Splajny

Příklady ze skript

Příklad 1.
Nalezněte přirozený kubický interpolační splajn pro $f(x) = \cos^2 x$ a uzly $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{3}{4}\pi$.
$(S_0(x) = 1 - \frac{10}{3\pi}x + \frac{16}{3\pi^3}x^3$, $S_1(x) = \frac{2}{3\pi}(x - \frac{\pi}{2}) + \frac{8}{\pi^2}(x - \frac{\pi}{2})^2 - \frac{32}{3\pi^3}(x - \frac{\pi}{2})^3.)$

Další příklady

Příklad 1.
Pro uzly 0, 2, 3, 4, 6, 8, a funkční hodnoty 3, 1, 2, 0, -1, 1, určete explicitně lineární interpolační splajn.

Příklad 2.
Mějme uzly x_0, x_1, x_2 a nechť body $[x_0, f_0]$, $[x_1, f_1]$ a $[x_2, f_2]$ leží na přímce. Uvažujme přirozený kubický splajn, úplný kubický splajn a splajn s not-a-knot podmínkami. Kdy je některý z těchto splajnů lineární funkcí?

Příklad 3.
Je některý ze splajnů z předchozího příkladu parabolou, pokud neleží body na přímce?

Příklad 4.
Pro uzly 0, 1, 2, 3 a odpovídající funkční hodnoty 1, -1, -3, 1 určí matlabovská funkce spline tabulku koeficientů splajnu

$$\begin{array}{rrrr} 1 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \end{array}.$$

Ukažte, že ve skutečnosti se jedná o interpolační polynom.

Příklad 5.
Ověřte, že koeficienty přirozeného kubického splajnu pro data z předchozího příkladu jsou

$$\begin{array}{rrrr} -0.4 & 0 & -1.6 & 1 \\ 2 & -1.2 & -2.8 & -1 \\ -1.6 & 4.8 & 0.8 & -3 \end{array}.$$

Úkoly v Matlabu

Příklad 1.
Dokončete program `splajn1_dodelat` pro lineární splan a otestujte jej na několika příkladech.

Příklad 2.
Pro vytvoření přirozeného kubického splajnu je možné použít program `csape` z matlabovského Curve Fitting Toolboxu. Zjistěte, jak se s tímto programem pracuje a pak pro různé příklady zobrazte pro stejná data přirozený kubický splajn, úplný kubický splajn a splajn s not-a-knot podmínkami.

Příklad 3.
Vyzkoušejte program `csape` z matlabovského Curve Fitting Toolboxu pro aproximaci funkce sin pomocí periodického kubického splajnu. Otestujte různý počet a rozložení uzlů.