Výsledky domácích úkolů ke cvičení č. 9

1. (a) Matice $(\varphi)_{\zeta,\zeta} = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.

Vlastní čísla této matice: -1, $2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$.

Invariantní podprostory vlastních vektorů lineárního operátoru φ:
příslušný vlastnímu číslu -1: $[x^2-2x+1]$,
příslušný vlastnímu číslu $2+\sqrt{3}$: $[2x^2+2x+\sqrt{3}-1]$,
příslušný vlastnímu číslu $2-\sqrt{3}$: $[2x^2+2x-\sqrt{3}-1]$.

Algebraické i geometrické násobnosti všech vlastních čísel jsou rovny 1.

(b) Matice $(\varphi)_{\zeta,\zeta} = \left(\begin{smallmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 4 & 4 & -4 \\ 8 & 4 & -6 \end{smallmatrix}\right)$.

Vlastní čísla této matice: -2, 2.

Invariantní podprostory vlastních vektorů lineárního operátoru φ:
příslušný vlastnímu číslu -2: $[4x^2+2x+1]$,
příslušný vlastnímu číslu 2: $[2x-1, x^2+1]$.

Algebraická i geometrická násobnost vlastního čísla -2 je rovna 1.
Algebraická i geometrická násobnost vlastního čísla 2 je rovna 2.

(c) Matice $(\varphi)_{\zeta,\zeta} = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \\ -2 & 2 & 2 \end{smallmatrix}\right)$.

Vlastní čísla této matice: -2, 4.

Invariantní podprostory vlastních vektorů lineárního operátoru φ:
příslušný vlastnímu číslu -2: $[3x^2-4x+2]$,
příslušný vlastnímu číslu 4: $[x+1]$.

Algebraická i geometrická násobnost vlastního čísla -2 je rovna 1.
Algebraická násobnost vlastního čísla 4 je rovna 2, kdežto geometrická násobnost vlastního čísla 4 je rovna 1.

2. (a) Matice $(\varphi)_{\zeta,\zeta} = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.

Vlastní čísla této matice: 3, $i\sqrt{5}$, $-i\sqrt{5}$.

Invariantní podprostor vlastních vektorů lineárního operátoru φ příslušný reálnému vlastnímu číslu: $[x^2+6x+5]$.

Invariantní podprostor lineárního operátoru φ příslušný dvojici vzájemně komplexně sdružených vlastních čísel: $[x^2-x, 1]$.

(b) Matice $(\varphi)_{\zeta,\zeta} = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{smallmatrix}\right)$.

Vlastní čísla této matice: 3, $\frac{3+i\sqrt{15}}{2}$, $\frac{3-i\sqrt{15}}{2}$.

Invariantní podprostor vlastních vektorů lineárního operátoru φ příslušný reálnému vlastnímu číslu: $[x^2+2x]$.

Invariantní podprostor lineárního operátoru φ příslušný dvojici vzájemně komplexně sdružených vlastních čísel: $[x^2-1, x-1]$.