6 Analýza kovariance (ANCOVA)

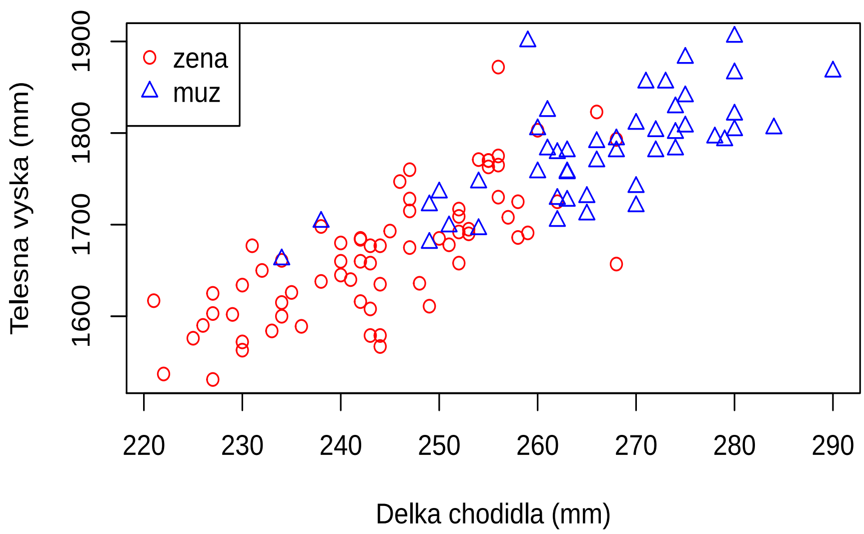
Příklad 1. V souboru lrm-foot.txt máme k dispozici antropometrické údaje mladých dospělých lidí (převážně studentů vysokých škol z Brna a Ostravy). Vypočítejte hodnotu korelačního koeficientu tělesné výšky (proměnná body.H, v *mm*) a délky chodidla (proměnná foot.L, v *mm*). Chceme zjistit, zda se muži a ženy liší v tělesné výšce, pokud eliminujeme vliv délky chodidla.

Načteme datový soubor a zkontrolujeme, že R pracuje s proměnnou pohlaví jako s faktorem. Pokub by byla v datovém souboru kódována například pomocí 0 a 1, tak by s ní R pracovalo jako s numerickou proměnnou, nikoli kategoriální. V takovém případě bychom ji museli změnit na kategoriální pomocí funkce factor().

```
foot <- read.table("DATA/lrm-foot.txt",header=T)
summary(foot)

##   sex        foot.L          body.H
##   f:70   Min.   :221.0   Min.   :1531
##   m:47   1st Qu.:242.0   1st Qu.:1658
##          Median :253.0   Median :1711
##          Mean   :253.1   Mean   :1715
##          3rd Qu.:265.0   3rd Qu.:1780
##          Max.   :290.0   Max.   :1905

is.factor(foot$sex)

## [1] TRUE
```

Vykreslíme si bodový diagram, ve kterém odlišíme muže a ženy.

```
plot(foot$foot.L, foot$body.H, xlab='Delka chodidla (mm)', ylab='Telesna vyska (mm)', type='n')
points(foot$foot.L[foot$sex=='f'], foot$body.H[foot$sex=='f'], pch=1, col='red')
points(foot$foot.L[foot$sex=='m'], foot$body.H[foot$sex=='m'], pch=2, col='blue')
legend("topleft", c("zena", "muz"), pch = c(1,2), col=c('red', 'blue'))
```



Vypočítáme si rozsahy, výběrové průměry a výběrové směrodatné odchylky tělesné výšky a délky chodidla pro každé pohlaví zvlášť i pro celý datový soubor.

```
table(foot$sex)

##
##  f  m
## 70 47

nrow(foot)

## [1] 117

mean(foot$body.H[foot$sex=='f'])

## [1] 1670.771

sd(foot$body.H[foot$sex=='f'])

## [1] 71.26927

mean(foot$body.H[foot$sex=='m'])

## [1] 1780.064

sd(foot$body.H[foot$sex=='m'])

## [1] 58.38456

mean(foot$body.H)

## [1] 1714.675

sd(foot$body.H)

## [1] 85.25619

mean(foot$foot.L[foot$sex=='f'])

## [1] 244.3714

sd(foot$foot.L[foot$sex=='f'])

## [1] 11.43497

mean(foot$foot.L[foot$sex=='m'])

## [1] 266.2128

sd(foot$foot.L[foot$sex=='m'])

## [1] 11.46248

mean(foot$foot.L)

## [1] 253.1453

sd(foot$foot.L)

## [1] 15.66914
```

		Tělesná výška (mm)		Délka chodidla (mm)	
	rozsah	průměr	sm. odchylka	průměr	sm. odchylka
Ženy					
Muži					
Celkový					

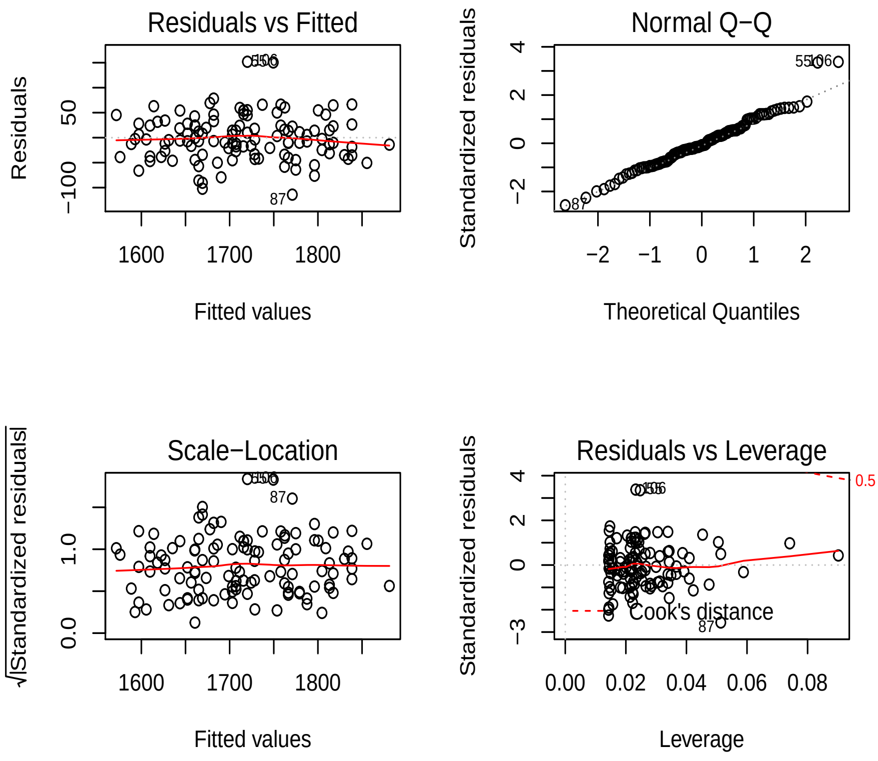
Důležitým předpokladem analýzy kovariance je rovnoběžnost přímek pro každou kategorii faktoru, v našem případě tedy musíme ověřit předpoklad, že regresní přímka modelující závislost tělesné výšky na délce chodidla pro ženy je rovnoběžná s regresní přímkou modelující závislost tělesné výšky na délce chodidla pro muže. Pro ověření rovnoběžnosti sestavíme model s interakcí (tj. model různoběžných přímek) a bez interakce (tj. model rovnoběžných přímek) a otestujeme, zda je model bez interakce dostačující.

```
model.interakce <- lm(body.H ~ sex * foot.L, data=foot)
model.bez.int <- lm(body.H ~ sex + foot.L, data=foot)
anova(model.bez.int, model.interakce)

## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: body.H ~ sex + foot.L
## Model 2: body.H ~ sex * foot.L
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
## 1    114 236145
## 2    113 231676  1    4468.8 2.1797 0.1426
```

Hodnota testovací statistiky F_{obs} = ...
p-hodnota ....
Závěr ....

Model bez interakce vychází jako dostatečný, tedy předpoklad o rovnoběžnosti regresních přímek budeme považovat za splněný.
Protože se jedná o speciální lineární regresní model, zbývající předpoklady analýzy kovariance můžeme ověřit pomocí analýzy reziduí.

```
par(mfrow=c(2,2))
plot(model.bez.int)
```




```
shapiro.test(model.bez.int$residuals)

##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  model.bez.int$residuals
## W = 0.97883, p-value = 0.06131

t.test(model.bez.int$residuals)

##
##  One Sample t-test
##
## data:  model.bez.int$residuals
## t = 3.7196e-16, df = 116, p-value = 1
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -8.261704  8.261704
## sample estimates:
##    mean of x
## 1.551554e-15

library(car)

## Loading required package: carData

durbinWatsonTest(model.bez.int)
```

```
##  lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
##    1     -0.03256937      2.061963   0.744
##  Alternative hypothesis: rho != 0
```

Hypotézu o nulové střední hodnotě reziduí ...., protože t-test nabývá hodnoty .... s p-hodnotou ...., z grafického posouzení také nevidíme problém.

Shapirův-Wilkův test nabývá hodnoty .... s p-hodnotou ...., v kvantil-kvantilovém grafu jsou rezidua ...., předpoklad normality tedy považujeme za ....

Předpoklad rovnosti rozptylů se na základě grafického posouzení zdá ....

Durbin-Watsonův test nabývá hodnoty .... s p-hodnotou ...., tedy .... nezávislost reziduí.

Předpoklady modelu jsou tedy ....
Vypíšeme si detaily modelu.

```
summary(model.bez.int)

##
## Call:
## lm(formula = body.H ~ sex + foot.L, data = foot)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -114.008  -33.255   -3.586   24.289  151.898
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 634.1086    90.7750   6.985 2.02e-10 ***
## sexm         16.6379    11.8006   1.410    0.161
## foot.L        4.2422     0.3708  11.441  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 45.51 on 114 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7199,Adjusted R-squared:  0.715
## F-statistic: 146.5 on 2 and 114 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

MNČ odhady koeficientů a jejich interpretace:
$\beta_0 =$ ....
$\beta_1 =$ ....
$\beta_2 =$ ....

Celkový F-test na hladině významnosti 0.05:
$F =$ ....
p-hodnota $=$ ....
závěr ....

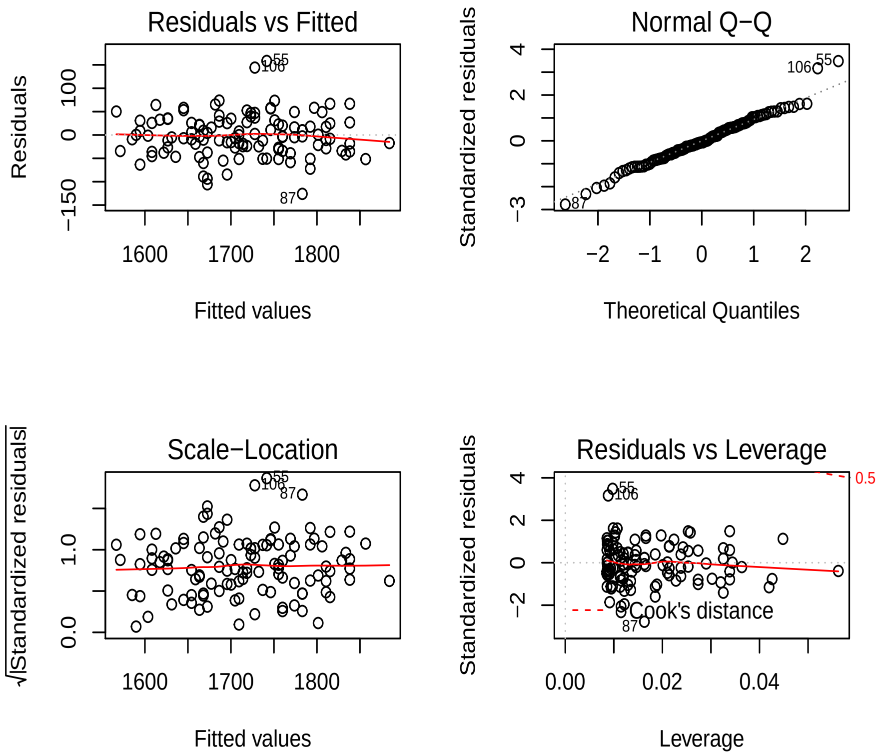
Z dílčích t-testů se zdá, že faktor pohlaví není významný. Sestavíme proto model, který ho neobsahuje, a otestujeme, zda je tento model dostatečný. Testujeme tedy shodnost regresních přímek.

```
model.bez.int.bez.faktoru <- lm(body.H ~ foot.L, data=foot)
anova(model.bez.int.bez.faktoru, model.bez.int)

## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: body.H ~ foot.L
## Model 2: body.H ~ sex + foot.L
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
## 1    115 240262
## 2    114 236145  1    4117.8 1.9879 0.1613
```

Hodnota testovací statistiky F_{obs} = ...
p-hodnota ....
Závěr ....

Pro pořádek si ještě ověříme, že výsledný model splňuje předpoklady regresního modelu.

```
par(mfrow=c(2,2))
plot(model.bez.int.bez.faktoru)
```



A vypíšeme si detaily modelu.

```
summary(model.bez.int.bez.faktoru)

##
## Call:
## lm(formula = body.H ~ foot.L, data = foot)
```

```
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -126.021  -28.627   -3.021   28.599  158.388
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 549.9661    68.6931   8.006 1.06e-12 ***
## foot.L        4.6010     0.2708  16.987  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 45.71 on 115 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.715,Adjusted R-squared:  0.7126
## F-statistic: 288.6 on 1 and 115 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Výsledný model zakreslíme společně s pásem spolehlivosti.

```
xx <- seq(min(foot$foot.L), max(foot$foot.L), length=300)
interval.spol <- predict(model.bez.int.bez.faktoru,newdata=data.frame(foot.L=xx),
                         interval='confidence')

plot(foot$foot.L, foot$body.H, xlab='Delka chodidla (mm)', ylab='Telesna vyska (mm)', type='n')
points(foot$foot.L[foot$sex=='f'], foot$body.H[foot$sex=='f'], pch=1, col='red')
points(foot$foot.L[foot$sex=='m'], foot$body.H[foot$sex=='m'], pch=2, col='blue')
lines(xx,interval.spol[,1])
lines(xx,interval.spol[,2], lty=2)
lines(xx,interval.spol[,3], lty=2)
legend("topleft", c("zena", "muz"), pch = c(1,2), col=c('red', 'blue'))
```