

### Cvičení 3.

#### Přehled matlabovských funkcí

Hodnota distribuční funkce rozložení  $Ex(\lambda)$  v bodě  $x$  ... `expcdf(x, lambda)`

$\alpha$ -kvantil rozložení  $Ex(\lambda)$  ... `expinv(alfa, lambda)`

Hodnota distribuční funkce rozložení  $Er(k, \lambda)$  v bodě  $x$  ... `gamcdf(x, lambda, k)`

$\alpha$ -kvantil rozložení  $\chi^2(n)$  ... `chi2inv(alfa, n)`

$\alpha$ -kvantil rozložení  $N(\mu, \sigma^2)$  ... `norminv(alfa, mi, sigma)`

**Příklad 1.:** Doba do ukončení opravy v opravně obuvi je náhodná veličina, která se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 3 dny. Jaká je pravděpodobnost, že oprava bude ukončena do dvou dnů?

**Příklad 2.:** Životnost žárovky má exponenciální rozložení se střední hodnotou 600 h. Jaká je pravděpodobnost, že žárovka bude svítit dalších aspoň 200 h, jestliže již svítila aspoň 800 h?

**Příklad 3.:** Doba (v hodinách), která uplyne mezi dvěma naléhavými příjmy v jisté nemocnici, se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 2 h. Jaká je pravděpodobnost, že uplyne více než 5 h bez naléhavého příjmu?

**Příklad 4.:** Zkoumá se funkce dvou nezávisle na sobě pracujících přístrojů. Doba bezporuchové funkce  $i$ -tého přístroje je náhodná veličina  $X_i \sim Ex(\lambda_i)$ ,  $i = 1, 2$ . Jaká je pravděpodobnost, že za dobu  $t_0 > 0$

a) ani jeden přístroj neselže, b) selže aspoň jeden přístroj?

**Příklad 5.:** Najděte 5. percentil náhodné veličiny  $X \sim Ex(0,1)$ .

**Příklad 6.:** Jistý přístroj má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Doba čekání na poruchu se řídí exponenciálním rozložením.

a) Jaká je pravděpodobnost, že přístroj bude mít poruchu dříve než za 1000 hodin?

b) Stanovte dobu  $t$  tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat po dobu delší než  $t$ , byla 0,99.

c) Do jaké doby se přístroj porouchá s pravděpodobností 0,9?

d) Přístroj už pracuje bez poruchy aspoň 1000 hodin. Jaká je pravděpodobnost, že vydrží pracovat ještě aspoň 2000 hodin

**Příklad 7.:** Zákazník prochází třemi nezávislými stanicemi obsluhy, přičemž v každé z nich se doba obsluhy řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 1 minuta. Jaká je pravděpodobnost, že celková doba obsluhy nepřesáhne 2 minuty?

**Příklad 8.:** V jisté prodejně potravin bylo na základě náhodného výběru 50 zákazníků zjištěno, že průměrná doba obsluhy u pokladny je 30 s. Předpokládejme, že doba obsluhy je náhodná veličina s exponenciálním rozložením.

a) Najděte 95% empirický interval spolehlivosti pro střední hodnotu doby obsluhy.

b) Najděte 95% empirický asymptotický int. spolehlivosti pro střední hodnotu doby obsluhy.

**Příklad 9.:** (Výhradně pro MATLAB)

Doba do poruchy jistého přístroje má exp. rozložení. U 10 náhodně vybraných přístrojů byly zjištěny doby do poruchy (ve dnech): 123, 167, 195, 213, 258, 324, 387, 423, 541, 630

a) Odhadněte neznámou střední hodnotu a najděte pro ni 95% interval spolehlivosti.

Návod: použijte funkci `expfit`.

b) Kolik procent výrobků se porouchá mezi 200 a 400 dny?

Výsledky: ad a) 326,1 dne, (190,87; 680,03), ad b) 24,8 %