

Metoda nejmenších čtverců

Příklady ze skript

Příklad 1.

Užijte metody nejmenších čtverců k nalezení nejlepší lineární aproximace pro hodnoty

x_i	-1	1	3	5	7
f_i	1	3	4	5	6

Příklad 2.

Pro hodnoty

x_i	0,00	0,25	0,5	0,75	1,00
f_i	1,0000	1,2840	1,6487	2,1170	2,7183

nalezněte nejlepší aproximaci polynomem 1. a 2: stupně.

(Řešení: $P_1(x) = l, 7078x + 0, 8997$, $P_2(x) = 0.8435x^2 + 0.8643x + 1.0051$)

Příklad 3.

Pro hodnoty v předchozím příkladě:

1. Užijte třibodové formule a vypočtete derivace v bodech 0,25; 0,5; 0,75. V každém případě položte střed formule do toho bodu, v němž počítáte derivaci.
2. Užijte aproximace získané metodou nejmenších čtverců v předchozím příkladě a vypočtete derivace P_2 v uvedených bodech.
3. Porovnejte výsledky s hodnotami derivace přesné funkce $f(x) = e^x$.

Další příklady

Příklad 1.

Užijte metody nejmenších čtverců k nalezení aproximace hodnot

x_i	0	2	4	6	8	10	12
f_i	1	2	1	-2	4	6	11

lomenou čarou (spojitá po částech lineární funkce), která má zlom v bodě 6.

Úkoly v Matlabu

Příklad 1.

Na předchozích příkladech ověřte, že řešení normálního systému $A^T A c = A^T f$ lze v Matlabu kromě příkazu $c = \text{inv}(A' * A) * A' * f$ spočítat také pomocí maticového dělení $c = A \backslash f$.

Příklad 2.

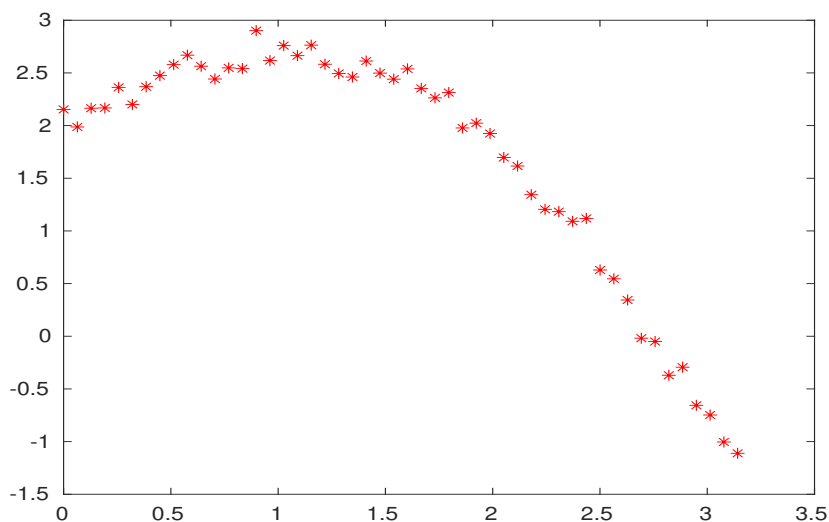
Znáznorněte graficky aproximační funkce pro předchozí příklady.

Příklad 3.

V souboru `vyska_divek.txt` jsou hodnoty věku a výšek 100 dívek od 5 do 18 let. Předpokládáme, že výška roste lineárně s věkem přibližně do 12 let, pak zůstává konstantní. Pomocí metody nejmenších čtverců odhadněte přesnou závislost výšky na věku a pak určete průměrnou výšku ve věku 5 a 12 let. Můžete využít program `vyska.m`, který načítá a zobrazuje data.

Příklad 4.

Obrázek 1 ukazuje data uložená v souboru "data1.txt" (viz též program data1).



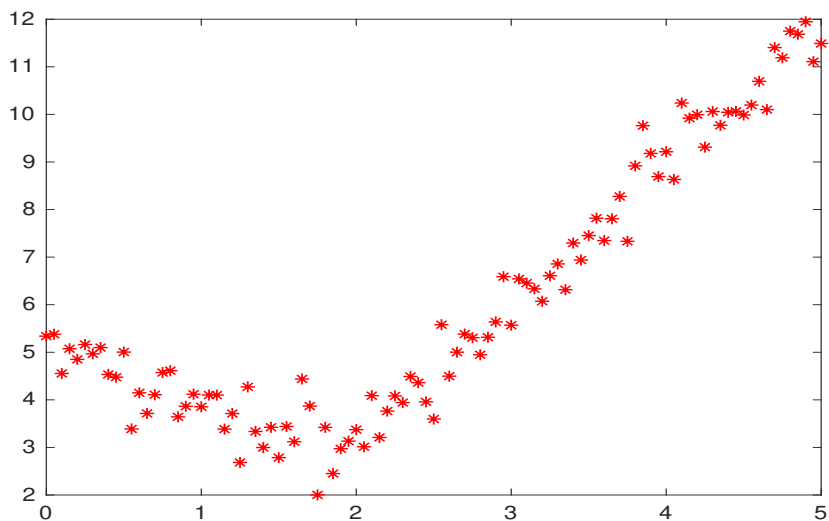
Obrázek 1: Data

Určete množinu funkcí, jejichž lineární kombinace dává nejlepší aproximaci dat (minimalizuje reziduální součet čtverců) pomocí metody nejmenších čtverců.

- a) $\{1, x, \log x\}$
- b) $\{1, x, \sqrt{x}\}$
- c) $\{1, x, \sin x\}$
- d) $\{1, x, \cos x\}$
- e) $\{1, x, x^2\}$

Příklad 5.

V souboru lom_cara.txt jsou uložena data, která leží kolem po částech lineární spojité funkce (lomené čáry) se zlomem v bodě $c = 2$ (viz též obrázek 2 a program lom_cara.m).



Obrázek 2: Data kolem lomené čáry

Odhadněte rovnici funkce pomocí metody nejmenších čtverců.