

Odhad plemenné hodnoty pomocí sire modelu (otcovského modelu)

Př.:

Z populace jsou náhodně vybráni otcové a každý byl náhodně pářen se samicemi. Z každého páření byli sledováni potomci. Sledujeme několik potomků, kteří byli chováni v různých chovech (**Viz zadání**). Model předpokládá, že není interakce mezi otcem a chovem. **Chceme odhadnout PH otců podle užitekosti jejich dcer (Sire model).**

$$y_{ijk} = b_i + u_j + e_{ijk}$$

Náhodný efekt – efekt j-tého otce (3 úrovně); pevný efekt – efekt i-tého stáda (2 úrovně)

Potomek	otec	chov	užitkovost
1	1	1	9
2	1	2	12
3	2	1	11
4	2	1	6
5	3	1	7
6	3	2	14

Smíšený model: $\mathbf{Y} = \mathbf{Xb} + \mathbf{Zu} + \mathbf{e}$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{111} \\ y_{121} \\ y_{211} \\ y_{212} \\ y_{311} \\ y_{321} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \\ 11 \\ 6 \\ 7 \\ 14 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{111} \\ e_{121} \\ e_{211} \\ e_{212} \\ e_{311} \\ e_{321} \end{bmatrix}$$

Předpoklady: - $E(\mathbf{u}) = E(\mathbf{e}) = \mathbf{0}$, $V(\mathbf{u}) = \mathbf{G}$, $V(\mathbf{e}) = \mathbf{R}$

- kovarianční matice pro vektor pozorování \mathbf{y} je $\mathbf{V} = \mathbf{ZGZ}' + \mathbf{R}$

- reziduální chyby mají konstantní variance a jsou nekorelovány $\Rightarrow \mathbf{R} = \mathbf{I}\sigma_e^2$

Ve smíšeném modelu: pozorujeme \mathbf{y} , \mathbf{X} , \mathbf{Z} zatímco \mathbf{b} , \mathbf{R} a \mathbf{G} jsou obecně neznámé.

Pro řešení odhadů pevných efektů se používá procedura BLUE a pro odhad náhodných efektů BLUP. Odhady jsou *nejlepší* v tom smyslu, že minimalizují výběrovou varianci, *lineární*, že jsou lineární funkcí pozorovaných fenotypů \mathbf{y} , a nevychýlené, že $E[\text{BLUE}(\mathbf{b})] = \mathbf{b}$ a $E[\text{BLUP}(\mathbf{u})] = \mathbf{u}$.

Chceme zjistit plemenné hodnoty otců (u_1, u_2, u_3)?

1. Výpočet vyžaduje variančně-kovarianční matici pro otce (\mathbf{G}) a reziduální (\mathbf{R}).

a. Zde $\mathbf{R} = \mathbf{I}\sigma_e^2 \quad \mathbf{I}_{(6)}$

b. otcové jsou nepříbuzní – $\mathbf{G} = \mathbf{I}\sigma_o^2 \quad \mathbf{I}_{(3)}$

2. Za předpokladu jen aditivní genetické variance – efekt otců (PH) je polovina otcovské aditivní genetické hodnoty - $\sigma_o^2 = \sigma_A^2/4$ (σ_A^2 - aditivní genetická variance).

- zadáme si, že $\sigma_A^2 = 8$ a $\sigma_e^2 = 6$

3. Variančně kovarianční matice \mathbf{V} pro vektor \mathbf{y} je dána $\mathbf{V} = \mathbf{ZGZ}' + \mathbf{R}$.

Smíšený model: $\mathbf{Y} = \mathbf{Xb} + \mathbf{Zu} + \mathbf{e}$

1. řešení:

$$\text{BLUE} \quad \mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y})$$

$$\text{BLUP} \quad \mathbf{u} = (\mathbf{GZ}'\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{Xb}))$$

2. řešení: normální rovnice smíšeného modelu:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{Z}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Z} + \mathbf{G}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} \\ \mathbf{Z}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} \end{bmatrix}$$

Vyřešte oba způsoby pomocí programu R!