

12. cvičení z MIN401 – Homomorfismy grup a kódy

Příklad 1: [11.48] Rozhodněte, zda předpis φ zadává zobrazení, případně zda jde o homomorfismus grup (se sčítáním) – pak popište jádro/obraz a rozhodněte, zda je to surjekce či injekce:

(i) $\varphi : \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_{12}, \varphi([a]_4, [b]_3) = [a - b]_{12},$

(ii) $\varphi : \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_{12}, \varphi([a]_4, [b]_3) = [6a + 4b]_{12},$

(iii) $\varphi : \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_{12}, \varphi([a]_4, [b]_3) = [0]_{12}.$

Příklad 2: [11.49] Rozhodněte, zda předpis φ zadává zobrazení, případně zda jde o homomorfismus grup (\mathbb{Z}_k se sčítáním a \mathbb{C}^* s násobením) – pak popište jádro/obraz a rozhodněte, zda je to surjekce či injekce:

(i) $\varphi : \mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{C}^*, \varphi([a]_4) = i^a,$

(ii) $\varphi : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{C}^*, \varphi([a]_5) = i^a,$

(iii) $\varphi : \mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{C}^*, \varphi([a]_4) = (-1)^a,$

(iv) $\varphi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*, \varphi(a) = i^a$

Příklad 3: [11.136] Uvažme $(5, 3)$ -kód nad \mathbb{Z}_2 generovaný polynomem $x^2 + x + 1$. Vypište všechna kódová slova, najděte generující matici a matici kontroly parity.