pravoúhlé souřadnice
  - možno uvažovat i výšky bodů – nadmořské nebo elipsoidické
  - ale lze uvažovat i polohu bodů pouze na povrchu referenčních těles
- typy prostorových transformací:
  - tříprvková transformace
  - sedmiprvková transformace
  - Moloděnského transformace
  - zjednodušená Moloděnského transformace

# Prostorové transformace

$$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > (x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2) > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$$
$$X_1, Y_1 > \mathbf{U}_1, \mathbf{V}_1 > (x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2) > \mathbf{U}_2, \mathbf{V}_2 > X_2, Y_2$$

Schéma transformačního postupu mezi zobrazeními:

1. výpočet zeměpisných souřadnic z rovinných pravoúhlých v původním zobrazení a v původním ref. systému – viz rovnice jednotlivých zobrazení
2. **mezivýpočet prostorových pravoúhlých souřadnic v původním  $(x_1, y_1, z_1)$  a novém  $(x_2, y_2, z_2)$  ref. systému**  
**Nutný v některých případech (tříprvková nebo sedmiprvková transformace).**
3. **výpočet zeměpisných souřadnic v novém ref. systému při použití vhodného typu prostorové transformace**
4. výpočet rovinných pravoúhlých souřadnic ze zeměpisných v novém zobrazení a v novém ref. systému – viz rovnice jednotlivých zobrazení

# Transformace mezi prostorovými a zeměpisnými souřadnicemi na elipsoidu

Transformace zeměpisných souřadnic  $\varphi$ ,  $\lambda$  a výšky  $H_{el}$  bodu P na souřadnice prostorové pravoúhlé  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2 > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$

$$x = (N + H_{el}) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$y = (N + H_{el}) \cos \varphi \sin \lambda$$

$$z = [N(1 - e^2) + H_{el}] \sin \varphi$$

# Transformace mezi prostorovými a zeměpisnými souřadnicemi na elipsoidu

Transformace prostorových pravoúhlých souřadnic  $x, y, z$  bodu  $P$  na zeměpisné souřadnice a výšku  $H_{el}$ .

$$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > x_1, y_1, z_1 > \mathbf{x_2, y_2, z_2} > \boldsymbol{\varphi_2, \lambda_2} > X_2, Y_2$$

- Počítá se v iteracích.
- Výpočet se ukončí, pokud je rozdíl mezi předcházející a počítanou hodnotou menší než požadovaná přesnost výpočtu.

$$\lambda = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{1}{1 - e^2}\right)$$

$$N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_0}}$$

$$H_{el_0} = \frac{x}{\cos \varphi_0 \cos \lambda} - N_0 = \frac{y}{\cos \varphi_0 \sin \lambda} - N_0$$

Další iterace:

$$\varphi_i = \operatorname{arctg}\left[\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{N_{i-1} + H_{eli-1}}{N_{i-1}(1 - e^2) + H_{eli-1}}\right]$$

$$N_i = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_i}}$$

$$H_{el_i} = \frac{x}{\cos \varphi_i \cos \lambda} - N_{i-1} = \frac{y}{\cos \varphi_i \sin \lambda} - N_{i-1}$$



# Transformace mezi prostorovými a zeměpisnými souřadnicemi na kouli

Transformace zeměpisných souřadnic  $U$ ,  $V$  a výšky  $H$  bodu  $P$  na souřadnice prostorové pravoúhlé  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

$X_1, Y_1 > \mathbf{U_1, V_1} > \mathbf{x_1, y_1, z_1} > x_2, y_2, z_2 > \mathbf{U_2, V_2} > X_2, Y_2$

- Jako výška se uvažuje pouze Mean Sea Level.
- Zpravidla používáno pro práce s nižšími požadavky na přesnost).

$$\begin{aligned}x &= (R + H) \cos U \cos V \\y &= (R + H) \cos U \sin V \\z &= (R + H) \sin U\end{aligned}$$

Transformace prostorových pravoúhlých souřadnic  $x$ ,  $y$ ,  $z$  bodu  $P$  na zeměpisné souřadnice  $U$ ,  $V$  a výšky  $H$ .

$X_1, Y_1 > \mathbf{U_1, V_1} > \mathbf{x_1, y_1, z_1} > \mathbf{x_2, y_2, z_2} > \mathbf{U_2, V_2} > X_2, Y_2$

$$\begin{aligned}V &= \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) \\U &= \operatorname{arctg}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \\H &= \frac{z}{\sin U} - R = \frac{1}{\cos U} \sqrt{x^2 + y^2} - R\end{aligned}$$

# Transformace mezi prostorovými souřadnicemi

$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > (x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2) > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$

$X_1, Y_1 > U_1, V_1 > (x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2) > U_2, V_2 > X_2, Y_2$

Schéma transformačního postupu mezi zobrazeními:

1. ...

2. **mezivýpočet prostorových pravoúhlých souřadnic v původním  $(x_1, y_1, z_1)$  a novém  $(x_2, y_2, z_2)$  ref. systému**

**Nutný v některých případech (tříprvková nebo sedmiprvková transformace).**

3. ...

4. ...

- Střed elipsoidu 1 musím přesunout do středu elipsoidu 2, potočit, aby souhlasily osy a zmenšit či zvětšit elipsoid.
- V ArcGIS existuje nástroj Geographic Coordinate System Transformation. Pod tlačítkem Transformation...

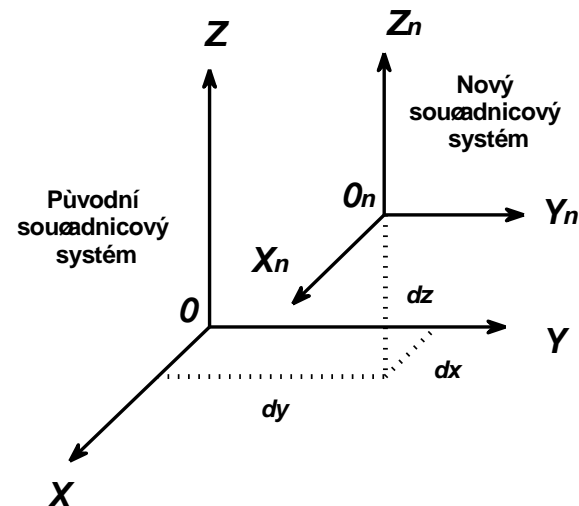
# Tříprvková prostorová transformace

$$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > \mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1 > \mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2, \mathbf{z}_2 > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$$

$$X_1, Y_1 > U_1, V_1 > \mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1 > \mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2, \mathbf{z}_2 > U_2, V_2 > X_2, Y_2$$

Rozdíl mezi původním a novým referenčním systémem prostorových pravoúhlých souřadnic je pouze v lineárním posunu počátků obou systémů o hodnoty  $dx$ ,  $dy$  a  $dz$ .

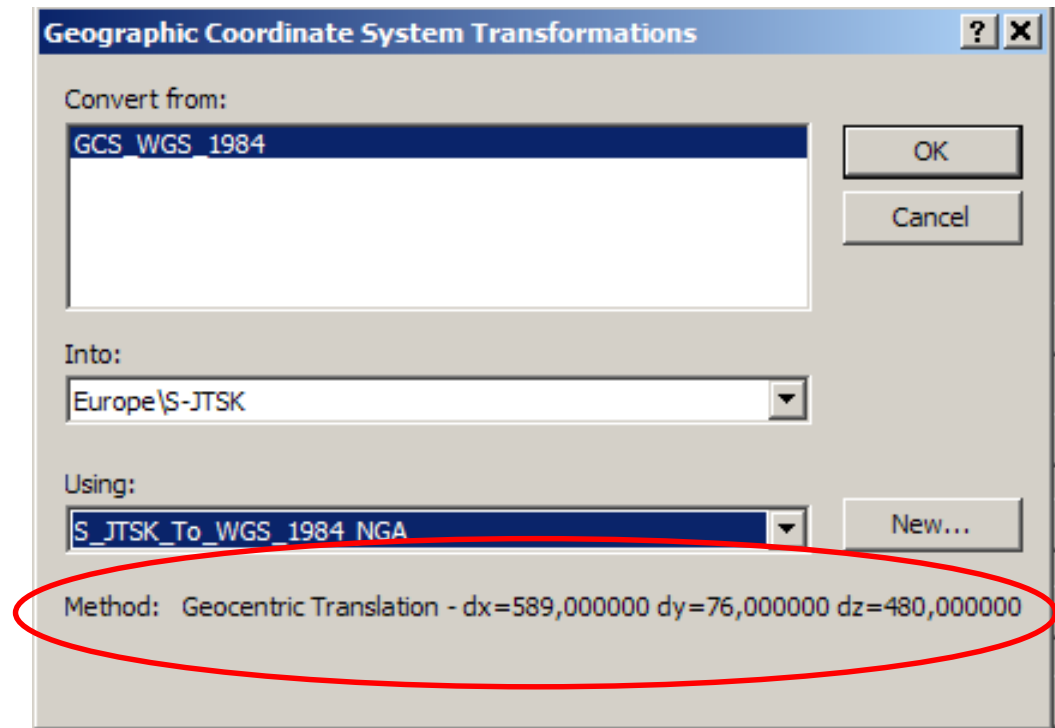
$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$



- Tři neznámé – potřebujeme minimálně tři identické souřadnice v obou systémech.
- Například dva identické body – tedy čtyři souřadnice.

# Tříprvková prostorová transformace

- Posun středů z původního do nového – translace.
- V ArcGIS se tomu říká Geocentric Translation.
- Hodnoty souřadnic a lineárních posunů – v metrech.



# Sedmiprvková prostorová transformace

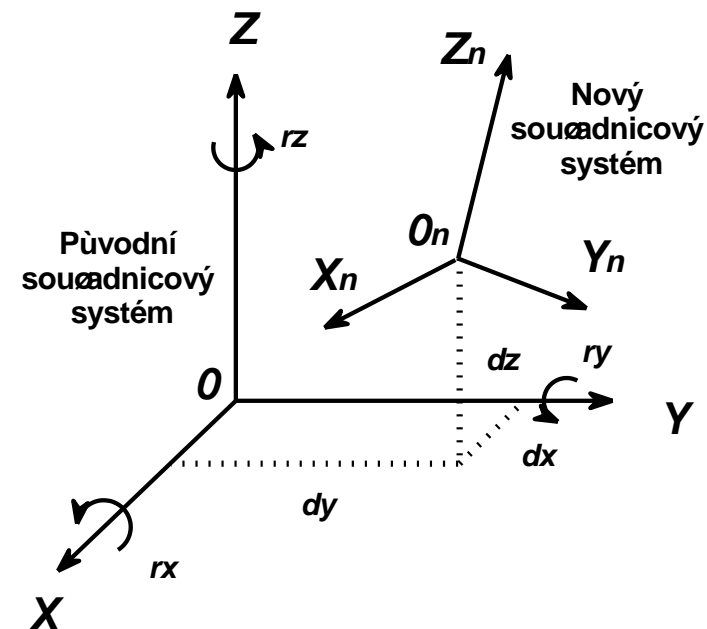
$$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2 > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$$

$$X_1, Y_1 > U_1, V_1 > x_1, y_1, z_1 > x_2, y_2, z_2 > U_2, V_2 > X_2, Y_2$$

Sedmiprvková prostorová transformace (někdy nazývaná i jako prostorová podobnostní transformace):

- lineární posun  $dx, dy, dz$
- tři rotace kolem původních os  $r_x, r_y, r_z$
- změna měřítka – měřítkovým faktorem  $m$

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_z & -r_y \\ -r_z & 1 & r_x \\ r_y & -r_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$



- Sedm neznámých – potřebujeme minimálně sedm identických souřadnic v obou systémech.
- Například čtyři identické body – tedy osm souřadnic.

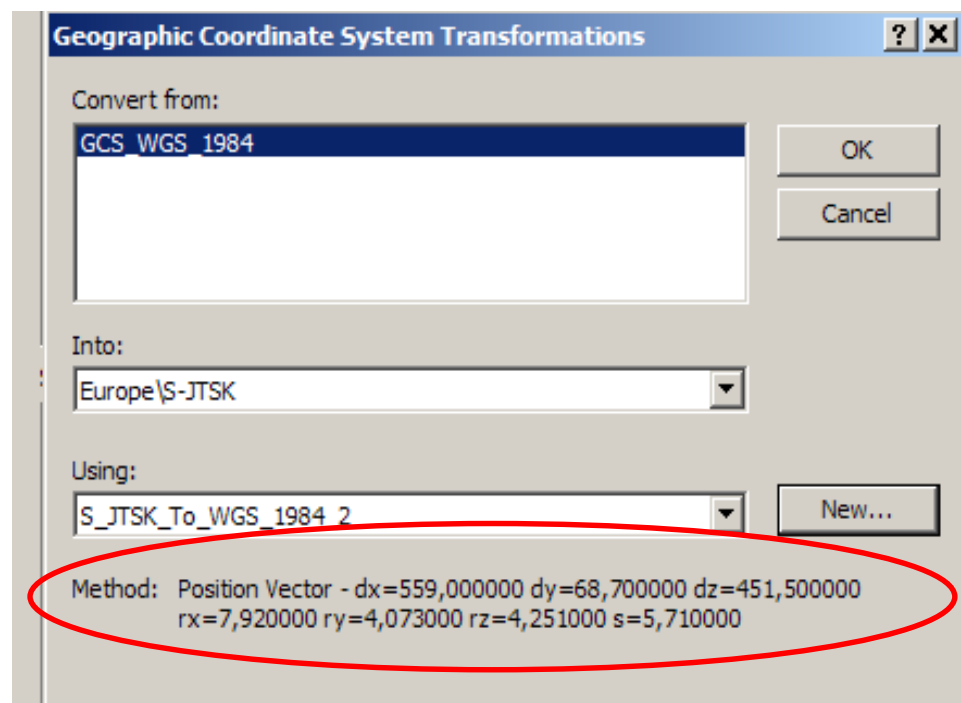
# Sedmiprvková prostorová transformace

- Posun středu jednoho systému do druhého, matice rotací a změna měřítka.
- V ArcGIS se tomu říká Position Vector.

- hodnoty souřadnic a lineárních posunů – v metrech
- hodnoty rotací ve vteřinách
- měřítkový faktor bývá v řádech  $10^{-6}$  až  $10^{-5}$  nebo v jednotkách ppm (parts per milion)

Např.

$\omega_x$	4.9984''
$\omega_y$	1.5867''
$\omega_z$	5.2611''
$m - 1$	$-3.5623e^{-6}$
$\Delta X$	-570.8285m
$\Delta Y$	-85.6769m
$\Delta Z$	-462.8420m



Pozor na kladná a záporná znaménka u směrů rotací! Viz učebnice na str. 158.

# Moloděnského transformace

$$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$$

$$X_1, Y_1 > U_1, V_1 > U_2, V_2 > X_2, Y_2$$

Přímá transformace zem. souřadnic bez převodu přes prost. prav. souřadnice.

Nutná znalost parametrů původního elipsoidu:

- velikost poloos a, b
- lineární posuny dx, dy a dz
- rozdíly parametrů použitých elipsoidů (původního a nového):
  - velké poloosy  $\Delta a$
  - zploštění  $\Delta f$

$$\Delta \varphi = \left[ \begin{array}{l} -\sin \varphi \cos \lambda dx - \sin \varphi \sin \lambda dy + \cos \varphi dz + \frac{e^2 \sin \varphi \cos \varphi}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \Delta a \\ + \sin \varphi \cos \varphi \left( M \frac{a}{b} + N \frac{b}{a} \right) \Delta f \end{array} \right] / (M + H_{el})$$

$$\Delta \lambda = (-\sin \lambda dx + \cos \lambda dy) / (N + H_{el}) \cos \varphi$$

$$\Delta h = \cos \varphi \cos \lambda dx + \cos \varphi \sin \lambda dy + \sin \varphi dz - (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \Delta a$$

$$+ \frac{a(1-f)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \sin^2 \varphi \Delta f$$

# Moloděnského transformace

- V ArcGIS je to pod názvem Molodenskij.
- Musíme stanovit změnu parametrů obou elipsoidů.

**New Geographic Transformation** [?] [X]

Name:

Source GCS:

Target GCS:

Method

Name:

Parameters:

Name	Value
X Axis Translation (meters)	0
Y Axis Translation (meters)	0
Z Axis Translation (meters)	0

OK Cancel



# Zjednodušená Moloděnského transformace

$$X_1, Y_1 > \varphi_1, \lambda_1 > \varphi_2, \lambda_2 > X_2, Y_2$$
$$X_1, Y_1 > U_1, V_1 > U_2, V_2 > X_2, Y_2$$

Použití pro méně přesné práce, například pro navigační účely.

$$\Delta\varphi = [-\sin\varphi \cos\lambda dx - \sin\varphi \sin\lambda dy + \cos\varphi dz + (a\Delta f + f\Delta a)2 \sin\varphi \cos\varphi] / M$$

$$\Delta\lambda = (-\sin\lambda dx + \cos\lambda dy) / N \cos\varphi$$

$$\Delta h = \cos\varphi \cos\lambda dx + \cos\varphi \sin\lambda dy + \sin\varphi dz + (a\Delta f + f\Delta a)\sin^2\varphi - \Delta a$$

# Zjednodušená Moloděnského transformace

- V ArcGIS je to pod názvem Abridged Molodenskij.

New Geographic Transformation

Name:

Source GCS:

Target GCS:

Method

Name:

Parameters:

Name	Value
X Axis Translation (met...)	0
Y Axis Translation (met...)	0
Z Axis Translation (met...)	0

OK Cancel



# 5

## ROVINNÉ TRANSFORMACE

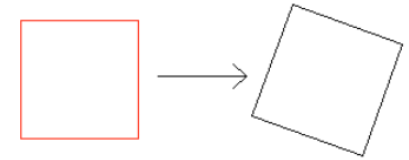
# Rovinné transformace

$$X_1, Y_1 > X_2, Y_2$$

- Vstup i výstup – rovinné pravoúhlé souřadnice.
- Nelze uvažovat výšky.
- Umožňují přímo transformovat rovinné pravoúhlé souřadnice z jednoho zobrazení do druhého.
- Např. když potřebuji umístit do souřadnic starou mapu a nevíme, jaké jsou geodetické základy.
- Nelze zohlednit všechny typy zkreslení – vhodné spíše pro menší území.
  
- typy transformací:
  - shodnostní transformace
  - podobnostní transformace
  - afinní transformace
  - interpolační metody – někdy se zařazují k rovinným transformacím

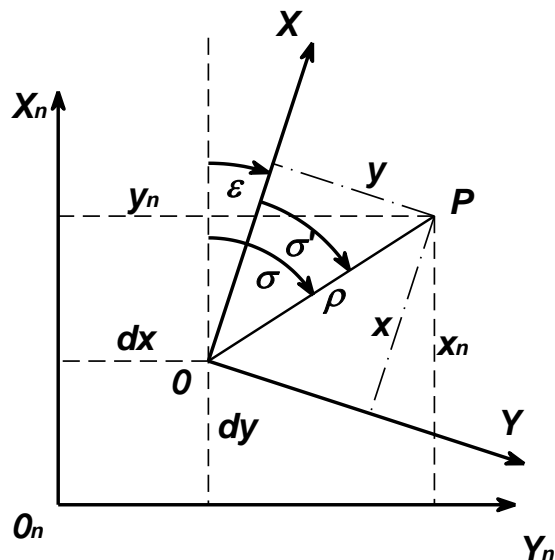
# Shodnostní transformace

- Výchozí souřadnicová soustava  $(0, X, Y)$  se transformuje do nové soustavy  $(0_n, X_n, Y_n)$ .
- Nemění se měřítko. Zachovává tvar i rozměr.
- Nelze tedy započítat ani případnou srážku papíru.



$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

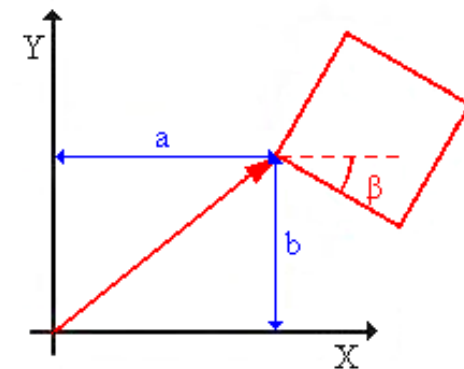
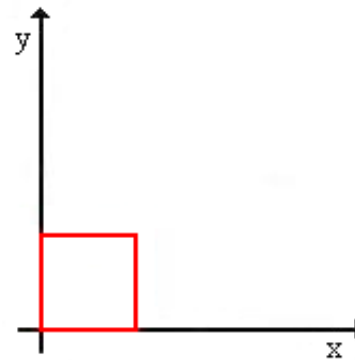
- V soustavě rovnic jsou tři neznámé parametry:
  - lineární posuny  $dx$  a  $dy$
  - rotace  $\varepsilon$
- Pro výpočet neznámých parametrů je nutná znalost tří společných veličin:
  - např. souřadnice jednoho identického bodu v obou soustavách a jednu společnou souřadnici nebo hodnotu směrníku rotace  $\varepsilon$
  - nebo dva identické body – tedy čtyři souřadnice



# Podobnostní transformace

- Nazývá se též lineární konformní transformace.
- Konformní = nemění úhly. Změna měřítka je stejná ve všech směrech. Zachovává tvar.
- Rovnice shodnostní transformace se změnou měřítka pomocí měřítkového faktoru  $m$ .

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

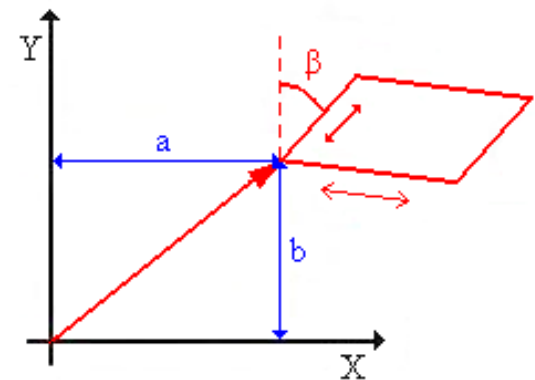
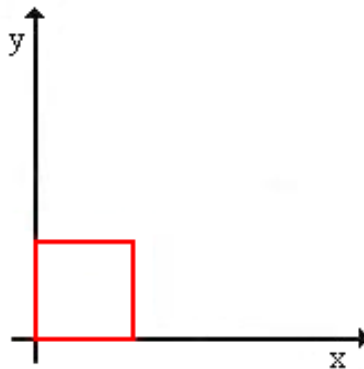


- K výpočtu parametrů podobnostní transformace je nutná znalost nejméně čtyř společných veličin.
- Je tedy třeba mít minimálně dva identické body se známými souřadnicemi v obou systémech.

# Afinní transformace

- Používá se, když se mění úhly. Měřítko se mění odlišně v obou osách. Transformace tedy není konformní.
- Zachovává vzájemnou rovnoběžnost.

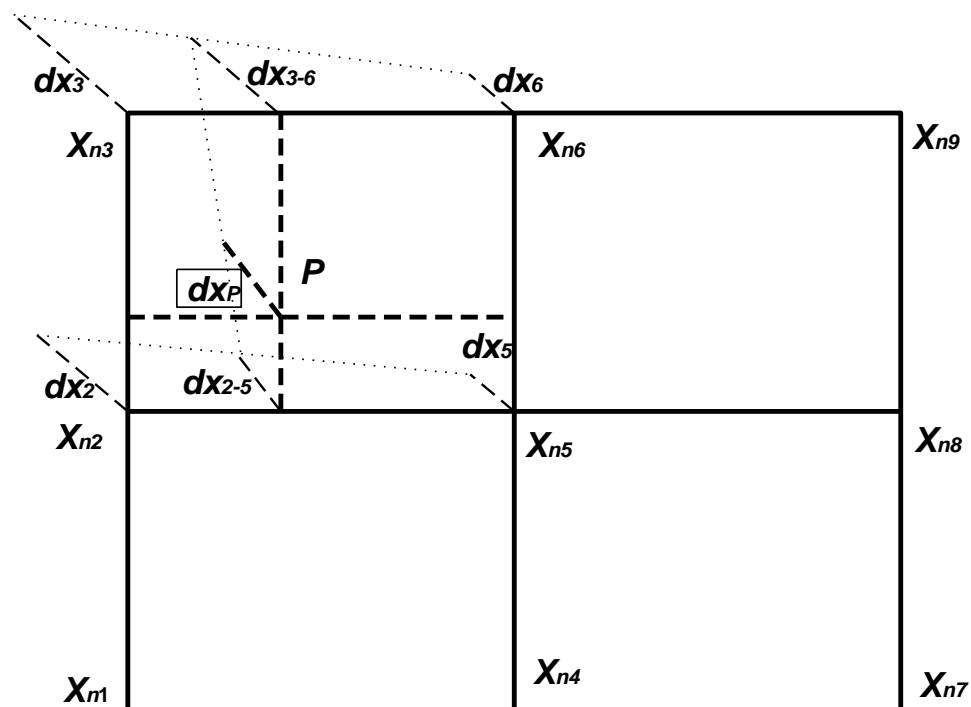
$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



- Koeficienty a, b, c, d, e, f se vypočítají ze souřadnic identických bodů. Je nutná znalost šesti společných hodnot.
- Minimálně tři identické body se známými souřadnicemi v obou systémech.

# Interpolační metody

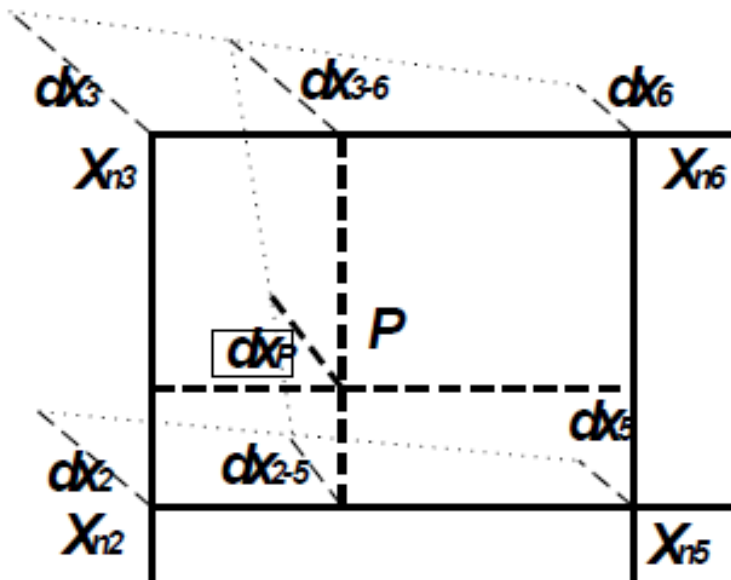
- Na základě hodnot v identických bodech se interpolují body mezi nimi.
- Transformované území se rozdělí do pravidelné sítě s konstantním přírůstkem buď v zeměpisných nebo v rovinných pravoúhlých souřadnicích.
- V uzlových bodech sítě se vypočítají některou z předchozích metod (zpravidla některou z prostorových transformací) difference mezi oběma systémy.





# Interpolační metody

- Z diferencí v uzlových bodech se pomocí bilineární interpolace vypočítají příslušné difference pro požadovaný bod.



$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{10} & a_{01} & a_{11} \\ b_{00} & b_{10} & b_{01} & b_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ x_n \\ y_n \\ x_n y_n \end{bmatrix}$$

- Pro výpočet osmi neznámých v této transformaci je nutná znalost souřadnic v obou systémech nejméně u čtyř identických bodů.